

ВСЕ ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

к учебнику
Ю.Н. МАКАРЫЧЕВА

АЛГЕБРА 7 КЛАСС

ФГОС

Алгебра

класс

7



$(x+1)(y-2)$

С. М. Зак

**ВСЕ
ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
Ю. Н. Макарычева
АЛГЕБРА
7 КЛАСС**

ФГОС



Москва
ЛадКом
2014

УДК 882 (075)
ББК 812 Р-7
322

Зак С. М.

Все домашние работы к учебнику : Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова: Алгебра 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений («Просвещение» 2013 г. ФГОС). М.: «ЛадКом», 2014. — 256 с.

ISBN 978-5-91336-159-2

Решebник к новому изданию учебника Ю.Н. Макарычева по алгебре для 7 класса соответствует ФГОС и включает в себя ответы на все задания. Он поможет учащимся эффективно овладеть программой по алгебре, а родителям — проконтролировать правильность выполнения домашних заданий.

©Издательство «ЛадКом», 2014

Введение

Дорогой друг!

В 7 классе ты начинаешь изучать новый учебный предмет, являющийся одним из важнейших разделов математики — алгебру. Хотя алгебра и появилась очень давно, но она очень широко используется и в современном мире. Это пособие поможет тебе с решением упражнений учебника Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой «Алгебра. 7 класс». Данное пособие включает в себя ответы на все упражнения учебника.

Удачи!

ГЛАВА I. ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, УРАВНЕНИЯ

§1. Выражения

1. Числовые выражения

1. а)	$\begin{array}{r} 6,965 \\ + 23,3 \\ \hline 30,265 \end{array}$	б)	$\begin{array}{r} 50,40 \\ - 6,98 \\ \hline 43,42 \end{array}$	в)	$\begin{array}{r} 88,000 \\ - 9,804 \\ \hline 78,196 \end{array}$	г)	$\begin{array}{r} 6,5 \\ \times 1,22 \\ \hline 130 \\ 130 \\ 65 \\ \hline 7,930 \end{array}$	д)	$\begin{array}{r} 0,48 \\ \times 2,5 \\ \hline 240 \\ 096 \\ \hline 1,200 \end{array}$
--------------	---	----	--	----	---	----	--	----	--

е)	$\begin{array}{r} 0,016 \\ \times 0,25 \\ \hline 0080 \\ 0032 \\ \hline 0,00400 \end{array}$	ж)	$\begin{array}{r} 534 \\ - 450 \\ \hline 840 \\ - 750 \\ \hline 900 \\ - 900 \\ \hline 0 \end{array}$	з)	$\begin{array}{r} 150 \\ 3,56 \\ \hline 1694 \\ - 1680 \\ \hline 1400 \\ - 1400 \\ \hline 0 \end{array}$
----	--	----	---	----	--

и)
$$\begin{array}{r} 7500 \\ - 750 \\ \hline 0 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} 125 \\ 60 \end{array}$$

2. а) $481,92 : 12 - 20,16 = 40,16 - 20,16 = 20.$

$\begin{array}{r} 48192 \\ - 4800 \\ \hline 1920 \\ - 1200 \\ \hline 7200 \\ - 7200 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1200 \\ 40,16 \\ \hline 20,16 \\ 20 \end{array}$
--	--

$$6) 1,08 \cdot 30,5 - 9,72 : 2,4 = 32,94 - 4,05 = 28,89.$$

1,08	972	240	32,94
× 30,5	- 960	4,05	+ 4,05
540	1200		36,99
324	- 1200		
32,940	0		

3. а) $3,6 : 0,08 + 5,2 \cdot 2,5 = 360 : 8 + 5,2 \cdot 2,5 = 45 + 13 = 58.$

360	8	5,2	45
- 32	45	× 2,5	+ 13
40		260	58
- 40			
0		104	
		1300	

6) $(9,885 - 0,365) : 1,7 + 4,4 = 9,52 : 1,7 + 4,4 = 5,6 + 4,4 = 10.$

9,885	952	170	5,6
- 0,365	850	5,6	+ 4,4
9,52	1020		10
	- 1020		
	0		

4. а) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$; б) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6} = \frac{7 \cdot 3 - 5 \cdot 4}{24} = \frac{21 - 20}{24} = \frac{1}{24}$; в) $\frac{3}{10} - \frac{4}{15} = \frac{3 \cdot 3 - 4 \cdot 2}{30} = \frac{9 - 8}{30} = \frac{1}{30}$; г) $5 - 3\frac{2}{7} = \frac{35 - 23}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$; д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$; е) $\frac{5}{8} : \frac{9}{10} = \frac{5}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{9} = \frac{25}{36}$; ж) $2\frac{6}{7} : 1\frac{3}{7} = \frac{20}{7} \cdot \frac{7}{10} = 2$; з) $6\frac{3}{5} \cdot 10 = \frac{33}{5} \cdot 10 = 33 \cdot 2 = 66.$

5. а) $4,2 - 8 = -(8 - 4,2) = -3,8$; б) $-2,4 + 5,6 = 3,2$; в) $-2,1 - 3,2 = -(2,1 + 3,2) = -5,3$; г) $1,2 \cdot (-5) = -6$; д) $-8 \cdot 4,5 = -36$; е) $-0,9 \cdot (-0,1) = 0,09$; ж) $38 : (-0,19) = -200$; з) $-16 : 0,2 = -80$; и) $-6,4 : (-8) = 0,8.$

6. а) $6\frac{1}{3} - 8 = -(8 - 6\frac{1}{3}) = -(2 - \frac{1}{3}) = -1\frac{2}{3}$; б) $-2\frac{2}{7} + 4\frac{3}{5} = 2\frac{21}{35} - \frac{10}{35} = 2\frac{11}{35}$; в) $5\frac{1}{3} - 6\frac{1}{4} = -(6\frac{3}{12} - 5\frac{4}{12}) = -(\frac{15}{12} - \frac{4}{12}) = -\frac{11}{12}$; г) $\frac{3}{8} : (-\frac{9}{16}) =$

$$= -\frac{3}{8} \cdot \frac{16}{9} = -\frac{2}{3}; \text{ д) } \frac{5}{12} \cdot (-6) = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}; \text{ е) } -3\frac{2}{9} \cdot 3 = -9\frac{2}{3}; \text{ ж) } \frac{4}{7} \cdot (-49) = -4 \cdot 7 = -28; \text{ з) } -16 : \left(-\frac{4}{9}\right) = 16 \cdot \frac{9}{4} = 4 \cdot 9 = 36; \text{ и) } -3\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right) = \frac{7}{2} \cdot \frac{10}{7} = 5.$$

7. а) $240 \cdot 0,01 = 2,4$; б) $15 \cdot 0,4 = 6$; в) $8 \cdot 1,2 = 9,6$; г) $280 \cdot 0,095 = 26,6$.

8. Жир: $200 \cdot 0,032 = 6,4$ г. Белок: $200 \cdot 0,025 = 5$ г. Углеводы: $200 \cdot 0,047 = 9,6$ г.

9. $100\% + 25\% = 125\%$

$36 \cdot 1,25 = 45$ центнеров с одного гектара.

10. Пусть x — первая книга, тогда y — вторая книга.
 $x = 320 \cdot 0,3 = 96$, $y = 320 \cdot 0,45 = 144 \Rightarrow 144 - 96 = 48$.
 Ответ: 48 р.

11. а) $2 \cdot 2 + 2 = 6$; б) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; в) $2 + 2 : 2 = 3$; г) $2^{2-2} = 1$.

12. а) $12 \cdot 2 - 12 = 12$; б) $12 \cdot 2 - 24 = 0$.

13. 1. $126 : (36 \cdot 2 - 5 \cdot 8) \Rightarrow 36 \cdot 2 - 5 \cdot 8 = 72 - 40 = 32 \Rightarrow 126 : 32$ — знаменатель не равен 0, следовательно, данное выражение имеет смысл.

2. $(2,6 - 13 \cdot 0,2) : 8$ — знаменатель не равен 0, следовательно, данное выражение имеет смысл.

3. $(1,7 \cdot 2 - 3,4) : 11$ — знаменатель не равен 0, следовательно, данное выражение имеет смысл.

4. $\frac{0,57}{0,8-0,4 \cdot 2} = \frac{0,57}{0,8-0,8} = \frac{0,57}{0}$ — знаменатель равен 0, следовательно, данное выражение не имеет смысла.

14. $135 : (25 - 2 \cdot 10 - 5)$ — знаменатель равен 0, следовательно, данное выражение не имеет смысла.

15. Пусть x — время движения пешеходов, y — расстояние между пешеходами. $y = 40 - 4 \cdot x - 5 \cdot x$
 $x = 40 - x \cdot (4 + 5) = 40 - 9x \Rightarrow x = 3$ ч $\Rightarrow y = 40 - 9 \cdot 3 = 40 - 27 = 13$. Ответ: 13 км будет между пешеходами через 3 часа.

16. Пусть t — время изготовления деталей, y — количество деталей. $y = t \cdot (7 + 9) = t \cdot 16 \Rightarrow t = 4$ ч $\Rightarrow y = 16 \cdot 4 = 64$. Ответ: 64 детали.

17. а) разность 8,5 и 7,3; б) произведение 4,7 и 12,3; в) частное 65 и 1,3; г) сумма 5,6 и 0,9; д) сумма произведения 2 и 9,5 и числа 14; е) частное разности 10 и 2,7 и числа 5; ж) произведение 6,1 и частного 8,4 и 4; з) частное суммы 6,4 и 7 и числа 2; и) разность 2,5 и суммы 3,2 и 1,8; к) произведение разности 5,74 и 1,24 и числа 3,6; л) разность 8 и суммы 1,71 и 0,19; м) разность частного 0,36 и 0,3 и числа 1,78.

18. $36 - 25 = 11$ — учеников изучает только немецкий язык. $36 - 18 = 18$ — учеников изучает только английский язык.

1) 36 учащихся класса изучают хотя бы один иностранный язык.

2) $36 - 18 - 11 = 7$ — число учащихся изучающих оба языка.

3) $\frac{36 - 100\%}{7 - x}$, где x — количество учеников изучающих оба языка в процентах.

$36 \cdot x = 100\% \cdot 7x = \frac{700}{36} = \frac{175}{9} = 19\frac{4}{9}\%$ Ответ: $19\frac{4}{9}\%$.

2. Выражения с переменными

19. а) $4x - 12$ при $x = 7$; 0; -5. Подставим x , тогда $x = 7 : 4 \cdot 7 - 12 = 16$. $x = 0 : 4 \cdot 0 - 12 = -12$ $x = -5 : 4 \cdot (-5) - 12 = -32$

б) $2,8 - 0,5y$ при $y = 3$; 0; -6. $2,8 - 0,5 \cdot 3 = 2,8 - 1,5 = 1,3$ $2,8 - 0,5 \cdot 0 = 2,8$ $2,8 - 0,5 \cdot (-6) = 5,8$.

20.

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$3x - 1$	-7	-4	-1	2	5	11	14
$-3x + 1$	7	4	1	-2	-5	-11	-14

$-3x + 1 = -(3x - 1)$ значение выражения отличается лишь знаком от значения выражения $3x - 1$.

$3 \cdot (-2) - 1 = -7$ $3 \cdot (-1) - 1 = -4$ $3 \cdot 0 - 1 = -1$ $3 \cdot 1 - 1 = 2$ $3 \cdot 2 - 1 = 5$ $3 \cdot 4 - 1 = 11$ $3 \cdot 5 - 1 = 14$

21.

y	-3	-1	0	2	3	4	6
$10 - 2y$	16	12	10	6	4	2	-2
$10 + 2y$	4	8	10	14	16	18	22

22. а) $1,2 - 2,5 = -1,3$; $1,2 \cdot (-2,5) = -3$;б) $-0,8 + 3 = 2,2$; $-0,8 \cdot 3 = -2,4$;в) $0,1 + 0,2 = 0,3$; $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$;г) $-1,4 - 1,6 = -3$; $-1,4 \cdot (-1,6) = 2,24$.**23.** а) $5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) - 3 \cdot \frac{2}{3} = -2 - 2 = -4$; б) $5 \cdot 0,2 - 3 \times \times (-1,4) = 1 + 4,2 = 5,2$.**24.** а) $\frac{1}{2} \cdot 2,4 - 0,8 = 1,2 - 0,8 = 0,4$; б) $\frac{1}{2} \cdot (-3,6) - 5 = -1,8 - 5 = -6,8$; в) $\frac{1}{2} \cdot 4,8 + 2,1 = 2,4 + 2,1 = 4,5$;г) $\frac{1}{2} \cdot (-4,4) + 3 = -2,2 + 3 = 0,8$.**25.**

a	5	-2	4	1	6
b	-3	3	0	-1	4
$a - 2b$	11	-8	4	3	-2

26. а) $5 \cdot (x - y) = 5 \cdot 0,7 = 3,5$; б) $y - x = -(x - y) = -0,7$; в) $\frac{1}{x-y} = \frac{1}{0,7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$; г) $\frac{x-y}{y-x} = \frac{x-y}{-(x-y)} = \frac{0,7}{-0,7} = -1$.**27.** $a - b = 4$, следовательно $b - a = -(a - b) = -4$. $\frac{12}{b-a} + \frac{16}{(b-a)^2} = \frac{12}{-4} + \frac{16}{16} = 1 - 3 = -2$. Ответ: 1. -2.**28.** а) $ax - 3y = 10 \cdot (-5) - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -50 + 1 = -49$; б) $ax + bx + c = \frac{1}{2} \cdot 2 - 3 \cdot 2 + 5,8 = 1 - 6 + 5,8 = 0,8$.**29.** С первого участка собрали $32 \cdot a$ га, а со второго $40 \cdot b$. Со всего поля тогда собрали: $32 \cdot a + 40 \cdot b$. Подставим a и b : $32 \cdot 120 + 40 \cdot 80 = 3840 + 3200 = 7040$ ц. Ответ: 7040 центнеров.**30.** $5 \cdot a$ — работало человек в 5 бригадах по a человек. $3 \cdot b$ — работало человек в 3 бригадах по b человек.

$5 \cdot a + 3 \cdot b$ — всего человек работало на стройке.

Подставим a и b : $5 \cdot 25 + 3 \cdot 32 = 125 + 96 = 221$.

Ответ: 221 человек.

31. 1) Сначала находим площадь прямоугольника со сторонами равными a и b . Затем из найденной площади вычтем площадь прямоугольника со сторонами c и $a - 2d$. Это и будет искомая площадь $a \cdot b - c \cdot (a - 2d)$.

2) Сначала находим площадь прямоугольника со сторонами равными n и x . Затем из найденной площади вычтем площадь прямоугольника со сторонами $x - y$ и $n - m$. Это и будет искомая площадь $n \cdot x - (x - y) \cdot (n - m)$.

32. Объём куба изначально равен был a^3 . После отрезания прямоугольного параллелепипеда высота уменьшилась на h . Объём искомой фигуры равен $(a - h) \cdot a^2$.

33. В 250 г водного раствора содержалось x г соли, после добавления в него 5 г соли вес всего водного раствора стал равен $250 + 5 = 255$ г, а содержание соли в нем стало $5 + x$ г. Значит концентрация раствора стала $\frac{x+5}{255} \cdot 100\%$. Ответ: 4%.

34. В сплаве олова и свинца массой 20 кг содержалось x кг олова, после добавления туда 2 кг олова масса сплава стала $20 + 2 = 22$ кг а содержание олова стало $x + 2$. Процентное содержание олова в сплаве равно $\frac{x+2}{22} \cdot 100\%$. Ответ: $\frac{x+2}{22} \cdot 100\%$.

35. а) площадь прямоугольника; б) периметр этого прямоугольника; в) полупериметр; г) удвоенная длина.

36. а) стоимость одного карандаша и одной тетради; б) стоимость трёх тетрадей и одного карандаша; в) стоимость двух тетрадей и трёх карандашей; г) во сколько раз стоимость тетради больше стоимости карандаша.

37. а) произведение m и x ; б) сумма 10 и произведения a и b ; в) произведение суммы a и 5 и x ; г) разность m и произведения 8 и a ; д) сумма произведения 2 и x и 1; е) сумма частного a и b и числа c ; ж) сумма произведения a и b и произведения b и c ; з) произведение разности a и b и суммы a и b .

38. а) $b+c$; б) $a-m$; в) x^2 ; г) y^3 ; д) $x+a \cdot b$; е) $m-\frac{x}{y}$; ж) $(a+b) \cdot c$; з) $a \cdot (x+y)$.

39. а) имеет смысл, для любого y ; б) имеет смысл, при $x \neq 0$, так как при $x = 0$ знаменатель равняется нулю; в) имеет смысл, при $x \neq 7$, так как при $x = 7$ знаменатель равняется нулю; г) имеет смысл, для любого m ; д) имеет смысл, при $x \neq -3$, так как при $x = -3$ знаменатель равняется нулю; е) имеет смысл, при $x \neq 10$, так как при $x = 10$ знаменатель равняется нулю.

40. 1. Не имеет смысла при $a = 9$. Так как при $a = 9$ знаменатель равняется нулю.

2. Не имеет смысла при $a = -4$. Так как при $a = -4$ знаменатель равняется нулю.

3. Не имеет смысла при $a = 0$. Так как при $a = 0$ знаменатель равняется нулю.

4. Имеет смысл при любых значениях a . Так как знаменатель никогда не равен нулю.

41. а) $5 \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$; б) $10 \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$; в) $101 \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

42. $7 \cdot n$, где $n \in \mathbb{Z}$: $n = 100$, $7 \cdot 100 = 700$ — трёхзначное число кратное 7; $n = 101$, $7 \cdot 101 = 707$ — трёхзначное число кратное 7.

43. $6 = 3 \cdot 2$ — для того чтобы число делилось на 6 необходимо и достаточно чтобы число делилось на 2 и на 3.

2 — единственное простое чётное число, а так как мы рассматриваем простые числа, начиная с 5, то все

рассматриваемые простые числа являются нечётными. Прибавление или вычитание единицы изменяет чётность. Поэтому всякое простое число, начиная с 5, увеличенное или уменьшенное на 1, делиться на 2. Так как исходное число простое, начиная с 5, значит оно не делиться на 3, обозначим его переменной x . Очевидно, что $x - 1$ либо $x + 1$ делиться на 3, так как точно одно из 3 последовательных чисел делиться на 3.

44. Пусть x — искомое число. а) $x = \frac{1.8}{0.03} = 60$; б) $x = \frac{17}{0.85} = 20$; в) $x = \frac{3.9}{1.3} = 3$; г) $x = \frac{9.3}{0.062} = 150$.

45. x — литров молока было в бидоне первоначально. После того как из бидона отлили 30% молока в нём осталось 70% от первоначального количества, что составило 14 л. $0,7 \cdot x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{0.7} = 20$ л. Ответ: 20 литров.

46. x — количество станков, которое должен был выпустить завод по плану. $x = \frac{230}{1,15} = 200$. Ответ: 200 станков.

3. Сравнение значений выражений

47. а) $2,06 \cdot 3,05 = 6,283$, $21,28 : 3,5 = 6,08$; $2,06 \times \times 3,05 > 21,28 : 3,5$;

б) $97,2 : 2,4 = 40,5$, $62 - 21,6 = 40,4$; $97,2 : 2,4 > 62 - - 21,6$.

в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10}$, $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} > \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.
г) $16 - 3\frac{5}{8} = 13 - \frac{5}{8} = 12\frac{3}{8}$, $15 - 2\frac{1}{4} = 13 - \frac{1}{4} = 12\frac{3}{4}$;
 $16 - 3\frac{5}{8} < 15 - 2\frac{1}{4}$.

48. а) $56 \cdot \frac{2}{7} = 56 : \frac{7}{2}$ — деление числа на $\frac{7}{2}$ равносильно умножению числа на $\frac{2}{7}$; б) $9 : 0,6 > 9 \cdot 0,6$; в) $2,1 - - 5,8 < 2,1 - 1,7$; г) $6,13 - 7,57 < -6,13 + 7,57$.

49. а) $6,16 - 7,44 < 7,23 + 8,11$; б) $24,12 \cdot \frac{1}{4} < 24,12 : \frac{1}{4}$;
в) $5,7 - 3,11 < 5,7 - 2,16$; г) $65,4 \cdot \frac{5}{6} < 65,4 : \frac{5}{6}$.

50. а) $0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,9 = 0,504$, $0,7 + 0,8 - 0,9 = 0,6$;
 $0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,9 < 0,7 + 0,8 - 0,9$;

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{24}{36}$, $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$;
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} > \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$.

51. а) $a = 3,8$; $9,5 - 3,8 = 5,7$; $0,5 \cdot 3,8 = 1,9$; $9,5 - a > 0,5a$.

$a = 0$; $9,5 - 0 = 9,5$; $0,5 \cdot 0 = 0$; $9,5 - a > 0,5a$.

$a = 5$; $9,5 - 5 = 4,5$; $9,5 \cdot 5 = 47,5$; $9,5 - a < 0,5a$.

б) $c = 1,6$; $3 - 1,6 = 1,4$; $4 \cdot 1,6 - 5 = 1,4$; $3 - c = 4c - 5$.

$c = -3$; $3 + 3 = 6$; $4 \cdot (-3) - 5 = -17$; $3 - c > 4c - 5$.

$c = -6$; $3 + 6 = 9$; $4 \cdot (-6) - 5 = -29$; $3 - c > 4c - 5$.

52. а) $8 > -8$; $0 = 0$; $-3 < 3$;

б) $5 < 500$; $0 = 0$; $-5 > -500$.

53. а) $m = -1$; $5m - 0,8 = -5 - 0,8 = -5,8$; $0,8m - 5 = -0,8 - 5 = -5,8$; $5m - 0,8 = 0,8m - 5$;

б) $a = 4,6$; $b = 0,23$; $ab = 4,6 \cdot 0,23 = 1,058$; $\frac{a}{b} = \frac{4,6}{0,23} = 20$; $ab < a : b$.

54. $2x + 5 < 3x$: при $x = 4,2$, $2 \cdot 4,2 + 5 = 13,4$
 $3 \cdot 4,2 = 12,6$ — неравенство не верно; при $x = 5$,
 $2 \cdot 5 + 5 = 15$. $3 \cdot 5 = 15$ — неравенство не верно; при
 $x = 6,5$, $2 \cdot 6,5 + 5 = 18$. $3 \cdot 6,5 = 19,5$ — неравенство
верно.

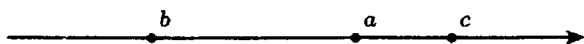
55. а) 8,14 больше 8,1, но меньше 8,6; б) 9,865
больше 9, но меньше 10; в) -839 больше -900 , но
меньше -800 ; г) $-38,7$ больше -40 , но меньше -30 ;
д) 1,7 больше $1\frac{3}{5}$, но меньше $1\frac{4}{5}$; е) $2\frac{3}{7}$ больше 2,24,
но меньше 2,43.

56. а) $8 < 13 < 15$; б) $4,1 < 4,18 < 4,2$; в) $63 < 63,5 < 64$; г) $-11 < -8,1 < -7$; д) $1,8 < a < 2,8$;
е) $a < x < b$.

57. а) $8,6 < 8,65 < 8,7$; б) $\frac{7}{8 \cdot 7} = \frac{7}{56} = \frac{21}{168}$; $\frac{8}{8 \cdot 7} = \frac{8}{56} = \frac{24}{168}$; $\frac{1}{8} < \frac{23}{168} < \frac{1}{7}$; в) $-3,7 < -3,65 < -3,6$; г) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$.
 $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$; $\frac{3}{4} < \frac{19}{24} < \frac{5}{6}$.

58. а) $0,7 < 0,79 < 0,8$; б) $6 < 6\frac{4}{5} < 7$; в) $-10 < -4,6 < 0$; г) $-16 < m < -15$; д) $2,65 < k < 2,66$; е) $m < y < n$.

59. $b < a < c$



60. а) 7,3 меньше либо равно x ; б) y больше либо равен 0,83; в) a больше либо равно $-10,4$; г) k меньше либо равно 0,5; д) n не меньше 4,4 и не больше 6,1; е) m не меньше 7,6 и не больше 20,8; ж) a не меньше -5 и не больше -2 ; з) b не меньше x и не меньше y .

61. а) $x \leq 5,3$; при $x = 2,7$ верно; при $x = 5,3$ верно; при $x = 6$ не верно;

б) $y \geq 4,8$; при $y = 3,5$ не верно; при $y = 4,8$ верно; при $y = 7,1$ верно;

в) $0,6 < x \leq 0,8$; при $x = 0,5$ неверно; при $x = 0,6$ не верно; при $x = 0,7$ верно; при $x = 0,8$ верно; при $x = 0,9$ не верно;

г) $2,1 \leq y \leq 2,4$; при $y = 2,1$ верно; при $y = 2,2$ верно; при $y = 2,3$ верно; при $y = 2,4$ верно; при $y = 2,5$ неверно.

62. а) $x \leq 8$; б) $y \geq 0$; в) $5 < a \leq 7$; г) $-2 \leq b < 1$.

63. а) $x < 0$; б) $m > 0$; в) $y \geq 0$; г) $z \leq 0$.

64. а) $11 \leq x < 12$; б) $50 < y \leq 100$; в) $350 < a < 400$; г) $-100 \leq b \leq -10$.

65. а) $x = 12,5$; $y = 10,5$. Средняя скорость первого автомобиля: $v_1 = \frac{700}{x} = \frac{700}{12,5} = 56$ км/ч. Средняя скорость второго автомобиля: $v_2 = \frac{630}{y} = \frac{630}{10,5} = 60$ км/ч. $v_1 < v_2$.

б) $x = y = 14$. Средняя скорость первого автомобиля: $v_1 = \frac{700}{x} = \frac{700}{14} = 50$ км/ч. Средняя скорость второго автомобиля: $v_2 = \frac{630}{y} = \frac{630}{14} = 45$ км/ч. $v_1 > v_2$.

66. а) число 200 — 100%, число 8 — $x\% \Rightarrow 200x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{200} = \frac{4}{100} = 4\%$.

б) число 14 — 100%, число 2,1 — $x\% \Rightarrow 14x = 2,1 \Rightarrow x = \frac{2,1}{14} = 0,15 = 15\%$.

67. Изначально было 1600 человек, что составляло 100%. Затем число рабочих уменьшилось на 1600 — 1200 = 400 человек.

$$\frac{1600 - 100\%}{400 - x\%} \Rightarrow 1600x = 400 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \frac{400}{1600} = 0,25 = 25\%$. Ответ: 25%.

68. а) $37,6 - 5,84 + 3,95 - 8,9 = 31,76 - 4,95 = 26,81$;

б) $81 - 45,34 + 19,6 + 21,75 = 35,66 + 41,35 = 77,01$;

в) $17,1 \cdot 3,8 : 4,5 \cdot 0,5 = 64,98 : 4,5 \cdot 0,5 = 14,44 \cdot 0,5 = 7,22$;

г) $81,9 : 4,5 : 0,28 \cdot 1,2 = 18,2 : 0,28 \cdot 1,2 = 65 \cdot 1,2 = 78$.

69. а) $x + a \cdot b$; б) $\frac{a}{b-c}$; в) $(x + a) \cdot (x - b)$.

§2. Преобразование выражений

4. Свойства действий над числами

70. а) переместительное свойство; б) переместительное свойство; в) сочетательное свойство; г) distributive свойство.

71. а) $3,17 + 10,2 + 0,83 + 9,8 = (3,17 + 0,83) + (10,2 + 9,8) = 4 + 20 = 24$; б) $4,11 + 15,5 + 0,89 + 4,4 = (4,11 + 0,89) + (15,5 + 4,4) = 5 + 19,9 = 24,9$;

в) $15,21 - 3,9 - 4,7 + 6,76 = (15,21 + 6,76) - (3,9 + 4,7) = 22 - 8,6 = 13,4$; г) $-4,27 + 3,8 - 5,73 - 3,3 = -(4,27 + 5,73) + (3,8 - 3,3) = -10 + 0,5 = -9,5$.

72. а) $8,91 + 25,7 + 1,09 = (8,91 + 1,09) + 25,7 = 10 + 25,7 = 35,7$; б) $6,64 + 7,12 + 2,88 = 6,64 + (7,12 + 2,88) = 6,64 + 10 = 16,64$; в) $7,15 - 9,42 + 12,85 - 0,58 = (7,15 + 12,85) - (9,42 + 0,58) = 20 - 10 = 10$; г) $18,9 - 6,8 - 5,2 - 4,1 = -(6,8 + 5,2) + (18,9 - 4,1) = -12 + 14,8 = 2,8$.

73. а) $5\frac{1}{8} + 13\frac{3}{4} = (5 + 13) + (\frac{1}{8} + \frac{3}{4}) = 18 + \frac{1+6}{8} = 18\frac{7}{8}$. Использовали: 1) переместительное свойство; 2) сочетательное свойство.

б) $19\frac{5}{6} + 10\frac{1}{3} = (19 + 10) + (\frac{5}{6} + \frac{1}{3}) = 29 + \frac{5+2}{6} = 30\frac{1}{6}$. Использовали: 1) переместительное свойство; 2) сочетательное свойство.

74. а) $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{7} + 1\frac{1}{4} - 4\frac{6}{7} = (5\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}) - (2\frac{1}{7} + 4\frac{6}{7}) = 7 - 7 = 0$; б) $8\frac{2}{3} - 6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{5} + 1\frac{7}{9} = (8\frac{6}{9} + 1\frac{7}{9}) - (6\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5}) = 10\frac{4}{9} - 9 = 1\frac{4}{9}$.

75. а) $50 \cdot 1,34 \cdot 0,2 = (50 \cdot 0,2) \cdot 1,34 = 10 \cdot 1,34 = 13,4$; б) $-75,7 \cdot (0,5 \cdot 20) = -75,7 \cdot 10 = -757$; в) $25 \times (-15,8) \cdot 4 = (25 \cdot 4) \cdot (-15,8) = 100 \cdot (-15,8) = -1580$; г) $0,47 \cdot (0,4 \cdot 25) = 0,47 \cdot 10 = 4,7$.

76. а) $3\frac{1}{8} \cdot 5 = 3 \cdot 5 + \frac{1}{8} \cdot 5 = 15\frac{5}{8}$; б) $7 \cdot 2\frac{3}{7} = 7 \cdot 2 + 7 \cdot \frac{3}{7} = 14 + 3 = 17$; в) $2\frac{2}{5} \cdot 10 = 2 \cdot 10 + \frac{2}{5} \cdot 10 = 20 + 4 = 24$; г) $6 \cdot 4\frac{5}{12} = 6 \cdot 4 + 6 \cdot \frac{5}{12} = 24 + \frac{5}{2} = 26\frac{1}{2}$.

77. а) $3,5 \cdot 6,8 + 3,5 \cdot 3,2 = 3,5 \cdot (6,8 + 3,2) = 3,5 \cdot 10 = 35$; б) $12,4 \cdot 14,3 - 12,4 \cdot 4,3 = 12,4 \cdot (14,3 - 4,3) = 12,4 \times 10 = 124$.

78. а) $15,7 \cdot 3,09 + 15,7 \cdot 2,91 = 15,7 \cdot (3,09 + 2,91) = 15,7 \cdot 6 = 94,2$; б) $4,03 \cdot 27,9 - 17,9 \cdot 4,03 = 4,03 \times (27,9 - 17,9) = 4,03 \cdot 10 = 40,3$.

79. а) $24 \cdot 17 + 17 \cdot 6 = 17 \cdot (24 + 6) = 17 \cdot 30$. 30 делиться на 5 значит и $24 \cdot 17 + 17 \cdot 6$ делиться на 5. б) $34 \cdot 85 + 34 \cdot 36 = 34 \cdot (85 + 36) = 34 \cdot 121 = 34 \cdot 11^2$. Очевидно, что выражение $34 \cdot 85 + 34 \cdot 36$ кратно 11.

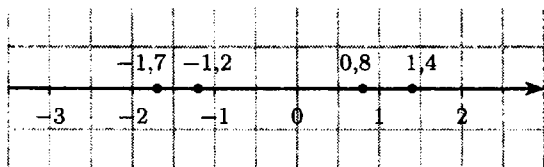
80. $5 \cdot a$ — стоимость 5 наборов карандашей; $10 \times b$ — стоимость 10 альбомов; $5 \cdot a + 10 \cdot b$ — стоимость покупки.

81. $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость движения автомобиля. $v_{\text{ср}} = \frac{S}{T}$, где s — путь пройденный автомобилем, а T — время движения.

$T = t + p \Rightarrow S = 60 \cdot t + 50 \cdot p \Rightarrow v_{\text{ср}} = \frac{60 \cdot t + 50 \cdot p}{t + p}$. Ответ: $v_{\text{ср}} = \frac{60 \cdot t + 50 \cdot p}{t + p}$.

82. $A = 1,5; B = -1,5; C = -0,2; D = 0.6.$

83.



84. а) $6,3 > 6\frac{1}{5} > 6\frac{1}{7}$; б) $2\frac{1}{11} > 2.01 > 2.001$; в) $0 > -1,07 > -1.7$; г) $-3,02 > -3.04 > -3.19$.

5. Тождества. Тождественные преобразования выражений

85. а) переместительное свойство; б) сочетательное свойство; в) переместительное свойство; г) распределительное свойство.

86. а) да; б) да; в) нет; г) да.

87. а) да; б) нет; в) нет; г) да.

88. а) распределительное свойство; б) распределительное свойство.

89. Выражение 2. — $25 \cdot (a - a) = 25a - 25a = 0 \neq 25$ — не является тождеством. Выражения 1., 3., 4. — являются тождествами.

90. а) $-6,2a \cdot 5 = -6,2 \cdot 5 \cdot a = -31a$; б) $4c \cdot (-1,25) = 4 \times (-1,25) \cdot c = -5c$; в) $0,3x \cdot (-12y) = (-12 \cdot 0,3) \cdot xy = -3,6xy$; г) $-0,1b \cdot (-2,3c) = 0,1 \cdot 2,3 \cdot bc = 0,23bc$.

91. а) $1,6 \cdot (-0,2n) = -1,6 \cdot 0,2 \cdot n = -0,32n$; б) $-6,4a \times (-5c) = 6,4 \cdot 5 \cdot ac = 32ac$.

92. а) $7 \cdot (x - y) = 7x - 7y$; б) $(a - 4b) \cdot 3 = 3a - 12b$; в) $-23 \cdot (2a - 3b + 1) = -46a + 69b - 23$; г) $1,5 \times (-3x + 4y - 5z) = -4,5x + 6y - 7,5z$.

93. а) $1,2 \cdot (5 - a) = 6 - 1,2a$; б) $(m - 4x) \cdot (-6) = -6m + 24x$; в) $2,5 \cdot (4x - 6y - 2) = 10x - 15y - 5$; г) $-0,1 \cdot (100a + 10b - c) = -10a - b + 0,1c$.

94. $2 \cdot (b - a) = 2b - 2a$ — тождественно равны;
 $-2 \cdot (a - b) = -2a + 2b = 2b - 2a$ — тождественно
равны; $-2a - 2b$ — не равны; $-2a + 2b = 2b - 2a$ —
тождественно равны.

95. а) $5a + 27a - a = 31a$; б) $12b - 17b - b = -6b$;
в) $6x - 14 - 13x + 26 = -7x + 12$; г) $-8 - y + 17 -$
 $- 10y = 9 - 11y$.

96. а) $13a + 2b - 2a - b = (13a - 2a) + (2b - b) = 11a + b$;
б) $41x - 58x + 6y - y = (41x - 58x) + (6y - y) = -17x +$
 $+ 5y$;

в) $-5, 1a - 4b - 4, 9a + b = -(5, 1a + 4, 9a) + (b - 4b) =$
 $= -10a - 3b$;

г) $7, 5x + y - 8, 5x - 3, 5y = (7, 5x - 8, 5x) + (y - 3, 5y) =$
 $= -x - 2, 5y$.

97. а) $8x - 6y + 7x - 2y = (8x + 7x) - (6y + 2y) =$
 $= 15x - 8y$;

б) $27p + 14q - 16p - 3q = (27p - 16p) + (14q - 3q) =$
 $= 11p + 11q$;

в) $3, 5b - 2, 4c - 0, 6c - 0, 7b = (3, 5b - 0, 7b) -$
 $- (2, 4c + 0, 6c) = 2, 8b - 3c$;

г) $1, 6a + 4x - 2, 8a - 7, 5x = (1, 6a - 2, 8a) +$
 $+ (4x - 7, 5x) = -1, 2a - 3, 5x$.

98. а) $x + (b + c + d - m) = x + b + c + d - m$; б) $a -$
 $-(b - c - d) = a - b + c + d$; в) $x + y - (b + c - m) = x +$
 $+ y - b - c + m$; г) $x + (a - b) - (c + d) = x + a - b - c - d$.

99. а) $m + (a - k - b) = m + a - k - b$; б) $m -$
 $-(a - k - b) = m - a + k + b$; в) $x + a + (m - 2) = x +$
 $+ a + m - 2$; г) $a - (b - c) + (m + n) = a - b + c + m + n$.

100. а) $5 - (a - 3) = 5 - a + 3 = 8 - a$; б) $7 + (12 - 2b) =$
 $= 7 + 12 - 2b = 19 - 2b$; в) $64 - (14 + 7x) = 64 - 14 - 7x =$
 $= 50 - 7x$; г) $38 + (12p - 8) = 38 - 8 + 12p = 30 + 12p$.

101. а) $x + (2x + 0,5) = x + 2x + 0,5 = 3x + 0,5$;
б) $3x - (x - 2) = 3x - x + 2 = 2x + 2$; в) $4a - (a + 6) =$
 $= 4a - a - 6 = 3a - 6$; г) $6b + (10 - 4, 5b) = 6b + 10 -$
 $- 4, 5b = 1, 5b + 10$.

102. а) $(5x - 1) - (2 - 8x) = 5x - 1 - 2 + 8x = (5x + 8x) - (1 + 2) = 13x - 3$: при $x = 0,75 \Rightarrow 13 \times 0,75 - 3 = 9,75 - 3 = 6,75$.

б) $(6 - 2x) + (15 - 3x) = 6 - 2x + 15 - 3x = (6 + 15) - (2x + 3x) = 21 - 5x$: при $x = -0,2 \Rightarrow 21 + 0,2 \cdot 5 = 22$.

в) $12 + 7x - (1 - 3x) = 12 + 7x - 1 + 3x = (12 - 1) + (7x + 3x) = 11 + 10x$: при $x = -1,7 \Rightarrow 11 + 10 \times (-1,7) = 11 - 17 = -6$.

г) $37 - (x - 16) + (11x - 53) = 37 - x + 16 + 11x - 53 = (11x - x) + 37 + 16 - 53 = 10x$: при $x = -0,03 \Rightarrow 10 \cdot (-0,03) = -0,3$.

103. а) $(x - 1) + (12 - 7,5x) = x - 1 + 12 - 7,5x = (x - 7,5x) + (12 - 1) = -6,5x + 11$;

б) $(2p + 1,9) - (7 - p) = 2p + 1,9 - 7 + p = (2p + p) + (1,9 - 7) = 3p - 5,1$;

в) $(3 - 0,4a) - (10 - 0,8a) = 3 - 0,4a - 10 + 0,8a = (-0,4a + 0,8a) + (3 - 10) = 0,4a - 7$;

г) $b - (4 - 2b) + (3b - 1) = b - 4 + 2b + 3b - 1 = (b + 2b + 3b) - (4 + 1) = 6b - 5$;

д) $y - (y + 4) + (y - 4) = y - y - 4 + y - 4 = (y - y + y) - (4 + 4) = y - 8$;

е) $4x - (1 - 2x) + (2x - 7) = 4x - 1 + 2x + 2x - 7 = (4x + 2x + 2x) - (1 + 7) = 8x - 8$.

104. $3 \cdot (a + 2) - 3a = 3a + 6 - 3a = 3a - 3a + 6 = 6$.

105. а) $3 \cdot (6 - 5x) + 17x - 10 = 18 - 15x + 17x - 10 = (18 - 10) + (17x - 15x) = 8 + 2x$;

б) $8 \cdot (3y + 4) - 29y + 14 = 24y + 32 - 29y + 14 = (24y - 29y) + (32 + 14) = 46 - 5y$;

в) $7 \cdot (2z - 3) + 6z - 12 = 14z - 21 + 6z - 12 = (14z + 6z) - (21 + 12) = 20z - 33$;

г) $2 \cdot (7,3 - 1,6a) + 3,2a - 9,6 = 14,6 - 3,2a + 3,2a - 9,6 = (-3,2a + 3,2a) + (14,6 - 9,6) = 5$;

д) $-5 \cdot (0,3b + 1,7) + 12,5 - 8,5b = -1,5b - 8,5 + 12,5 - 8,5b = (12,5 - 8,5) - (1,5b + 8,5b) = 4 - 10b$;

е) $-4 \cdot (3,3 - 8c) + 4,8c + 5,2 = -13,2 + 32c + 4,8c + 5,2 = (32c + 4,8c) + (5,2 - 13,2) = 36,8c - 8$.

106. а) $0,6 \cdot (p - 3) + p + 2 = 0,6p - 1,8 + p + 2 = 1,6p + 0,2$: при $p = 0,5 \Rightarrow 1,6 \cdot 0,5 + 0,2 = 0,8 + 0,2 = 1$.

б) $4 \cdot (0,5q - 6) - 14q + 21 = 2q - 24 - 14q + 21 = -12q - 3$: при $q = \frac{1}{3} \Rightarrow -12 \cdot \frac{1}{3} - 3 = -4 - 3 = -7$.

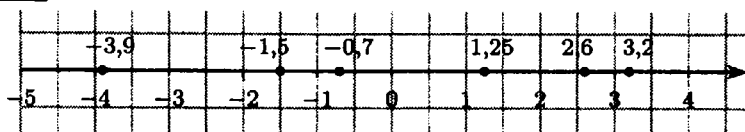
107. а) В первом альбоме a марок, во втором альбоме $a + 15$ марок, в третьем альбоме $3 \cdot (a + 15)$ марок. Тогда всего марок в трёх альбомах: $a + a + 15 + 3 \cdot (a + 15) = 2a + 15 + 3a + 45 = 5a + 60$.

б) Стоимость билета «удача» a . Стоимость билета «надежда» $1,1a$. Стоимость покупки: $8 \cdot 1,1a + 6a = 8,8a + 6a = 14,8a$.

108. а) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} > \frac{1}{6} - \frac{1}{5}$. Так как: $\frac{1}{5} > \frac{1}{6}$; б) $3,7 \cdot \frac{1}{3} < 3,7 : \frac{1}{3}$. Так как: $3,7 : \frac{1}{3} = 3,7 \cdot 3$; в) $5,6 : 2,5 < 5,6 \cdot 2,5$.

109. 160 станков — 100%, 180 станков — $x\% \Rightarrow x = \frac{180 \cdot 100\%}{160} = 112,5\% \Rightarrow 112,5\% - 100\% = 12,5\%$. Ответ: 12,5%.

110.



§3. Уравнения с одной переменной

6. Уравнение и его корни

111. а) $5 \cdot (2x - 1) = 8x + 1$: при $x = 3 \Rightarrow 5 \cdot (2 \cdot 3 - 1) = 25$; $8 \cdot 3 + 1 = 25$, значит $x = 3$ является корнем.

б) $(x - 4)(x + 4) = 7$: при $x = 3 \Rightarrow (3 - 4)(3 + 4) = -7 \neq 7$, значит $x = 3$ не является корнем.

112. а) $x^2 = 10 - 3x \Rightarrow x^2 + 3x = 10$; при $x = -2$; $4 - 6 = -2 \neq 10$; при $x = -1$; $1 - 3 = -2 \neq 10$; при $x = 0$; $0 \neq 10$; при $x = 2$; $4 + 6 = 10$; при $x = 3$; $9 + 9 = 18 \neq 10$, значит 2 — корень уравнения $x^2 = 10 - 3x$.

б) $x \cdot (x^2 - 7) = 6$. при $x = -2$; $-2 \cdot (4 - 7) = -2 \times \times (-3) = 6$; при $x = -1$; $-1 \cdot (1 - 7) = -1 \cdot (-6) = 6$; при $x = 0$; $0 \neq 6$; при $x = 2$; $2 \cdot (4 - 7) = 2 \cdot (-3) = -6 \neq 6$; при $x = 3$; $3 \cdot (9 - 7) = 3 \cdot 2 = 6$, значит -2, -1 и 3 — корни уравнения $x \cdot (x^2 - 7) = 6$.

113. а) $x = 1$; $1 \cdot (1 - 5) = -4 \neq 6$; — не корень уравнения; б) $x = -1$; $-1 \cdot (-1 - 5) = 1 + 5 = 6$; — корень уравнения; в) $x = 6$; $6 \cdot (6 - 5) = 6$; — корень уравнения; г) $x = -6$; $-6 \cdot (-6 - 5) = 6 \cdot 11 = 66 \neq 6$; — не корень уравнения.

114. Подставим каждое из чисел в уравнение $x \times \times (x + 3) \cdot (x - 7) = 0$: при $x = 7$; $7 \cdot (7 + 3) \cdot (7 - 7) = 7 \cdot (7 + 3) \cdot 0 = 0$; при $x = -3$; $-3 \cdot (-3 + 3) \times \times (-3 - 7) = 0$; при $x = 0$; $0 \cdot (0 + 3) (0 - 7) = 0$;

115. Подставим 1,2 и -1,2 в уравнение $x^2 = 1,44$: $1,2^2 = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44$; $(-1,2)^2 = -1,2 \cdot (-1,2) = 1,2 \times \times 1,2 = 1,44$.

116. а) $1,4 \cdot (y + 5) = 7 + 1,4y \Rightarrow 1,4y + 7 = 7 + 1,4y \Rightarrow \Rightarrow 0 = 0$; — корнем уравнения $1,4 \cdot (y + 5) = 7 + 1,4y$ является любое число.

б) $y - 3 = y \Rightarrow y - y = 3$, но $0 \neq 3$, значит уравнение $y - 3 = y$ не имеет корней.

117. а) $2x + 3 = 2x + 8 \Rightarrow 2x - 2x + 3 = 8$; но $3 \neq 8$, значит уравнение $2x + 3 = 2x + 8$ не имеет корней.

б) $2y = y$; $2y - y = 0$; $y = 0$, значит уравнение $2y = y$ имеет корень $y = 0$.

118. 1. $2 \cdot (x + 3) = 2x + 6 \Rightarrow 2x + 6 = 2x + 6$ — корнем данного уравнения является любое число.

2. $2y = 4y \Rightarrow 2y = 0$ — корнем данного уравнения является $y = 0$.

3. $4 \cdot (c - 2) = 3c - 6 \Rightarrow 4c - 8 = 3c - 6 \Rightarrow c = 2$ — корень данного уравнения $c = 2$.

4. $3x + 11 = 3 \cdot (x + 4) \Rightarrow 3x + 11 = 3x + 12 \Rightarrow 11 \neq 12$ — данное уравнение не имеет корней.

119. а) $2x - 10 = 6 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$; б) $16 + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 16 \Rightarrow y = -12$.

120. а) $|x| = 1 \Rightarrow x = 1$ или $x = -1$ — уравнение имеет два корня.

б) $|x| = 0 \Rightarrow x = 0$ — уравнение имеет один корень.

в) $|x| = -5$ — уравнение не имеет корней, так как модуль числа не может быть отрицательным.

г) $|x| = 1,3 \Rightarrow x = 1,3$ или $x = -1,3$ — уравнение имеет два корня.

121. а) Умножим обе части уравнения $0,3x = -4$ на 10. Получим $3x = -40$ — равносильное уравнение с целыми коэффициентами.

б) Прибавим 4 к обеим частям уравнения $5x - 4 = 21$. Получим $5x = 25$ — уравнения вида $ax = b$ где $a = 5$ и $b = 25$.

122. а) $0,4 \cdot (7x - 2) - 1,6 + 1,7x = 2,8x - 0,8 - 1,6 + 1,7x = (2,8x + 1,7x) - (0,8 + 1,6) = 4,5x - 2,4$;

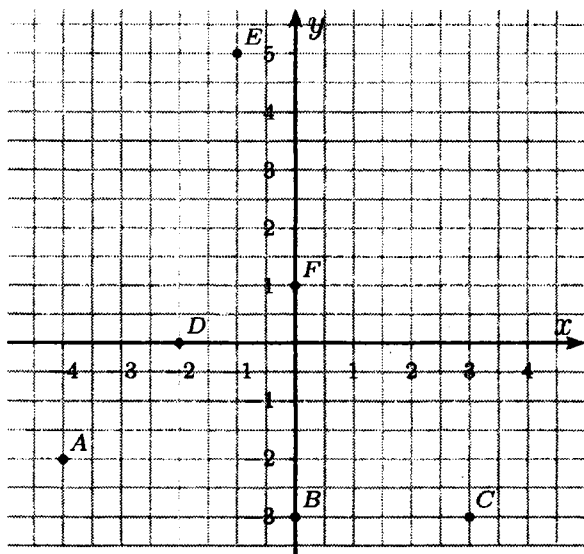
б) $(1,2a - 4) + (40 - 4,8a) = 1,2a - 4 + 40 - 4,8a = (1,2a - 4,8a) + (40 - 4) = -3,6a + 36$;

в) $2,5 \cdot (4 - 3y) - y + 2,3 = 10 - 7,5y - y + 2,3 = (10 + 2,3) - (7,5y + y) = 12,3 - 8,5y$;

г) $(14 - 3,6b) - (12 + 10,4b) = 14 - 3,6b - 12 - 10,4b = (14 - 12) - (3,6b + 10,4b) = 2 - 14b$.

123. $8 \cdot (3 - 3,5m) - 20 + 23m = 24 - 28m - 20 + 23m = (24 - 20) + (-28m + 23m) = 4 - 5m$: при $m = 2,5 \Rightarrow 4 - 5 \cdot 2,5 = 4 - 12,5 = -8,5$; при $m = 1,2 \Rightarrow 4 - 5 \cdot 1,2 = 4 - 6 = -2$; при $m = 40 \Rightarrow 4 - 5 \cdot 40 = 4 - 200 = -196$.

124. $A(2; 4)$, $B(-3; 2)$, $C(-1; -5)$, $D(4; -4)$, $E(0; 2)$, $F(3; 0)$.

125.**7. Линейное уравнение с одной переменной**

126. а) $5x = -60 \Rightarrow x = -\frac{60}{5} = -12$;

б) $-10x = 8 \Rightarrow x = -\frac{8}{10} = -0,8$;

в) $7x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$;

г) $6x = -50 \Rightarrow x = -\frac{50}{6} = -8\frac{2}{6} = -8\frac{1}{3}$;

д) $-9x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$;

е) $0,5x = 1,2 \Rightarrow x = \frac{1,2}{0,5} = \frac{12}{5} = 2,4$;

ж) $0,7x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{0,7} = 0$;

з) $-1,5x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{1,5} = -\frac{60}{15} = -4$;

и) $42x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{42}$.

127. а) $\frac{1}{3}x = 12 \Rightarrow x = 12 \cdot 3 = 36$;

б) $\frac{2}{3}y = 9 \Rightarrow y = 9 \cdot \frac{3}{2} = 13,5$;

в) $-4x = \frac{1}{7} \Rightarrow x = -\frac{1}{7 \cdot 4} = -\frac{1}{28}$;

г) $5y = -\frac{5}{8} \Rightarrow y = -\frac{5}{8 \cdot 5} = -\frac{1}{8}$;

д) $\frac{1}{6}y = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$;

е) $\frac{2}{7}x = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \cdot 0 = 0$.

- 128.** а) $5x - 150 = 0 \Rightarrow 5x = 150 \Rightarrow x = \frac{150}{5} = 30$;
 б) $48 - 3x = 0 \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = \frac{48}{3} = 16$;
 в) $-1,5x - 9 = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x = -9 \Rightarrow x = \frac{-9 \cdot 2}{3} = -6$;
 г) $12x - 1 = 35 \Rightarrow 12x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{12} = 3$;
 д) $-x + 4 = 47 \Rightarrow -x = 43 \Rightarrow x = -43$;
 е) $1,3x = 54 + x \Rightarrow 0,3x = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{0,3} = \frac{540}{3} = 180$;
 ж) $7 = 6 - 0,2x \Rightarrow 0,2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{10}{2} = -5$;
 з) $0,15x + 6 = 51 \Rightarrow 0,15x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{0,15} = \frac{4500}{15} = 300$;
 и) $-0,7x + 2 = 65 \Rightarrow 0,7x = -63 \Rightarrow x = -\frac{63}{0,7} = -\frac{630}{7} = -90$.
- 129.** а) $2x + 9 = 13 - x \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;
 б) $14 - y = 19 - 11y \Rightarrow 10y = 5 \Rightarrow y = 0,5$;
 в) $0,5a + 11 = 4 - 3a \Rightarrow 3,5a = -7 \Rightarrow a = -\frac{7}{3,5} = -2$;
 г) $1,2n + 1 = 1 - n \Rightarrow 2,2n = 0 \Rightarrow n = 0$;
 д) $1,7 - 0,3m = 2 + 1,7m \Rightarrow 2m = -0,3 \Rightarrow m = -0,15$;
 е) $0,8x + 14 = 2 - 1,6x \Rightarrow 2,4x = -12 \Rightarrow x = -\frac{12}{2,4} = -5$;
 ж) $15 - p = \frac{1}{3}p - 1 \Rightarrow \frac{4}{3}p = 16 \Rightarrow p = 16 \cdot \frac{3}{4} = 12$;
 з) $1\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{3}x + 1 \Rightarrow x = -3$;
 и) $z - \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow z = 0$;
 к) $x - 4x = 0 \Rightarrow -3x = 0 \Rightarrow x = 0$;
 л) $x = -x \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$;
 м) $5y = 6y \Rightarrow y = 0$.
- 130.** а) $3x - 8 = x + 6 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$;
 б) $7a - 10 = 2 - 4a \Rightarrow 11a = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$;
 в) $\frac{1}{6}y - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}y \Rightarrow \frac{1}{6}y + \frac{3}{6}y = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{6}y = \frac{7}{2} \Rightarrow y = \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$;
 г) $2,6 - 0,2b = 4,1 - 0,5b \Rightarrow 0,3b = 1,5 \Rightarrow b = \frac{1,5}{0,3} = 5$;
 д) $p - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}p \Rightarrow \frac{1}{2}p = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} \Rightarrow p = \frac{5}{8} \cdot 2 = 1,25$;
 е) $0,8 - y = 3,2 + y \Rightarrow 2y = -2,4 \Rightarrow y = -\frac{2,4}{2} = -1,2$;
 ж) $\frac{2}{7}x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{4} = 1,75$;
 з) $2x - 0,7x = 0 \Rightarrow 1,3x = 0 \Rightarrow x = 0$.

131. а) $(y + 4) - (y - 1) = 6y \Rightarrow y + 4 - y + 1 = 6y \Rightarrow 6y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{6}$; б) $3p - 1 - (p + 3) = 1 \Rightarrow 3p - 1 - p - 3 = 1 \Rightarrow 2p = 5 \Rightarrow p = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$; в) $6x - (7x - 12) = 101 \Rightarrow 6x - 7x + 12 = 101 \Rightarrow -x = 89 \Rightarrow x = -89$; г) $20x = 19 - (3 + 12x) \Rightarrow 20x = 19 - 3 - 12x \Rightarrow 32x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$.

132. а) $(13x - 15) - (9 + 6x) = -3x \Rightarrow 13x - 15 - 9 - 6x + 3x = 0 \Rightarrow 10x = 24 \Rightarrow x = 2,4$;
б) $12 - (4x - 18) = (36 + 4x) + (18 - 6x) \Rightarrow 12 - 4x + 18 = 36 + 4x + 18 - 6x \Rightarrow 4x - 6x + 4x = 18 + 12 - 36 - 18 \Rightarrow 2x = -24 \Rightarrow x = -12$.

в) $1,6x - (x - 2,8) = (0,2x + 1,5) - 0,7 \Rightarrow 1,6x - x + 2,8 = 0,2x + 1,5 - 0,7 \Rightarrow 1,6x - x - 0,2x = 1,5 - 0,7 - 2,8 \Rightarrow 0,4x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{0,4} = -\frac{20}{4} = -5$;
г) $(0,5x + 1,2) - (3,6 - 4,5x) = (4,8 - 0,3x) + (10,5x + 0,6) \Rightarrow 0,5x + 1,2 - 3,6 + 4,5x = 4,8 - 0,3x + 10,5x + 0,6 \Rightarrow 10,5x - 0,3x - 4,5x - 0,5x = 1,2 - 3,6 - 4,8 - 0,6 \Rightarrow 5,2x = -7,8 \Rightarrow x = -\frac{7,8}{5,2} = -\frac{78}{52} = -1\frac{26}{52} = -1\frac{1}{2}$.

133. а) $5x + (3x - 3) = 6x + 11 \Rightarrow 5x + 3x - 3 = 6x + 11$.
 $8x - 6x = 11 + 3 \Rightarrow 2x = 14$.
 $x = 7$.

б) $3a - (10 + 5a) = 54 \Rightarrow 3a - 10 - 5a = 54$.
 $-2a = 64 \Rightarrow a = -32$.

в) $(x - 7) - (2x + 9) = -13 \Rightarrow x - 7 - 2x - 9 = -13$.
 $-x - 16 = -13 \Rightarrow x = -3$.

г) $0,6 + (0,5y - 1) = y + 0,5 \Rightarrow 0,6 + 0,5y - 1 = y + 0,5$.
 $0,5y = -0,9 \Rightarrow y = -\frac{0,9}{0,5} = -\frac{9}{5} = -1,8$.

134. а) $8b - 27 = 5 \Rightarrow 8b = 32 \Rightarrow b = \frac{32}{8} = 4$;
б) $8b - 27 = -11 \Rightarrow 8b = 16 \Rightarrow b = \frac{16}{8} = 2$.
в) $8b - 27 = 1,8 \Rightarrow 8b = 28,8 \Rightarrow b = \frac{28,8}{8} = 3,6$.
г) $8b - 27 = -1 \Rightarrow 8b = 26 \Rightarrow b = \frac{26}{8} = 3,25$.

135. а) $2m - 13 = m + 3 \Rightarrow m = 16$; б) $3 - 5c + 1 = 1 - c \Rightarrow 4c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{4}$; в) $2x + 1 - 20 = 8x + 5 \Rightarrow 6x = 1 - 20 - 5 \Rightarrow 6x = -24 \Rightarrow x = -\frac{24}{6} = -4$; г) $3x = 45 - 10x \Rightarrow 13x = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{13} = 3\frac{6}{13}$; д) $9 - y = 2y \Rightarrow 3y = 9 \Rightarrow y = 3$.

136. а) $5y + 3 = 36 - y \Rightarrow 6y = 33 \Rightarrow y = \frac{33}{6} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$; б) $7y - 2 = 2y + 10 \Rightarrow 5y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$; в) $1,7y + 37 = 9,3y - 25 - 14 \Rightarrow 9,3y - 1,7y = 37 + 25 + 14 \Rightarrow 7,6y = 76 \Rightarrow y = \frac{76}{7,6} = 10$.

137. а) $2x + 5 = 2 \cdot (x + 1) + 11 \Rightarrow 2x + 5 = 2x + 2 + 11 \Rightarrow 2x - 2x = 2 + 11 - 5 \Rightarrow 0 \neq 8$ — данное уравнение не имеет решений.

б) $5 \cdot (2y - 4) = 2 \cdot (5y - 10) \Rightarrow 10y - 20 = 10y - 20 \Rightarrow 10y - 10y = 20 - 20 \Rightarrow 0 = 0$ — корнем данного уравнения является любое число.

в) $3y - (y - 19) = 2y \Rightarrow 3y - y + 19 = 2y \Rightarrow 3y - y - 2y = -19 \Rightarrow 0 \neq -19$ — данное уравнение не имеет решений.

г) $6x = 1 - (4 - 6x) \Rightarrow 6x = 1 - 4 + 6x \Rightarrow 6x - 6x = -3 \Rightarrow 0 \neq -3$ — данное уравнение не имеет решений.

138. а) $15 \cdot (x + 2) - 30 = 12x \Rightarrow 15x + 30 - 30 = 12x \Rightarrow 15x = 12x \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$;

б) $6 \cdot (1 + 5x) = 5 \cdot (1 + 6x) \Rightarrow 6 + 30x = 5 + 30x \Rightarrow 30x - 30x = 5 - 6 \Rightarrow 0 \neq -1$ — данное уравнение не имеет решений.

в) $3y + (y - 2) = 2 \cdot (2y - 1) \Rightarrow 3y + y - 2 = 4y - 2 \Rightarrow 4y - 4y = 2 - 2 \Rightarrow 0 = 0$ — корнем данного уравнения является любое число.

г) $6y - (y - 1) = 4 + 5y \Rightarrow 6y - y + 1 = 4 + 5y \Rightarrow 5y - 5y = 4 - 1 \Rightarrow 0 \neq 3$ — данное уравнение не имеет решений.

139. а) $-5 < y < 2$. $y \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$;

б) $28 \leq y \leq 31$, 2. $y \in \{28; 29; 30; 31\}$.

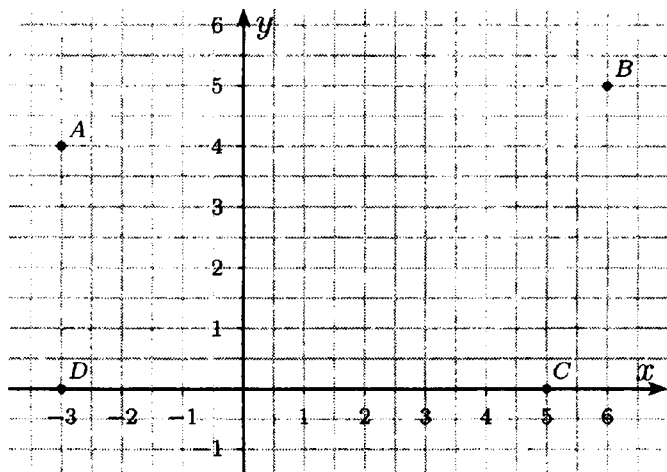
140. а) $7,8 < 7,85 < 7,9$;

б) $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$; $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$; $\frac{1}{4} < \frac{7}{24} < \frac{1}{3}$.

в) $-0,4 < -0,35 < 0,3$;

г) $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$; $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$; $\frac{2}{3} < \frac{17}{24} < \frac{3}{4}$.

141.



142. а) $6,8c - (3,6c + 2,1) = 6,8c - 3,6c - 2,1 = 3,2c - 2,1$; при $c = 2,5 \Rightarrow 3,2 \cdot 2,5 - 2,1 = 8 - 2,1 = 5,9$.

б) $4,4 - (9,6 - 1,2m) = 4,4 - 9,6 + 1,2m = 1,2m - 5,2$;
при $m = -3,5 \Rightarrow 1,2 \cdot (-3,5) - 5,2 = -4,2 - 5,2 = -9,4$.

8. Решение задач с помощью уравнений

143. Пусть в первой кассе продали x билетов, тогда во второй продали $x + 36$. Тогда в первой и второй продали $x + x + 36 = 2x + 36$ билетов.

Значит $2x + 36 = 392 \Rightarrow 2x = 356 \Rightarrow x = 178$ — продали билетов в первой кассе. $x + 36 = 214$ — продали билетов во второй кассе. Ответ: 178 и 214 билетов.

144. Пусть на Парковой улице было восстановлено x домов. Значит на Молодёжной улице восстановили

$x + 3$ дома. На двух улицах восстановили $x + x + 3 = 2x + 3$ домов. $2x + 3 = 19 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$ — восстановили на Парковой улице. $x + 3 = 11$ — восстановили на Молодёжной улице. Ответ: 8 восстановили на Парковой улице и 11 восстановили на Молодёжной улице.

145. Пусть одна из равных сторон треугольника x вторая равная ей тоже x , тогда третья сторона $x - 2,9$. Значит $x + x + x - 2,9 = 16 \Rightarrow 3x = 18,9 \Rightarrow x = 6,3 \Rightarrow x - 2,9 = 3,4$. Ответ: 6,3 см 6,3 см и 3,4 см.

146. Пусть протяжённость первого туннеля x , длинна второго тогда $x + 17$. Протяжённость двух туннелей равна: $6940 - 703 = 6237$.

Значит $x + 17 + x = 6237 \Rightarrow 2x = 6220 \Rightarrow x = 3110 \Rightarrow x + 17 = 3127$. Ответ: 3110 и 3127 метров.

147. Пусть первый жертвователь дал x рупий, тогда второй $2x$, третий $3 \cdot (2x) = 6x$ и четвёртый $4 \times (3 \cdot (2x)) = 4 \cdot (6x) = 24x$. Вместе они дали 132 рупий.

Значит $x + 2x + 6x + 24x = 132 \Rightarrow 3x + 30x = 132 \Rightarrow 33x = 132 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow 24x = 96$. Ответ: 4, 8, 24, и 96 рупий.

148. Пусть второй изготовил x деталей, тогда первый изготовил $1,15x$ деталей.

Значит $x + 1,15x = 86 \Rightarrow 2,15x = 86 \Rightarrow x = \frac{86}{2,15} = 40 \Rightarrow 1,15x = 46$. Ответ: первый изготовил 46 деталей, второй изготовил 40 деталей.

149. Пусть прибыль, полученная в первом квартале x , тогда во втором $1,1x$. Прибыль за два квартала составила 126 000 р, значит $1,1x + x = 126\,000 \Rightarrow 2,1x = 126\,000 \Rightarrow x = 60\,000 \Rightarrow 1,1x = 66\,000 \Rightarrow 60\,000 + 66\,000 = 126\,000$. Ответ: в первом квартале 60 000 р.

150. Пусть первая школа получила x компьютеров, тогда вторая $x + 6$ и третья $x + 6 + 10$. Три школы получили 70 компьютеров, значит $x + x + 6 + x + 6 + 10 = 70 \Rightarrow 3x + 22 = 70 \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow x + 6 = 22 \Rightarrow x + 6 + 10 = 32$. Ответ: первая школа получила 16, вторая 22 и третья 32 компьютеров.

151. Пусть на шапку ушло x граммов шерсти, тогда на свитер $5x$ и на шарф $x - 5$. На свитер, шапку и на шарф израсходовали 555 г шерсти, значит $x + 5x + x - 5 = 555 \Rightarrow 7x = 560 \Rightarrow x = 80 \Rightarrow 5x = 400 \Rightarrow x - 5 = 75$. Ответ: На шапку ушло 80 г, на свитер 400 г и на шарф 75 г.

152. Пусть на первой полке будет x книг, тогда на второй $x + 8$ и на третьей $x - 5$. Всего нужно расположить 158 книг.

Значит $x + x + 8 + x - 5 = 158 \Rightarrow 3x = 155$. 155 не делится на цело на 3 так как сумма цифр равна 11 и не кратна 3. (Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.)

Значит нельзя расположит 158 книг на трёх полках как сказано в условии. Ответ: нельзя.

153. Пусть в первом ящике x банок, тогда в третьем $x + 9$ и во втором $x + 9 - 4$. Всего нужно разложить 59 банок в 3 ящика.

Значит $x + x + 9 + x + 9 - 4 = 59 \Rightarrow 3x = 45 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow x + 9 = 24 \Rightarrow x + 9 - 4 = 20$. Ответ: можно разложить.

154. Пусть изначально на первом участке было $5x$ кустов малины, тогда на втором x . После того как с первого участка пересадили на второй 22 куста, на первом стало $5x - 22$ кустов, а на втором $x + 22$ кустов и кустов на двух участках стало поровну.

Значит $5x - 22 = x + 22 \Rightarrow 4x = 44 \Rightarrow x = 11 \Rightarrow 5x = 55$. Ответ: на первом участке было 55 кустов, на втором 11 кустов.

155. Пусть скорость теплохода равна v_t , а скорость течения реки v_p . Скорость теплохода относительно берега против течения реки равна $v_t - v_p$. Скорость теплохода относительно берега по течению реки равна $v_t + v_p$.

За 9 ч по течению реки теплоход проходит тот же путь, что за 11 ч против течения и скорость течения реки $v_p = 2$ км/ч. Значит $11 \cdot (v_t - 2) = 9 \cdot (v_t + 2) \Rightarrow \Rightarrow 11v_t - 22 = 9v_t + 18 \Rightarrow 2v_t = 40 \Rightarrow v_t = 20$. Ответ: $v_t = 20$ км/ч.

156. Пусть скорость машин равняется v . Если первая увеличит скорость на 10 км/ч, то её скорость будет равна $v + 10$ км/ч, а если вторая уменьшит скорость на 10 км/ч, то её скорость будет равна $v - 10$ км/ч, и первая пройдёт за 2 ч столько же, сколько вторая пройдёт за 3 ч.

Значит $2 \cdot (v + 10) = 3 \cdot (v - 10) \Rightarrow 2v + 20 = 3v - 30 \Rightarrow \Rightarrow v = 50$ км/ч. Ответ: 50 км/ч начальная скорость машин.

157. Пусть t дней первый человек будет в пути. Так как второй человек вышел на 1 день позже, в пути он будет $t - 1$ дней.

Значит $40t = 45 \cdot (t - 1) \Rightarrow 40t = 45t - 45 \Rightarrow 5t = 45 \Rightarrow t = 9 \Rightarrow t - 1 = 8$. Ответ: за 8 дней второй человек догонит первого.

158. Пусть плотников было x , тогда маляров было $2,5x$. Прораб включил в бригаду ещё 4 маляров, их стало $2,5x + 4$, двух плотников перевёл на другой объект, их стало $2,5x - 2$. В результате маляров в бригаде оказалось в 4 раза больше, чем плотников.

Значит $2,5x + 4 = 4 \cdot (x - 2) \Rightarrow 2,5x + 4 = 4x - 8 \Rightarrow 1,5x = 12 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow 2,5x = 20$. Ответ: 8 плотников и 20 маляров было в бригаде первоначально.

159. 1-е решение. Пусть в классе x девочек, значит мальчиков $\frac{4}{5}x$. Число мальчиков и девочек целые, значит число девочек обязательно должно быть кратным 5. В классе тогда всего учатся $x + \frac{4}{5}x = 1\frac{4}{5}x$.

2-е решение. Пусть в классе x мальчиков, значит девочек $\frac{5}{4}x$. Число мальчиков и девочек целые, значит число мальчиков обязательно должно быть кратным 4. В классе тогда всего учатся $x + \frac{5}{4}x = 2\frac{1}{4}x$.

3-е решение. Пусть в классе x учащихся. Отношение числа девочек к числу 5 : 4 значит девочек $\frac{5}{9}x$, а мальчиков $\frac{4}{9}x$. Число учащихся должно быть кратно 9.

1) Число учащихся 9, 18, 27, 36.

2) Если учеников 27, тогда мальчиков 12, девочек 15.

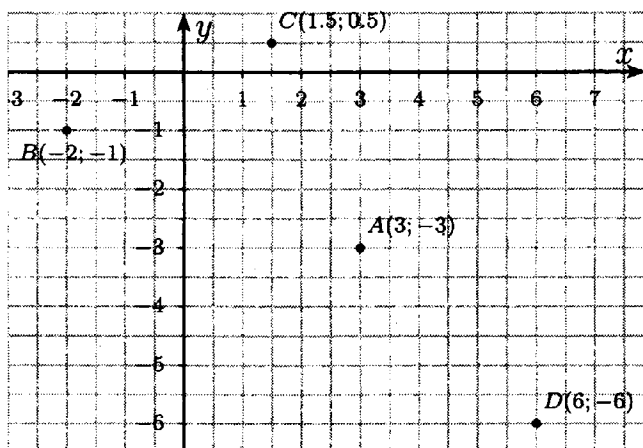
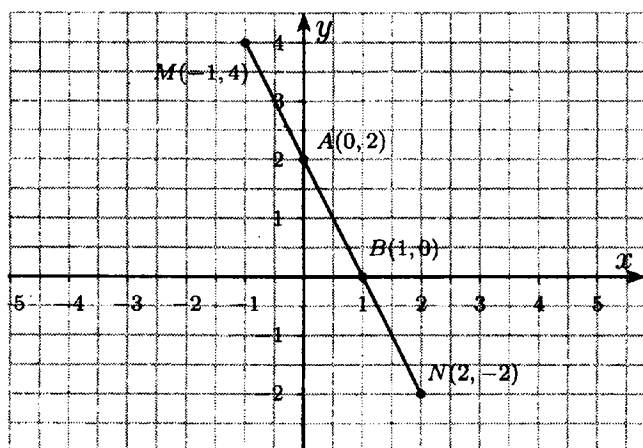
160. Пусть изначально в корзине было x кг винограда, а в ящике тогда $2x$ кг. В корзину добавили ещё 2 кг, и в ней стало винограда на 0,5 кг больше, чем в ящике. Значит $x + 2 = 2x + 0,5 \Rightarrow x = 1,5$. Ответ: 1,5 кг.

161. Пусть первый арбуз весит x кг, второй арбуз весит $x + 2$ кг, поскольку первый арбуз на 2 кг легче, чем первый. Третий $5x$ поскольку в 5 раз тяжелее первого. Первый и третий арбузы вместе в 3 раза тяжелее, чем второй.

Значит $x + 5x = 3 \cdot (x + 2) \Rightarrow 6x = 3x + 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x + 2 = 4 \Rightarrow 5x = 10$. Ответ: первый арбуз 2 кг, второй 4 кг и третий 10 кг.

162. Пусть из первого взяли x кг сахара, тогда из второго $3x$. После того как из мешков взяли сахар в одном стало в 2 раза меньше сахара чем в другом. Из первого мешка взяли меньше сахара, поэтому, в нём осталось больше сахара.

Значит $\frac{50-x}{50-3x} = 2 \Rightarrow 50 - x = 2 \cdot (50 - 3x) \Rightarrow 50 - x = 100 - 6x \Rightarrow 5x = 50 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow 3x = 30 \Rightarrow 50 - 10 = 40 \Rightarrow 50 - 30 = 20$. Ответ: 20 кг и 40 кг.

163.**164.**

165. $-0,5 \cdot (7b - 12a) - (8,4a - 14b) = -3,5b + 6a - 8,4a + 14b = 10,5b - 2,4a$: при $a = -10$. и $b = -6 \Rightarrow \Rightarrow 10,5 \cdot (-6) - 2,4 \cdot (-10) = 24 - 63 = -39$.

166. а) $-3,52 \cdot 1,7 < 0$. Так как $3,52 \cdot 1,7 > 0$;
б) $(-2,88) : (-0,9) = 2,88 : 0,9 > 0$; в) $42\frac{3}{7} - 53\frac{2}{3} <$

< 0 . Так как $42\frac{3}{7} < 53\frac{2}{3}$; г) $\frac{6,4-6\frac{2}{3}}{8} = \frac{6,4-6,4}{8} = \frac{0}{8} = 0$;
 д) $\frac{17\frac{1}{3}-17\frac{5}{6}}{7} = \frac{17\frac{2}{6}-17\frac{5}{6}}{7} = \frac{-17\frac{1}{2}}{7} < 0$; е) $\frac{1-2\frac{1}{3}}{1+2\frac{1}{3}} = \frac{-1\frac{1}{3}}{3\frac{1}{3}} < 0$.

§4. Статистические характеристики

9. Среднее арифметическое, размах и мода

167. а) среднее арифметическое $\frac{24+22+27+20+16+31}{6} = \frac{140}{6} = 23\frac{2}{6} = 23\frac{1}{3}$. Наибольшее число: 31. Наименьшее число: 16. Размах ряда: $31 - 16 = 15$.

б) среднее арифметическое $\frac{30+5+23+5+28+30}{6} = \frac{121}{6} = 20\frac{1}{6}$. Наибольшее число: 30. Наименьшее число: 5. Размах ряда: $30 - 5 = 25$.

в) среднее арифметическое $\frac{15+17+19+25+17+15}{6} = \frac{108}{6} = 18$. Наибольшее число: 25. Наименьшее число: 15. Размах ряда: $25 - 15 = 10$.

г) среднее арифметическое $\frac{40+35+30+25+30+35}{6} = \frac{195}{6} = 32\frac{3}{6} = 32\frac{1}{2}$. Наибольшее число: 40. Наименьшее число: 25. Размах ряда: $40 - 25 = 15$.

168. а) среднее арифметическое $\frac{32+26+18+26+15+21+26}{7} = \frac{164}{7} = 23\frac{3}{7}$. Наибольшее число: 32. Наименьшее число: 15. Размах ряда: $32 - 15 = 17$. Мода ряда: 26.

б) среднее арифметическое $\frac{21+18,5+25,3+18,5+17,9}{5} = \frac{101,2}{5} = 20,24$. Наибольшее число: 25,3. Наименьшее число: 17,9. Размах ряда: $25,3 - 17,9 = 7,4$. Мода ряда: 18,5.

в) среднее арифметическое $\frac{67,1+68,2+67,1+70,4+68,2}{5} = \frac{341}{5} = 68,2$. Наибольшее число: 70,4. Наименьшее число: 67,1. Размах ряда: $70,4 - 67,1 = 3,3$. Моды ряда: 67,1 и 68,2.

г) среднее арифметическое $\frac{0,6+0,8+0,5+0,9+1,1}{5} = \frac{3,9}{5} = 0,78$. Наибольшее число: 1,1. Наименьшее число: 0,5. Размах ряда: $1,1 - 0,5 = 0,6$. Моды ряда нет.

169. Выполните задание самостоятельно.

170. а) Размах увеличиться, потому что наибольшее число увеличиться. Мода ряда не измениться, так как мы дополняем числом, превосходящим все остальные, значит оно будет встречаться только один раз.

б) Размах уменьшиться, потому что наименьшее число увеличиться. Мода ряда не измениться, так как мы вычеркнули из него число, меньше всех остальных значит это число в ряде не повторяется.

в) Размах не измениться, потому что наибольшее и наименьшее число не изменились. Мода не измениться либо станет равным наибольшему числу.

171.
$$\frac{85+80+74+61+54+34+32+32+62+78+81+82}{12} = \frac{755}{12} = 62\frac{11}{12}$$
 кВт-ч.

172.
$$\frac{275+286+250+290+296+315+325}{7} = \frac{2037}{7} = 291 \text{ кг.}$$

173. Сумма чисел данного арифметического ряда равна $10 \cdot 15 = 150$. К этому ряду приписали 37, значит сумма чисел нового ряда стала $150 + 37 = 187$. Число членов ряда увеличилось на 1 и стало равным $10 + 1 = 11$. Среднее арифметическое нового ряда чисел: $\frac{187}{11} = 17$.

174. Сумма чисел данного арифметического ряда равна $9 \cdot 13 = 117$. Из этого ряда вычеркнули число 3, значит сумма чисел нового ряда стала $117 - 3 = 114$. Число членов ряда уменьшилось на 1 и стало равным $9 - 1 = 8$. Среднее арифметическое нового ряда чисел: $\frac{114}{8} = 14,25$.

175. Ряд состоит из 7 чисел. Значит сумма чисел данного арифметического ряда равна $14 \cdot 7 = 98$. Пусть число, которое не известно x . Значит $x + 2 + 7 + 10 + 18 + 19 + 27 = 98 \Rightarrow x + 83 = 98 \Rightarrow x = 15$.

176. Ряд состоит из 6 чисел. Пусть пропущенное число x . Значит сумма ряда $3 + 8 + 15 + 30 + 24 + x = 80 + x$.

а) Среднее арифметическое ряда 18. Значит $\frac{80+x}{6} = 18 \Rightarrow 80 + x = 108 \Rightarrow x = 28$.

б) Размах ряда равен 40. Размах ряда без x равен: $30 - 3 = 27$. Значит x наибольшее или наименьшее число ряда.

1) x — наибольший член ряда. Тогда, $x - 3 = 40 \Rightarrow x = 43$.

2) x — наименьший член ряда. Тогда, $30 - x = 40 \Rightarrow x = -10$.

177. Среднее арифметическое:

$\frac{38+42+36+45+48+45+45+42+40+47+39}{11} = \frac{467}{11} = 42\frac{5}{11}$ — среднее количество деталей, изготавливаемое рабочими за смену.

Размах ряда: $48 - 36 = 12$ — на сколько больше деталей изготавливает за смену лучший рабочий, чем худший.

Мода: 45 — наиболее часто изготавливаемое рабочими за смену количество деталей.

178. Среднее арифметическое:

$\frac{5,2+5,4+5,5+5,4+5,1+5,1+5,4+5,5+5,3}{9} = \frac{47,9}{9} = 5\frac{2,9}{9} = 5\frac{29}{90} \approx 5,3$ — средний балл.

Размах: $5,5 - 5,1 = 0,4$ — разница между лучшей и худшей оценкой.

Мода: 5,4 — наиболее типичная оценка.

179. Средний балл равен среднему арифметическому, а наиболее типичная оценка равна моде. Среднее арифметическое оценок: Ильина — $\frac{9 \cdot 4 + 6 \cdot 5}{15} = \frac{66}{15} = 4,4$; Семёнова — $\frac{9 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{15} = \frac{52}{15} = 3\frac{7}{15}$; Попова — $\frac{10 \cdot 5 + 5 \cdot 4}{15} = \frac{70}{15} = 4\frac{2}{3}$; Романова — $\frac{4 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 5}{15} = \frac{57}{15} = 3,8$.

Наиболее типичная оценка: Ильин 4, Семёнов 3, Попов 5, Романов 4.

180. Средняя урожайность пшеницы в этом хозяйстве арифметической прогрессии, в которой число слагаемых прогрессии равно сумме площадей трёх участков,

а в роли членов арифметической прогрессии выступает средняя урожайность с каждого 1 га. $\frac{12 \cdot 18 + 8 \cdot 19 + 6 \cdot 23}{12 + 8 + 6} = \frac{216 + 152 + 138}{26} = \frac{506}{26} = 19\frac{6}{13}$ ц с 1 га. Нет, нельзя.

181. Среднее арифметическое: $\frac{1+2+2+3+1+0+2+1+3+2}{10} = \frac{17}{10} = 1,7$ — среднее число бракованных деталей в ящике. Размах: $3 - 0 = 3$ — разница между ящиками с максимальным и минимальным числом бракованных деталей. Мода: 2 — наиболее частое количество бракованных деталей в одном ящике.

182. Размах ряда: $9 - 3 = 6$ — на сколько выстрелов больше попал в цель лучший стрелок по сравнению худшим. Мода ряда: 6 — наиболее часто встречающееся число попаданий в цель среди участников.

183. Средняя температура: $\frac{-2-1-3+0+1+2+2+3+4+3}{10} = 0,9^\circ\text{C}$.

Число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Отклонение	—	—	—	—	0,1	1,1	1,1	2,1	3,1	2,1
	-2,9	-1,9	-3,9	-0,9						

184. 1) Игорь старше Олега, потому что после увольнения Олега и прихода Игоря средний возраст сотрудников отдела стал больше. 2) $30,5 \cdot 12 = 366$. 3) $366 - 20 + x = 346 + x$. 4) $\frac{346+x}{12} = 31$ 5) $346 + x = 372 \Rightarrow x = 26$. 6) Да.

185. Пусть в первый день ученик прочитал x страниц, тогда во второй день $1,2x$ и в третий $1,2x + 24$. $x + 1,2x + 1,2x + 24 = 296 \Rightarrow 3,4x = 272 \Rightarrow x = 80$. Ответ: 80 страниц.

10. Медиана как статистическая характеристика

186. а) 41; б) 207; в) $\frac{20+22}{2} = 21$; г) $\frac{2,6+3,2}{2} = 2,9$.

187. а) Среднее арифметическое: $\frac{3,8+6,4+6,8+7,2+7,2}{5} = \frac{31,4}{5} = 6,28$. Медиана: 6,8.

б) Среднее арифметическое: $\frac{12,6+16,4+21,6+37,3}{4} = \frac{87,9}{4} = 21,975$. Медиана: $\frac{16,4+21,6}{2} = \frac{38}{2} = 19$.

188. а) да; б) нет; в) нет; г) да.

189. Упорядоченный ряд: 136, 149, 156, 158, 168, 178, 179, 185, 185, 185, 194. Медиана: 178. Выработка за месяц была больше медианы членов бригады под номерами: 1, 2, 3, 4, 10.

190. Упорядоченный ряд: 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 8, 10, 10, 10, 12, 25. Медиана: $\frac{4+5}{2} = 4,5$. Число приобретённых акций не превосходит медиану у сотрудников под номерами: 2, 4, 5, 8, 9, 10, 15, 16.

191. Упорядоченный ряд: 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6. Медиана: 1. Среднее арифметическое: $\frac{1 \cdot 6 + 2 \cdot 2 + 3 + 4 + 5 \cdot 2 + 6}{15} = \frac{6 + 4 + 7 + 10 + 6}{15} = \frac{33}{15} = 2,2$ — среднее количество сорных семян в одном пакете.

192. Упорядоченный ряд: 30, 31, 32, 32, 32, 32, 32, 32, 33, 35, 35, 36, 36, 36, 38, 38, 38, 40, 40, 42. Размах ряда: $42 - 30 = 12$. Мода: 32. Медиана: 35.

193. Упорядоченный ряд: 0, 0, 0, 0, 21, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 37, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 40, 40, 40, 42, 43, 44, 49, 50, 52, 54, 56, 58, 64. Среднее арифметическое: $(21 + 24 + 25 + 31 + 32 + 34 + 35 + 37 + 38 \cdot 4 + 39 \cdot 2 + 40 \cdot 3 + 42 + 43 + 44 + 49 + 50 + 52 + 54 + 56 + 58 + 64) : 31 = 1101 : 31 = 35\frac{16}{31}$. Размах ряда: $64 - 0 = 64$. Медиана: 38. Мода: 38.

194. $a = -3,5$, $b = 12,6 \Rightarrow 12a - 5b = 12 \cdot (-3,5) - 5 \cdot 12,6 = -42 - 63 = -105$; $8a - 2b = 8 \cdot (-3,5) - 2 \cdot (12,6) = -28 - 25,2 = -53,2 \Rightarrow -105 < -53,2$.

195. а) $6 \cdot (y - 1) = 9,4 - 1,7y \Rightarrow 6y - 6 = 9,4 - 1,7y \Rightarrow 7,7y = 15,4 \Rightarrow y = \frac{15,4}{7,7} = 2$.

б) $3 \cdot (2,4 - 1,1m) = 2,7m + 3,2 \Rightarrow 7,2 - 3,3m = 2,7m + 3,2 \Rightarrow 6m = 4 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$.

11. Формулы

196. $b = 1,067a$: а) $a = 6$ вёрст. $b = 1,067a = 1,067 \times 6 = 6,402$ км; б) $a = 12,5$ вёрст. $b = 1,067a = 1,067 \times 12,5 = 13,3375$ км; в) $a = 104$ версты. $b = 1,067a = 1,067 \cdot 104 = 110,968$ км.

197. $p = 16,38m$; $m = 3$ пуда; $p = 16,38m = 16,38 \times 3 = 49,14$ кг; $m = 20,5$ пуда; $p = 16,38m = 16,38 \times 20,5 = 335,79$ кг.

198. $c = 0,454f$: а) $f = 8$ фунтов. $c = 0,454f = 0,454 \cdot 8 = 3,632$ кг; б) $f = 30,5$ фунта; $c = 0,454f = 0,454 \cdot 30,5 = 13,847$ кг.

199. Пусть, длинна прямоугольника равняется a , а длинна b . Площадь прямоугольника равняется $S = a \cdot b$.
а) Если длину и ширину прямоугольника уменьшить на 10%, то они станут равными соответственно $0,9a$ и $0,9b$. Значит $S = 0,9a \cdot 0,9b = 0,81ab \Rightarrow 1 - 0,81 = 0,19 = 19\%$. Площадь треугольника уменьшится на 19%.

б) Длинна будет равна $1,3a$, ширина $0,7b \Rightarrow S = 1,3a \cdot 0,7b = 0,91ab \Rightarrow 1 - 0,91 = 0,09 = 9\%$. Площадь треугольника уменьшится на 9%.

200. Пусть, длинна ребра куба равна x , после увеличения на 20% ребро будет равно $1,2x$. Объём куба изначально был равен: a^3 . Объём куба после увеличения: $(1,2a)^3 = 1,728a^3$.
 $1,728 - 1 = 0,728 = 72,8\%$. Объём куба увеличиться на 72,8%.

201. Цену на товар сначала повысили на 15% , стоимость товара стала $1,15a = c$. Затем снизили на 15%, стоимость товара стала $b = (1 - 0,15)c = 0,85c = 0,85 \cdot 1,15a = 0,9775a$; $a > 0,9775a$; $a > b$.
Ответ: 1. $a > b$.

202. Пусть изначально костюм стоил a . После того как цену снизили на 20% стоимость костюма стала $b = (1 - 0,2)a = 0,8a$. c — насколько нужно увеличить в % цену, чтобы вернуться к первоначальной стоимости. Значит $(1 + c) \cdot b = a \Rightarrow 0,8a + 0,8ac = a \Rightarrow 0,8 + 0,8c = 1 \Rightarrow 0,8c = 0,2 \Rightarrow c = 0,25$. Ответ: На 25%.

203. Пользуясь формулой: $c = \frac{5 \cdot (f - 32)}{9}$, где f — температура в градусах Фаренгейта, c — температура в градусах Цельсия. Выразим переменную f через c ; $9c = 5f - 160 \Rightarrow 5f = 9c + 160 \Rightarrow f = \frac{9c + 160}{5} = 1,8c + 32$.

а) $c = 4^\circ\text{C}$; $f = 1,8c + 32 = 1,8 \cdot 4 + 32 = 39,2^\circ\text{F}$;

$c = -15^\circ\text{C}$; $f = 1,8c + 32 = 1,8 \cdot (-15) + 32 = 32 - 27 = 5^\circ\text{F}$.

$c = 0^\circ\text{C}$; $f = 1,8c + 32 = 1,8 \cdot 0 + 32 = 32^\circ\text{F}$.

б) $f = 20^\circ\text{F}$; $c = \frac{5 \cdot (f - 32)}{9} = \frac{5 \cdot (20 - 32)}{9} = \frac{-12 \cdot 5}{9} = \frac{-20}{3} = -6\frac{2}{3}^\circ\text{C}$.

$f = -16^\circ\text{F}$; $c = \frac{5 \cdot (f - 32)}{9} = \frac{5 \cdot (-16 - 32)}{9} = \frac{-48 \cdot 5}{9} = \frac{-80}{3} = -26\frac{2}{3}^\circ\text{C}$.

$f = 20^\circ\text{F}$; $c = \frac{5 \cdot (f - 32)}{9} = \frac{5 \cdot (0 - 32)}{9} = \frac{-32 \cdot 5}{9} = \frac{-160}{9} = -17\frac{7}{9}^\circ\text{C}$.

204. а) нет, $f = 1,8c + 32 > 0$ при $c > 0$; б) Да, например $c = -15^\circ\text{C}$ — $f = 1,8c + 32 = 1,8 \cdot (-15) + 32 = 32 - 27 = 5^\circ\text{F}$.

205. а) $s = at \Rightarrow t = \frac{s}{a}$ — при $a \neq 0$.

б) $v = v_0 + at \Rightarrow at = v - v_0 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$ — при $t \neq 0$.

в) $S = \frac{a+b}{2} \cdot h \Rightarrow a + b = \frac{2S}{h} \Rightarrow b = \frac{2S}{h} - a$ — при $h \neq 0$.

Дополнительные упражнения к главе I

206. а) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$. Обратное: $\frac{2}{3}$; б) $6,2 - 5,8 = 0,4 = \frac{2}{5}$. Обратное: $\frac{5}{2} = 2,5$; в) $\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{240}$. Обратное: 240; г) $\frac{4,9}{3,5} = \frac{49}{35} = \frac{7}{5}$. Обратное: $\frac{5}{7}$.

207. а) $2,86 - 4,3 = -1,44$. Противоположное: $1,44$;
 б) $-\frac{4}{9} - \frac{5}{6} = -\frac{8}{18} - \frac{15}{18} = -\frac{23}{18} = -1\frac{5}{18}$. Противоположное: $1\frac{5}{18}$;
 в) $-5,75 \cdot 1,6 = -9,2$. Противоположное: $9,2$;
 г) $46 : (-7\frac{2}{3}) = -46 : \frac{23}{3} = -46 \cdot \frac{3}{23} = -2 \cdot 3 = -6$.
 Противоположное: 6 .

208. Сумма числа и противоположного ему равна 0. Рассмотрим все отрицательные целые числа от -1 до -102 и противоположные им целые числа от 1 до 102 соответственно, их сумма равно 0. Значит сумма целых чисел от -102 до 104 равна $103 + 104 = 207$.

209. Рассмотрим все целые числа от -11 до 13 . Одно из этих чисел равно 0, а так как любое число, умноженное на 0 равно 0. Значит и произведение всех целых чисел от -11 до 13 равно 0.

210. а) $\frac{m}{m-1}$, при $m = -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3} : \frac{4}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$
 б) $\frac{2a+1}{a-4}$, при $a = 3,5 \Rightarrow \frac{2 \cdot 3,5+1}{3,5-4} = \frac{8}{-0,5} = -16$.

211. $2 \cdot (a + b) = -8,1 \Rightarrow a + b = -4,05$:

а) $3 \cdot (a + b) = 3 \cdot (-4,05) = -12,15$; б) $-0,5 \cdot (a + b) = -0,5 \cdot (-4,05) = 2,025$; в) $4a + 4b = 4 \cdot (a + b) = 4 \times \times (-4,05) = -16,2$; г) $-5a - 5b = -5 \cdot (a + b) = -5 \times \times (-4,05) = 20,25$.

212. Выражение не имеет смысла, когда знаменатель равняется нулю. а) $\frac{5}{2x-4} \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \Rightarrow x = 2$ — при $x = 2$ выражение не имеет смысла.

б) $\frac{3}{4y+2} \Rightarrow 4y + 2 = 0 \Rightarrow 4y = -2 \Rightarrow y = -0,5$ — при $y = -0,5$ выражение не имеет смысла.

в) $\frac{a}{a-b} \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$ — при $a = b$ выражение не имеет смысла.

г) $\frac{b}{a+b} \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b$ — при $a = -b$ выражение не имеет смысла.

213. а) Периметр прямоугольника P есть удвоенная сумма его смежных сторон. Если одна сторона равна m , то другая отличная от неё равна: $\frac{16}{2} - m = 8 - m$.

Площадь прямоугольника S равна произведению его смежных сторон. Значит $S = (8 - m) \cdot m = 8m - m^2$.

б) Одна сторона прямоугольника равна a , пусть смежная ей равна b . Значит $S = ab \Rightarrow b = \frac{S}{a} = \frac{28}{a}$;
 $P = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (a + \frac{28}{a}) = 2a + \frac{56}{a}$.

в) $S = (v_1 + v_2)t \Rightarrow t = \frac{S}{v_1 + v_2}$.

г) $v_1 t = v_2 t - s \Rightarrow v_2 t - v_1 t = s \Rightarrow t(v_2 - v_1) = s \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = \frac{s}{v_2 - v_1}$

214. Длина коробки: $a - 2x = 35 - 10 = 25$. Ширина коробки: $b - 2x = 25 - 10 = 15$. Высота коробки: $x = 5$. Объем коробки: $V = a \cdot b \cdot x = 25 \cdot 15 \cdot 5 = 1875$. $2x$ должно быть меньше b , чтобы получилось сделать коробку. Значит: $b > 2x$, $12,5 > x > 0$.

215. а) $x = 11n$, где n — любое целое число; б) $x = 21n$, где n — любое целое число.

216. $y = 1,853x$.

$x = 10$ миль. $y = 1,853x = 1,853 \cdot 10 = 18,53$ км.

$x = 50$ миль. $y = 1,853x = 1,853 \cdot 50 = 92,65$ км.

$x = 250$ миль. $y = 1,853x = 1,853 \cdot 250 = 463,25$ км.

217. а) $3,48 - 4,52 = -1,04$, $-8,93 + 0,16 = -8,77$;
 $-1,04 > -8,77$; $3,48 - 4,52 > -8,93 + 0,16$.

б) $6,48 \cdot \frac{1}{8} = \frac{6,48}{8}$, $6,48 : \frac{1}{8} = 6,48 \cdot 8$; $\frac{6,48}{8} < 6,48 \cdot 8$;
 $6,48 \cdot \frac{1}{8} < 6,48 : \frac{1}{8}$.

в) $4,7 - 9,65 = -4,95$, $4,7 - 9,9 = -5,2$; $-4,95 > -5,2$;
 $4,7 - 9,65 > 4,7 - 9,9$.

г) $\frac{3}{4} \cdot 16,4$, $16,4 : \frac{3}{4} = 16,4 \cdot \frac{4}{3}$; $\frac{3}{4} \cdot 16,4 < 16,4 \cdot \frac{4}{3}$;
 $\frac{3}{4} \cdot 16,4 < \frac{3}{4} \cdot 16,4$.

218. а) верно; б) не верно. Пример: $a = -1b = -10$ и $ab = 10 > 0$.

219. а) не верно. Пример: $a = 10$, $b = -1$; $|a + b| = 9 \Rightarrow |a| + |b| = 11$.

б) верно.

- 220.** Не верно. Пример: $x = 10$, $y = -10$. $|x| = |y| = 10$. Но $x \neq y$.
- 221.** Не верно. Пример: $a = -1$, $b = -10$. $|a| < |b|$. Но $a > b$.
- 222.** Возможно. Пример: $a = -10$, $b = -1$, $b > a$ и $|a| > |b|$.
- 223.** а) $5,9 \cdot 2,6 + 5,9 \cdot 3,2 + 5,8 \cdot 4,1 = 5,9 \cdot (2,6 + 3,2) + 5,8 \cdot 4,1 = 5,9 \cdot 5,8 + 5,8 \cdot 4,1 = 5,8 \cdot (5,9 + 4,1) = 5,8 \cdot 10 = 58$;
 б) $6,8 \cdot 8,4 - 1,6 \cdot 8,4 + 5,2 \cdot 1,6 = 8,4 \cdot (6,8 - 1,6) + 5,2 \cdot 1,6 = 8,4 \cdot 5,2 + 5,2 \cdot 1,6 = 5,2 \cdot (8,4 + 1,6) = 5,2 \cdot 10 = 52$.
- 224.** а) $(1,25 \cdot 1,7 \cdot 0,8 - 1,7) \cdot 3,45 = 1,7 \times (1,25 \cdot 0,8 - 1) \cdot 3,45 = 1,7 \cdot (1 - 1) \cdot 3,45$; б) $3,947 : (3,6 - 2,6 \cdot 4 \cdot 0,25) = 3,947 : (3,6 - 2,6 \cdot 1) = 3,947 : 1 = 3,947$.
- 225.** а) $|x| = |-x| \Rightarrow |-x| = |(-1) \cdot x| = |-1| \cdot |x| = |x|$
 б) $|x - y| = |y - x| \Rightarrow |x - y| = |(-1) \cdot (y - x)| = |-1| \cdot |y - x| = |y - x|$.
 в) $|2c| = 2|c| \Rightarrow |2c| = |(2) \cdot (c)| = |2| \cdot |c| = 2|c|$.
- 226.** а) Нет. Пример: $a = -10$. $|a + 5| = |-10 + 5| = |-5| = 5 \Rightarrow a + 5 = -10 + 5 = -5$. Значит $|a + 5| \neq a + 5$. б) Да. Так как $a^2 + 4 > 0$. в) Да. Так как $|a - b| = |b - a|$. г) Нет. Пример: $a = -10$, $b = 1 \Rightarrow |a + b| - |a| = |-10 + 1| - |-10| = 9 - 10 = -1 \Rightarrow |b| = 1 \neq -1$.
- 227.** а) $a + b + a - b = a + a + b - b = 2a$; б) $a + b - (a - b) = a + b - a + b = a - a + b + b = 2b$.
- 228.** а) $(a + b)x + (a - b)x - 2ax = x \cdot (a + b + a - b) - 2ax = 2ax - 2ax = 0$; б) $8 \cdot (x - y) + 8 \cdot (y - x) = 8 \times (x - y + y - x) = 8 \cdot 0 = 0$.
- 229.** а) $x \cdot (-1) + x \cdot (-2) + x \cdot (-3) + 6x = x \times (-1 - 2 - 3 + 6) = x \cdot (-6 + 6) = x \cdot 0 = 0$; б) $a \times (-5) + a \cdot 4 + a \cdot (-3) + a \cdot 2 = a \cdot (-5 + 4 - 3 + 2) = a \cdot (-8 + 6) = -2a$.

230. $8a - (4b + 3a) - (4a - 3b) = 8a - 4b - 3a - 4a + 3b = a - b.$

а) при $a = 6, 8b = 7,3 \Rightarrow a - b = 6,8 - 7,3 = -0,5$

б) при $a = -8, 9b = -9,9 \Rightarrow a - b = -8,9 + 9,9 = 1.$

231. а) $a + (2a - (3a - 5)) = a + (2a - 3a + 5) = a - a + 5 = 5$; б) $a - (6a - (5a - 8)) = a - (6a - 5a + 8) = a - a - 8 = -8.$

232. $3a$ где $a \in \mathbb{Z}$ — число кратное 3.

$5b$ где $b \in \mathbb{Z}$ — число кратно 5.

$5b \cdot 3a = 15ab$ — число кратное 15.

233. Корнем уравнения $(2x - 3,8)(4,2 + 3x) = 0$ являются числа которые обращают в 0 одну из двух скобок. $2x - 3,8 = 0 \Rightarrow 2x = 3,8 \Rightarrow x = 1,9.$ $4,2 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = -4,2 \Rightarrow x = -1,4.$ 1,9 и -1,4 корни уравнения.

а) 1,9 является корнем данного уравнения; б) 2 не является корнем данного уравнения; в) -1,4 является корнем данного уравнения; г) -3 не является корнем данного уравнения.

234. а) $x^2 + 4x + 3 = 0$: при $x = -4, x^2 + 4x + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$ — не является корнем; при $x = -3, x^2 + 4x + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$ — является корнем; при $x = -1, x^2 + 4x + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$ — является корнем; при $x = 3, x^2 + 4x + 3 = 9 + 12 + 3 = 24$ — не является корнем; при $x = 4, x^2 + 4x + 3 = 16 + 16 + 3 = 35$ — не является корнем.

б) $x^2 + x - 12 = 0$: при $x = -4, x^2 + x - 12 = 16 - 4 - 12 = 0$ — является корнем; при $x = -3, x^2 + x - 12 = 9 - 3 - 12 = -6$ — не является корнем; при $x = -1, x^2 + x - 12 = 1 - 1 - 12 = -12$ — не является корнем; при $x = 3, x^2 + x - 12 = 9 + 3 - 12 = 0$ — является корнем; при $x = 4, x^2 + x - 12 = 16 + 4 - 12 = 8$ — не является корнем.

235. а) $3x + 7 = (9 + x) + 2x \Rightarrow 3x + 7 = 9 + 3x \Rightarrow 7 \neq 9$ — уравнение не имеет корней.

б) $5x - 1 = 4 \cdot (x + 2) - (9 - x) \Rightarrow 5x - 1 = 4x + 8 - 9 + x \Rightarrow -1 = -1$ — корнем уравнения является любое число.

в) $x^2 = x$ — корни уравнения 0 и 1.

г) $x + 1 = x - 1 \Rightarrow 1 \neq -1$ — уравнение не имеет корней.

236. а) Потому что модуль любого числа больше либо равен 0; б) $|x| + 3 = 0 \Rightarrow |x| = -3$. Потому что модуль любого числа больше либо равен 0.

237. а) $|x| = 5 \Rightarrow x = \pm 5$.

б) $|a| - 17 = 0 \Rightarrow |a| = 17 \Rightarrow a = \pm 17$.

в) $6 - |b| = 0 \Rightarrow |b| = 6 \Rightarrow b = \pm 6$.

238. При $m \neq 0$ — уравнение имеет единственный корень. При $m = 0$ — уравнение не имеет решений. Не при каких m уравнение не будет иметь бесконечно много решений.

239. $px = 10$: $x = -5$, при $p = \frac{10}{-5} = -2$; $x = 1$, при $p = \frac{10}{1} = 10$; $x = 20$, при $p = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

240. а) $3,8x - (1,6 - 1,2x) = 9,6 + (3,7 - 5x) \Rightarrow 3,8x - 1,6 + 1,2x = 9,6 + 3,7 - 5x \Rightarrow 10x = 14,9 \Rightarrow x = 1,49$;

б) $(4,5y + 9) - (6,2 - 3,1y) = 7,2y + 2,8 \Rightarrow 4,5y + 9 - 6,2 + 3,1y = 7,2y + 2,8 \Rightarrow 0,4y = 0 \Rightarrow y = 0$;

в) $0,6m - 1,4 = (3,5m + 1,7) - (2,7m - 3,4) \Rightarrow 0,6m - 1,4 = 3,5m + 1,7 - 2,7m + 3,4 \Rightarrow 0,2m = -6,5 \Rightarrow m = -32,5$;

г) $(5,3a - 0,8) - (1,6 - 4,7a) = 2a - (a - 0,3) \Rightarrow 5,3a - 0,8 - 1,6 + 4,7a = 2a - a + 0,3 \Rightarrow 9a = 2,7 \Rightarrow a = 0,3$.

241. а) $(x - 1)(x - 7) = 0$: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow x = 1$;

б) $(x + 2)(x - 9) = 0$: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$, $x - 9 = 0 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow x = -2$;

в) $(x - 11)(x + 6) = 0$: $x - 11 = 0 \Rightarrow x = 11$, $x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow x = -6; 11$.

г) $(x + 1)(x - 1)(x - 5) = 0$, $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$, $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$, $x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow x = -1; 1; 5$.

д) $x \cdot (x + 3)(x + 3) = 0$: $x = 0$, $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow x = -3; 0$.

е) $(x - 4)(x + 9)(x + 13) = 0$: $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$, $x + 9 = 0 \Rightarrow x = -9$, $x + 13 = 0 \Rightarrow x = -13 \Rightarrow x = -13; -9; 4$.

242. а) $(x + 5)(x + 6) + 9 = 0$ уравнение не может иметь положительный корень, потому что произведение скобок $(x + 5)(x + 6)$ будет положительное число, а оно должно быть равно -9 ; б) $x^2 + 3x + 1 = 0$ уравнение не может иметь положительный корень, потому что сумма $x^2 + 3x$ будет положительное число, а оно должно быть равно -1 .

243. а) $0,15 \cdot (x - 4) = 9,9 - 0,3 \cdot (x - 1) \Rightarrow 0,15x - 0,6 = 9,9 - 0,3x + 0,3 \Rightarrow 0,45x = 10,8 \Rightarrow x = 24$;

б) $1,6 \cdot (a - 4) - 0,6 = 3 \cdot (0,4a - 7) \Rightarrow 1,6a - 6,4 - 0,6 = 1,2a - 21 \Rightarrow 0,4a = -14 \Rightarrow a = -35$;

в) $(0,7x - 2,1) - (0,5 - 2x) = 0,9 \cdot (3x - 1) + 0,1 \Rightarrow 0,7x - 2,1 - 0,5 + 2x = 2,7x - 0,9 + 0,1 \Rightarrow 0x = 1,8$ — уравнение не имеет решений;

г) $-3 \cdot (2 - 0,4y) + 5,6 = 0,4 \cdot (3y + 1) \Rightarrow -6 + 1,2y + 5,6 = 1,2y + 0,4 \Rightarrow 0y = 0,8$ — уравнение не имеет решений.

244. а) $2x + 7 - x + 12 = 14 \Rightarrow 2x - x = 14 - 12 - 7 \Rightarrow x = -5$;

б) $-5y + 1 - (3y + 2) = -9 \Rightarrow -5y + 1 - 3y - 2 = -9 \Rightarrow -8y = -9 + 2 - 1 \Rightarrow -8y = -8 \Rightarrow y = 1$;

в) $15x - 1 + 6x - 8 = 15x - 1 - (6x - 8) \Rightarrow 6x - 8 = -6x + 8 \Rightarrow 12x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$;

г) $25p + 1 - (p - 12) = 25p + 1 + p - 12 \Rightarrow -p + 12 = p - 12 \Rightarrow 2p = 24 \Rightarrow p = 12$.

245. $ax = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{a}$. Так как x целое число, значит $a \leq 6$ и 6 должно быть кратным a . Следовательно $a = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$.

246. $7 \cdot (2x + 1) = 13$. Так как 13 не делится на 7 без остатка, и скобка $2x + 1$ при x целом также целое число, корень данного уравнения не является целым.

247. Пусть кроликов x , тогда кур $1000 - x$. Так как у кроликов 4 ноги, а у кур 2, значит $4x + 2 \cdot (1000 - x) = 3150 \Rightarrow 4x + 2000 - 2x = 3150 \Rightarrow 2x = 1150 \Rightarrow x = 575 \Rightarrow 1000 - x = 1000 - 575 = 425$. Ответ: 575 кроликов и 425 кур.

248. Пусть на первом участке было посажено $x + 9$ кустов тогда на втором x . $x + 9 + 3 = 1,5 \cdot (x - 3) \Rightarrow x + 12 = 1,5x - 4,5 \Rightarrow 0,5x = 16,5 \Rightarrow x = 33 \Rightarrow x + 9 = 42$. Ответ: 42 куста.

249. Пусть у Миши $4x$ марок, тогда у Андрея x марок. $4x - 8 = 2 \cdot (x + 8) \Rightarrow 4x - 8 = 2x + 16 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow 4x = 48$. Ответ: у Миши 48 марок, у Андрея 12 марок.

250. Пусть ученик должен был прочитать за t дней книгу, чтобы сдать её в срок. Значит $40t = (40 - 15)(t + 6) \Rightarrow 40t = 25 \cdot (t + 6) \Rightarrow 40t = 25t + 150 \Rightarrow 15t = 150 \Rightarrow t = 10$. Ответ: за 10 дней.

251. Пусть за t дней артель стеклодувов должна была выполнить заказ. Необходимо было изготавливать в день по 40 деталей, значит всего изготовить надо было $40t$ деталей. Но так как они изготавливали на 20 деталей больше каждый день, они выполнили заказ на 3 дня раньше. Значит $(40 + 20)(t - 3) = 40t \Rightarrow 60t - 180 = 40t \Rightarrow 20t = 180 \Rightarrow t = 9$. Ответ: за 9 дней.

252. Пусть x — задуманное число. Значит $(x + 7) \times 3 - 47 = x \Rightarrow 3x + 21 - 47 = x \Rightarrow 2x = 26 \Rightarrow x = 13$. Ответ: 13 задуманное число.

253. Найдём сумму чисел первоначального ряда данных, $10 \cdot 7 = 70$. К этому ряду приписали 17 и 18, значит новый ряд состоит из $10 + 2 = 12$ чисел и его сумма равна $70 + 17 + 18 = 105$. Среднее арифметическое нового ряда равно: $\frac{105}{12} = 8,75$. Ответ: 8,75.

254. а) Если медианной является какой-то член ряда, значит в ряду нечётное число членов и медиана записана посередине. Значит в ряду $14 \cdot 2 + 1 = 29$ чисел. б) Если медианной является среднее арифметическое двух чисел записанных посередине, значит в ряду чётное число членов. Значит в ряду $17 \cdot 2 = 34$ числа.

255. Пусть одно число x , тогда другое $2x$. Сумма чисел ряда равна $x + 2x + 12 + 7 + 15 + 20 = 3x + 54$, ряд состоит из 6 чисел, значит среднее арифметическое ряда равно: $\frac{3x+54}{6} = 13 \Rightarrow 3x + 54 = 78 \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow 2x = 16$. Ответ: 8 и 16.

256. Пусть одно число x , тогда другое $x + 20$. Сумма чисел ряда равна $x + x + 20 + 8 + 16 + 26 + 48 + 46 = 2x + 164$, ряд состоит из 7 чисел, значит среднее арифметическое ряда равно: $\frac{2x+164}{7} = 32 \Rightarrow 2x + 164 = 224 \Rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow x + 20 = 50$. Ответ: 30 и 50.

257. а) Пусть сумма членов ряда равняется x , после увеличения наибольшего числа стала $x + 6$. Среднее арифметическое стало: $\frac{x+6}{12} = \frac{x}{12} + \frac{1}{2}$, а до этого было $\frac{x}{12}$. Ответ: Среднее арифметическое увеличится на $\frac{1}{2}$. б) Увеличится на 6. в) Если наибольшее число являлось модой, то изменится, если не являлось то не изменится. г) Не изменится.

ГЛАВА II. ФУНКЦИИ

§5. Функции и их графики

12. Что такое функция

258. Величина площади прямоугольника равна произведению ширины прямоугольника на его длину. Значит $S = 9x$: при $x = 4 \Rightarrow S = 9x = 9 \cdot 4 = 36 \text{ см}^2$; при $x = 6,5 \Rightarrow S = 9x = 9 \cdot 6,5 = 58,5 \text{ см}^2$; при $x = 15 \Rightarrow S = 9x = 9 \cdot 15 = 135 \text{ см}^2$.

259. $s = 70t$: $t = 2,4 \Rightarrow s = 70t = 70 \cdot 2,4 = 168 \text{ км}$; $t = 3,8 \Rightarrow s = 70t = 70 \cdot 3,8 = 266 \text{ км}$.

260. $V = a^3$: $a = 1 \text{ см} \Rightarrow V = a^3 = 1 \text{ (см}^3\text{)}$; $a = 2 \text{ см} \Rightarrow V = a^3 = 2^3 = 8 \text{ (см}^3\text{)}$.

261. Через 20 минут яхта находилась от базы на расстоянии 4,4 км. Через 1 ч 20 мин минут яхта находилась от базы на расстоянии 9,5 км. Через 2 ч 30 мин минут яхта находилась от базы на расстоянии 0 км. Область определения рассматриваемой функции от 0 до 150 минут.

262.

а)	Возраст сосны	10 лет	40 лет	90 лет	120 лет
	Высота сосны	10 м	18,5 м	28	32

б)	От 20 до 60 лет	$24 - 10 = 14 \text{ м}$
	От 60 до 100 лет	$30 - 24 = 6 \text{ м}$

263. При $n = 13 \Rightarrow \frac{13}{4} = 4 \cdot 3 + 1 \Rightarrow r = 1$; при $n = 34 \Rightarrow \frac{34}{4} = 4 \cdot 8 + 2 \Rightarrow r = 2$; при $n = 43 \Rightarrow \frac{43}{4} = 4 \cdot 10 + 3 \Rightarrow r = 3$; при $n = 100 \Rightarrow \frac{100}{4} = 4 \cdot 25 + 0 \Rightarrow r = 0$.

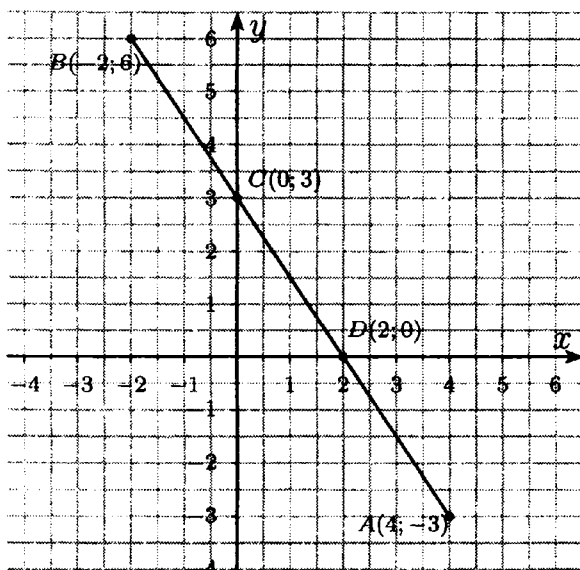
Аргумент n . Область определения все натуральные числа. Область значения 0; 1; 2; 3.

264. На высоте 1 км атмосферное давление 614 мм рт. ст. На высоте 4 км атмосферное давление 462,2 мм рт. ст.

Атмосферное давление 596,7 мм рт. ст. на высоте 2 км. Атмосферное давление 404,8 мм рт. ст. на высоте 5 км.

265. Пусть через t часов в резервуарах станет поровну воды. Значит $380 + 80t = 1500 - 60t \Rightarrow 140t = 1120 \Rightarrow t = 8$. Ответ: через 8 часов.

266.



13. Вычисление значений функции по формуле

267. $y = 2x + 7$: при $x = 1 \Rightarrow y = 2x + 7 = 2 + 7 = 9$; при $x = -20 \Rightarrow y = 2x + 7 = 2 \cdot (-20) + 7 = -40 + 7 = -33$; при $x = 43 \Rightarrow y = 2x + 7 = 2 \cdot 43 + 7 = 86 + 7 = 93$.

268. $y = 0,1x + 5$: при $x = 10 \Rightarrow y = 0,1x + 5 = 0,1 \times 10 + 5 = 1 + 5 = 6$; при $x = 50 \Rightarrow y = 0,1x + 5 = 0,1 \cdot 50 + 5 = 5 + 5 = 10$; при $x = 120 \Rightarrow y = 0,1x + 5 = 0,1 \cdot 120 + 5 = 12 + 5 = 17$.

269.

x	-6	-4	-3	2	5	6	12
y	-2	-3	-4	6	2,4	2	1

270.

x	-5	-4	-3	0	2	3	6
y	16	7	0	-9	-5	0	27

271.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
y	0	-1,5	-2,5	-3	-3	-2,5	-1,5	0	2

272. а) $y = x^2 + 8$, x — любое число; б) $y = \frac{1}{x-7}$, $x \neq 7$ — так как знаменатель обращается в 0; в) $y = \frac{2}{x+3}$, $x \neq -3$ — так как знаменатель обращается в 0; г) $y = \frac{4x-1}{5}$, x — любое число.

273. $y = -5x + 6$.

$$y = 6 \Rightarrow 6 = -5x + 6 \Rightarrow -5x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$y = 8 \Rightarrow 8 = -5x + 6 \Rightarrow -5x = 2 \Rightarrow x = -0,4.$$

$$y = 100 \Rightarrow 100 = -5x + 6 \Rightarrow -5x = 94 \Rightarrow x = -18,8.$$

274. $y = \frac{2}{3}x \Rightarrow x = \frac{3}{2}y$.

$$x = -0,5 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3}.$$

$$y = -2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \cdot (-2) = -3.$$

$$y = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \cdot 0 = 0.$$

$$x = 4,5 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot 4,5 = 2 \cdot 1,5 = 3.$$

$$x = 9 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6.$$

x	-0,5	-3	0	4,5	9
y	$-\frac{1}{3}$	-2	0	3	6

275. $y = 0, 3x - 6 \Rightarrow 0, 3x = y + 6 \Rightarrow x = \frac{y+6}{0,3}.$

$y = -6 \Rightarrow x = \frac{-6+6}{0,3} = 0.$

$y = -3 \Rightarrow x = \frac{-3+6}{0,3} = \frac{3}{0,3} = 10.$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{0,3} = 20.$

276. m — масса куска пробки, V — объём куска пробки, $m = 0,18V$: а) $V = 240 \text{ см}^3$; $m = 0,18V = 43,2 \text{ г}$; б) $m = 64,8 \text{ г}$; $V = \frac{m}{0,18} = \frac{64,8}{0,18} = 360 \text{ см}^3.$

277. $S = 6v$: а) $v = 65 \text{ км/ч}$; $S = 6 \cdot 65 = 390 \text{ км}$;

б) $S = 363 \text{ км}$; $v = \frac{S}{6} = \frac{363}{6} = 60,5 \text{ км/ч}.$

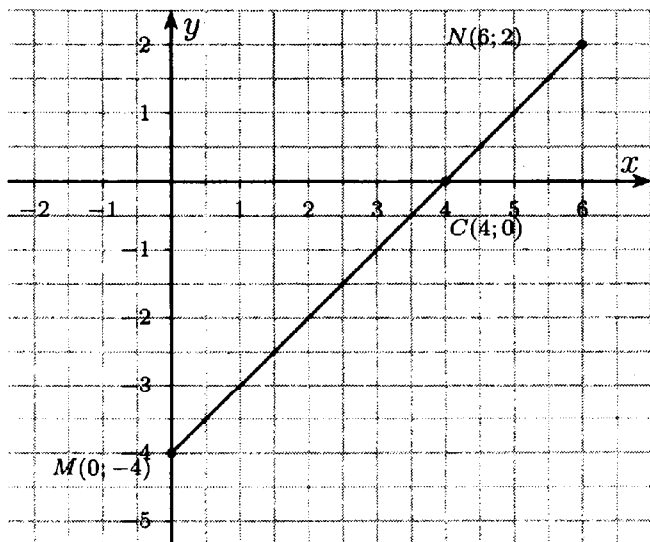
278. $s = 60 - 12t$: а) $t = 3,5$; $s = 60 - 12 \cdot 3,5 = 60 - 42 = 18$; б) $s = 30$; $30 = 60 - 12t \Rightarrow 12t = 30 \Rightarrow t = 2,5.$

279. $y = 80 - 10x \Rightarrow 0 = 80 - 10x \Rightarrow x = 8.$

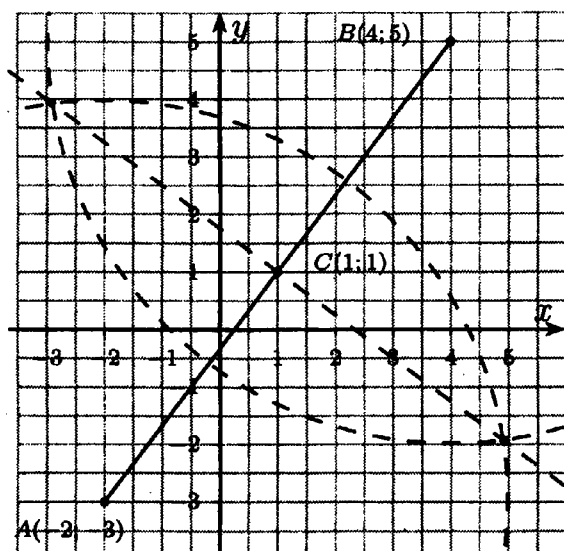
Область определения $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}.$

280. Пусть шестиклассники собрали x книг, тогда семиклассники собрали $1,1x$ книг. Значит $x + 1,1x = 315 \Rightarrow 2,1x = 315 \Rightarrow x = 150 \Rightarrow 1,1x = 165$. Ответ: 165 книг собрали семиклассники.

281.



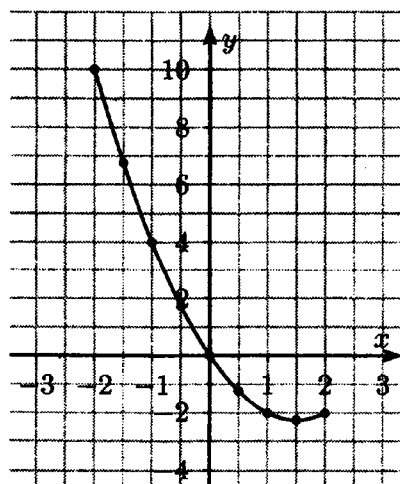
282.



14. График функции

283. $y = x \cdot (x - 3)$, где $-2 \leq x \leq 2$.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	10	6,75	4	1,75	0	-1,25	-2	-2,25	-2



284. Функция $y = 2x - 6$.

$A(4; 2) \Rightarrow x = 4; y = 2. 2 \cdot 4 - 6 = 2$ — значит точка A принадлежит графику функции.

$B(1; -4) \Rightarrow x = 1; y = -4. 2 \cdot 1 - 6 = -4$ — значит точка B принадлежит графику функции.

$C(1; 4) \Rightarrow x = 1; y = 4. 2 \cdot 1 - 6 = -4. -4 \neq 4$ — значит точка C не принадлежит графику функции.

Точка A принадлежит графику, а точка C не принадлежит графику.

285.

x	-2	-1	0	1	5
y	1,5	0	-1	-0,5	2

286.

x	-3	-1,5	-0,5	0	0,5	3,2
y	-2	0,5	-1,5	1,75	2	-1

$y > 0$ при $x = -1; 0; 0,5; 1; 2$.

$y < 0$ при $x = -3; -2,5; 3; 3,5; 4$.

287.

а)

x	-3	-2	0	2	4
y	0	1	1,5	3	2

б)

x	-4	-3	0,25; 2,4 или 4	0,8 или 2
y	-2	0	2	3

288. а) 1 и 2; б) -4 и -3,5.

289.

а)

Возраст	3 года	6 лет	9 лет
Рост	93	108	133

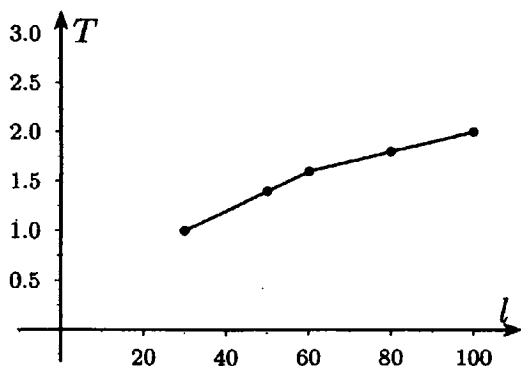
б) $101 - 55 = 46$. На 46 см вырос ребёнок за первые 5 лет.

$145 - 101 = 44$. На 44 см вырос ребёнок за последующие 5 лет.

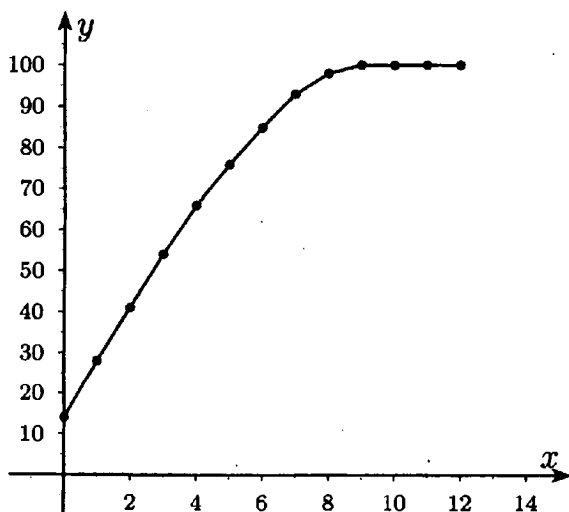
290. а) 2,5 л — так как только при этом объёме графики пересекаются, значит высота уровня жидкости в двух сосудах равна.

б) При 1,5 л жидкости в первом сосуде высота уровня жидкости равна 60 мм, чтобы во втором сосуде получит ту же высоту необходимо налить в него 1,875 л жидкости.

291.



292.



а) $x = 4$ мин — $y \approx 66^\circ\text{C}$; $x = 5,5$ мин — $y \approx 80^\circ\text{C}$;
 $x = 9$ мин — $y \approx 100^\circ\text{C}$; $x = 10,7$ мин — $y \approx 100^\circ\text{C}$.

б) $y \approx 41^\circ\text{C} - x = 2$ мин; $y \approx 60^\circ\text{C} - x = 3,5$ мин;
 $y \approx 95^\circ\text{C} - x = 7,5$ мин.

293. а) Тормозной путь равен 30 м — на сухом асфальте, 70 м — на мокром асфальте, 160 м — при гололёде.

б) Чтобы тормозной путь не превышал 60 м, автомобиль должен двигаться, не превышая скорость 29 км/ч — при гололёде, 45 км/ч — на мокром асфальте и 80 км/ч — на сухом асфальте.

294. а) $3,7x - 2 = -2x + 3,13 \Rightarrow 5,7x = 5,13 \Rightarrow x = \frac{5,13}{5,7} = 0,9$; б) $4,2x + 8 = 8 - 7x \Rightarrow 11,2x = 0 \Rightarrow x = 0$; в) $-27x = 5 - 54x \Rightarrow 27x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{27}$; г) $x - 1 = 0,4x - 2,5 \Rightarrow 0,6x = -1,5 \Rightarrow x = \frac{-1,5}{0,6} = -2,5$.

295. Пусть было x легковых машин, тогда грузовых было $1,5x$. Значит $x + 45 - 17 = 1,5x - 12 \Rightarrow 0,5x = 40 \Rightarrow x = 80 \Rightarrow 1,5x + x = 2,5x = 2,5 \cdot 80 = 200$.
 Ответ: всего в автопарке было 200 машин.

296. а) $6\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 6 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{4} + \frac{1}{4} - 6 + 6 = \frac{8}{12} - \frac{7}{12} + \frac{3}{12} = \frac{1}{3} > 0$ — верно; б) $(5\frac{1}{6} - 5\frac{1}{12}) \cdot 12 - 6\frac{1}{3} : 3 = (5 - 5 + \frac{2}{12} - \frac{1}{12}) \cdot 12 - \frac{19}{3} : 3 = 1 - \frac{19}{9} = \frac{9-19}{9} = -1\frac{1}{9} < 0$ — не верно; в) $7 + 2424 : (11,8 + 0,2) + 2,3 = 7 + 2424 : 12 + 2,3 = 9,3 + 202 = 211,3 > 200$ — неверно; г) $(3,08 - 2,16) : 8 - 0,17 \cdot 3 = 0,92 : 8 - 0,51 = 0,115 - 0,51 = -0,395 < 0$ — верно.

§6. Линейная функция

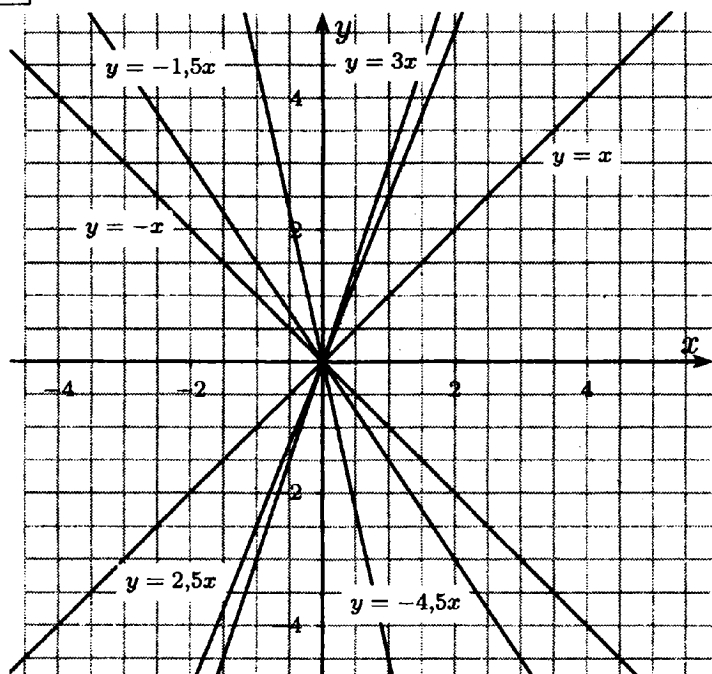
15. Прямая пропорциональность и её график

297. $s = 12t$. Данная зависимость является прямой пропорциональностью.

298. а) является прямой пропорциональностью; б) не является прямой пропорциональностью; в) $y = \frac{x}{5} = \frac{1}{5}x$ — является прямой пропорциональностью; г) не является прямой пропорциональностью.

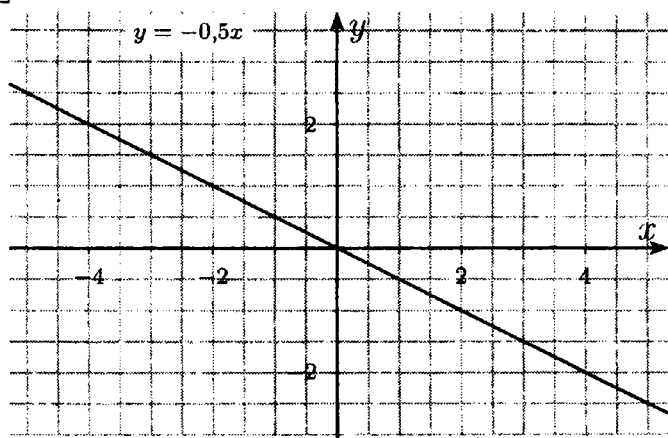
299. $y = -\frac{1}{6}x$: $x = -9 \Rightarrow y = -\frac{1}{6} \cdot (-9) = \frac{3}{2} = 1,5$;
 $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{6} \cdot 0 = 0$; $x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{6} \cdot 1 = -\frac{1}{6}$;
 $x = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{6} \cdot 4 = -\frac{2}{3}$.

300.



301. а) Если у нас задан произвольный график $y = kx$, формула графика симметричного относительно оси x равна $y = -kx$. $y = -9x$ — формула графика симметричного относительно оси x .

б) Если у нас задан произвольный график $y = kx$, формула графика симметричного относительно оси y равна $y = k \cdot (-x)$. $y = 9 \cdot (-x) = -9x$ — формула графика симметричного относительно оси y .

302.

а) При: $x = -2 \Rightarrow y = 1$; $x = 4 \Rightarrow y = -2$; $x = 1 \Rightarrow y = -0,5$; б) При: $y = -1 \Rightarrow x = 2$; $y = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2,5$. $x = -5$.

Да существует, при $y = -150 \Rightarrow x = \frac{y}{-0,5} = \frac{-150}{-0,5} = 300$.

303. Чтобы проверить принадлежит точка графику функции или нет, необходимо в уравнение функции подставить координаты данной точки, если получится верное равенство, то точка принадлежит графику $y = -0,5x$.

$A(0; 1)$; $-0,5x = -0,5 \cdot 1 = -0,5$; $0 \neq -0,5$ — точка A не принадлежит.

$B(-1; 0,5)$; $-0,5x = -0,5 \cdot (-1) = 0,5$; $0,5 = 0,5$ — точка B принадлежит.

$C(2; -1)$; $-0,5x = -0,5 \cdot 2 = -1$; $-1 = -1$ — точка C принадлежит.

$D(4; -2)$; $-0,5x = -0,5 \cdot 4 = -2$; $-2 = -2$ — точка D принадлежит.

304. Чтобы проверить принадлежит точка графику функции или нет, необходимо в уравнение функции подставить координаты данной точки, если получится

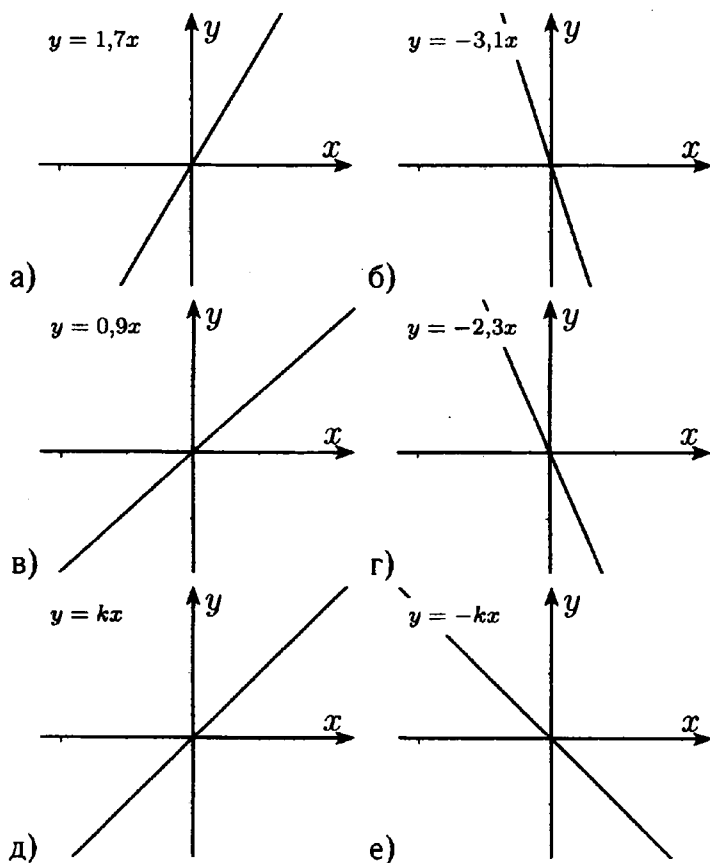
верное равенство, то точка принадлежит графику. График прямой пропорциональности имеет вид $y = kx$, подставим точку $A(3; 21)$ и найдём k : $21 = 3k \Rightarrow k = 7$. Значит уравнение прямой $y = 7x$.

$B(-7; -49) \Rightarrow 7x = 7 \cdot (-7) = -49$; $-49 = -49$ — да.

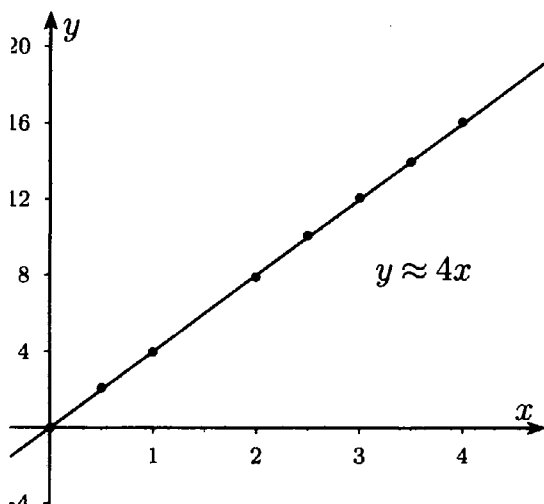
$C(-5; 3,5) \Rightarrow 7x = 7 \cdot (-5) = -35$; $3,5 \neq -35$ — нет.

$D(0,8; -5,6) \Rightarrow 7x = 7 \cdot 0,8 = 5,6$; $-5,6 \neq 5,6$ — нет.

305.



306. 1 график: $y = 3x$; 2 график: $y = \frac{1}{4}x$; 3 график: $y = -x$; 4 график: $y = -3x$.

307.

308. а) Пешеход находился в пути на протяжении 4 часов, велосипедист находился в пути на протяжении 2 часов. б) Пешеход преодолел 20 км, велосипедист проехал 30 км. в) Скорость пешехода: $\frac{20}{4} = 5$ км/ч. Скорость велосипедиста: $\frac{30}{2} = 15$ км/ч. г) $\frac{2 \cdot 15}{2 \cdot 5} = 3$. В три раза больше.

309. От 0 до 1000 Ньютонов.

310. а) $1 - 1,7x - (0,8x + 2) = 3,4 \Rightarrow 1 - 1,7x - 0,8x - 2 = 3,4 \Rightarrow -2,5x = 4,4 \Rightarrow x = -1,76$; б) $5 - 0,2y = 0,3y - 39 \Rightarrow 0,5y = 44 \Rightarrow y = 88$.

311. а) $-21 \cdot (4 - 10a) - 54a = -84 + 210a - 54a = 156a - 84$; б) $28 - 10d + 4 \cdot (d + 18) = 28 - 10d + 4d + 72 = 100 - 6d$.

312. а) $5a > 0$; б) $-10a < 0$; в) $a + 6 > 0$; г) $-a < 0$; д) $\frac{a}{8} > 0$; е) $-\frac{4}{a} < 0$.

16. Линейная функция и её график

313. $y = 0,5x + 120$, где y — количество кубометров воды в бассейне. Данная зависимость является линейной функцией.

314. $P = 2 \cdot (x + x - 3) = 4x - 6$ — линейная функция.

$S = x \cdot (x - 3) = x^2 - 3x$ — не линейная функция.

315. $y = 85 - 10x$ — линейная функция.

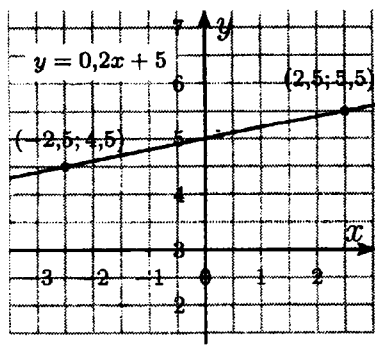
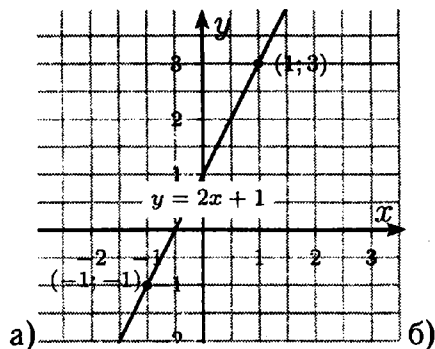
316. а) да; б) да; в) да; г) нет; д) нет; е) $y = \frac{10x-7}{5} = 2x - 1,4$ — да.

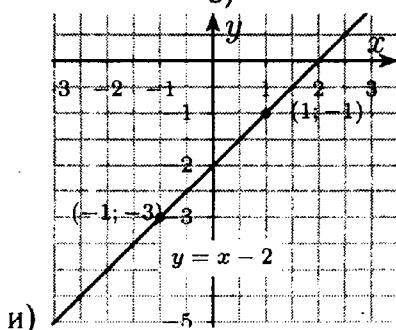
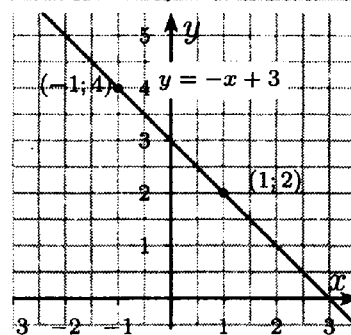
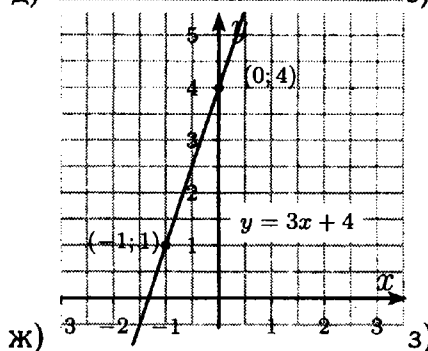
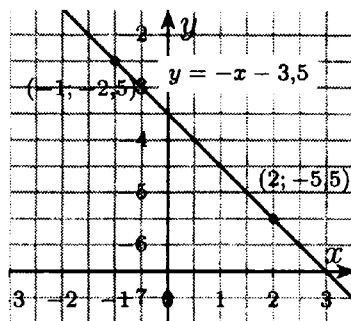
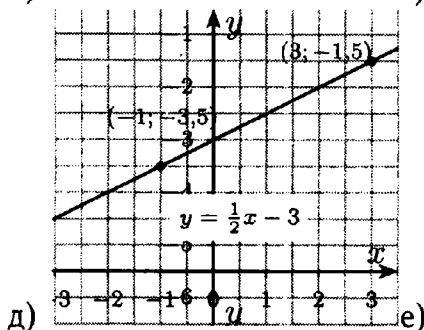
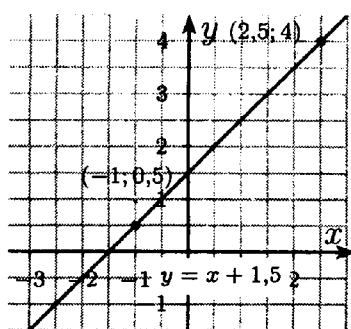
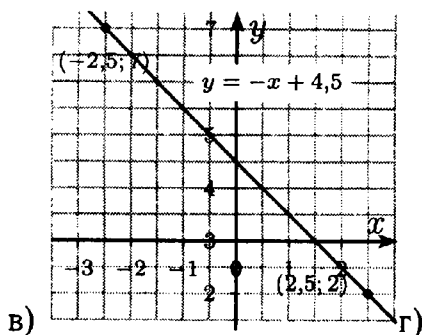
317. $y = 0,5x + 6 \Rightarrow 0,5x = y - 6 \Rightarrow x = 2y - 12$:
при $x = -12 \Rightarrow y = 0,5 \cdot (-12) + 6 = -6 + 6 = 0$; при $x = 0 \Rightarrow y = 0,5 \cdot 0 + 6 = 0 + 6 = 6$; при $x = 34 \Rightarrow y = 0,5 \cdot 34 + 6 = 17 + 6 = 23$; при $y = -16 \Rightarrow x = 2 \cdot y - 12 = 2 \cdot (-16) - 12 = -32 - 12 = -44$; при $y = 0 \Rightarrow x = 2 \cdot y - 12 = 2 \cdot 0 - 12 = 0 - 12 = -12$; при $y = 8 \Rightarrow x = 2 \cdot y - 12 = 2 \cdot 8 - 12 = 16 - 12 = 4$.

318. $y = -3x + 1,5 \Rightarrow -3x = y - 1,5 \Rightarrow x = 0,5 - \frac{1}{3}y$:
а) $x = -1,5 \Rightarrow y = -3x + 1,5 = -3 \cdot (-1,5) + 1,5 = 4,5 + 1,5 = 6$; $x = 2,5 \Rightarrow y = -3x + 1,5 = -3 \cdot 2,5 + 1,5 = -7,5 + 1,5 = -6$; $x = 4 \Rightarrow y = -3x + 1,5 = -3 \cdot 4 + 1,5 = -12 + 1,5 = -10,5$;

б) $y = -4,5 \Rightarrow x = 0,5 - \frac{1}{3}y = 0,5 - \frac{1}{3} \cdot (-4,5) = 0,5 + 1,5 = 2$; $y = 0 \Rightarrow x = 0,5 - \frac{1}{3}y = 0,5 - \frac{1}{3} \cdot 0 = 0,5 - 0 = 0,5$; $y = 1,5 \Rightarrow x = 0,5 - \frac{1}{3}y = 0,5 - \frac{1}{3} \cdot 1,5 = 0,5 - 0,5 = 0$.

319.





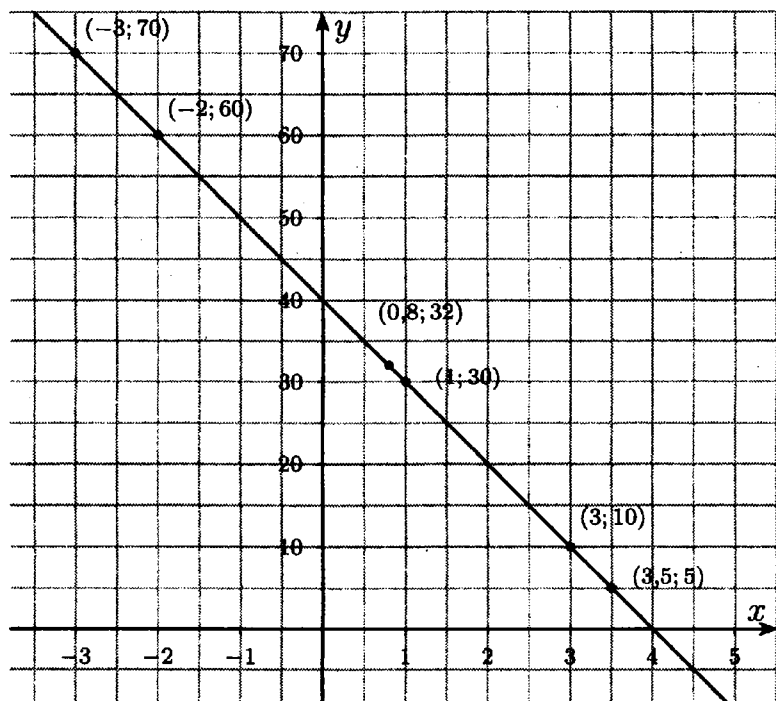
320. а) при $k = -1$;

б) при $k = 0$;

в) если точка лежит на оси абсцисс, то её ордината равна нулю. Значит $0 = 3k + 4 \Rightarrow k = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$;

г) $12 - x = x + 4 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$; $y = x + 4 = 8 \Rightarrow 8 = 4k + 4 \Rightarrow 4k = 4 \Rightarrow k = 1$.

321.



322. Если $x = 0$ — график пересекает ось ординат, Если $y = 0$ — график пересекает ось абсцисс.

а) $y = -2,4x + 9,6$; $x = 0 \Rightarrow y = 9,6$ — график пересекает ось ординат в точке $(0; 9,6)$; $y = 0 \Rightarrow 0 = -2,4x + 9,6 \Rightarrow 2,4x = 9,6 \Rightarrow x = 4$ — график пересекает ось абсцисс в точке $(4; 0)$;

б) $y = -0,7x - 28$; $x = 0 \Rightarrow y = -28$ — график пересекает ось ординат в точке $(0; -28)$; $y = 0 \Rightarrow 0 = -0,7x - 28 \Rightarrow 0,7x = -28 \Rightarrow x = -40$ — график пересекает ось абсцисс в точке $(-40; 0)$;

в) $y = 1,2x + 6$; $x = 0 \Rightarrow y = 6$ — график пересекает ось ординат в точке $(0; 6)$; $y = 0 \Rightarrow 0 = 1,2x + 6 \Rightarrow 1,2x = -6 \Rightarrow x = -5$ — график пересекает ось абсцисс в точке $(-5; 0)$;

г) $y = -5x + 2$; $x = 0 \Rightarrow y = 2$ — график пересекает ось ординат в точке $(0; 2)$; $y = 0 \Rightarrow 0 = -5x + 2 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = 0,4$ — график пересекает ось абсцисс в точке $(0,4; 0)$;

323. $y = 0$ — если график пересекает ось x . а) $y = 0,4x - 12$; $y = 0 \Rightarrow 0 = 0,4x - 12 \Rightarrow 0,4x = 12 \Rightarrow x = 30$ — график пересекает ось x в точке $(30; 0)$;

б) $y = -\frac{1}{3}x + 8$; $y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{3}x + 8 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 8 \Rightarrow x = 24$ — график пересекает ось x в точке $(24; 0)$.

324. Чтобы проверить принадлежит точка графику функции или нет, необходимо в уравнение функции подставить координаты данной точки, если получится верное равенство, то точка принадлежит графику $y = 1,2x - 7$.

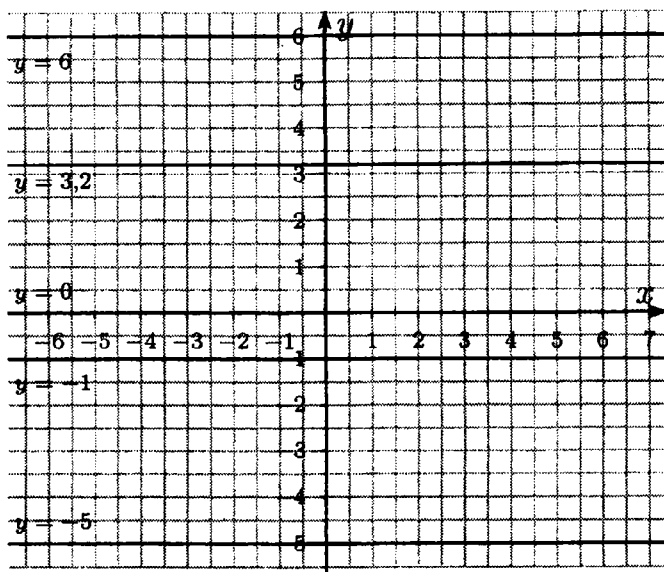
а) $A(100; 113)$; $1,2x - 7 = 1,2 \cdot 100 - 7 = 120 - 7 = 113 = y$ — график проходит через точку A ;

б) $B(-15; -25)$; $1,2x - 7 = 1,2 \cdot (-15) - 7 = -18 - 7 = -25 = y$ — график проходит через точку B ;

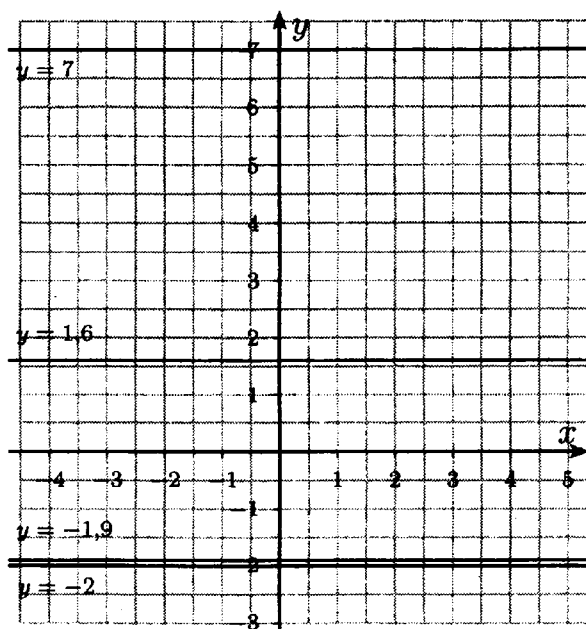
в) $C(-10; 5)$; $1,2x - 7 = 1,2 \cdot (-10) - 7 = -12 - 7 = -19 \neq y$ — график не проходит через точку C ;

г) $D(300; 353)$; $1,2x - 7 = 1,2 \cdot 300 - 7 = 360 - 7 = 353 = y$ — график проходит через точку D .

325.



326.



327. а) $\begin{cases} y = 10x - 8 \\ y = -3x + 5 \end{cases} \Rightarrow 10x - 8 = -3x + 5 \Rightarrow 13x = 13 \Rightarrow x = 1, y = 10x - 8 = 10 - 8 = 2.$ Точка пересечения: (1; 2).

б) $\begin{cases} y = 14 - 2,5x \\ y = 1,5x - 18 \end{cases} \Rightarrow 14 - 2,5x = 1,5x - 18 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8, y = 14 - 2,5x = 14 - 20 = -6.$ Точка пересечения: (8; -6).

в) $\begin{cases} y = 14x \\ y = x + 26 \end{cases} \Rightarrow 14x = x + 26 \Rightarrow 13x = 26 \Rightarrow x = 2, y = 14x = 14 \cdot 2 = 28.$ Точка пересечения: (2; 28).

г) $\begin{cases} y = -5x + 16 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow -5x + 16 = -6 \Rightarrow 5x = 22 \Rightarrow x = 4,4, y = -6.$ Точка пересечения: (4,4; -6).

328. График проходит через точки (5; 2) и (4; 3). В уравнение функции подставить координаты данных точек, если получится верное равенство, значит это и есть искомая функция. Эта функция — 4. $y = -x + 7.$

329. Найдём две точки, которые принадлежат графику функции $y = \frac{1}{3}x - 1$: при $x = 0, y = \frac{1}{3}x - 1 = -1$; при $x = 3, y = \frac{1}{3}x - 1 = 1 - 1 = 0.$ Значит график 3. является графиком функции $y = \frac{1}{3}x - 1.$

330. а) Масса пустого бидона равна 1 кг. б) Масса бидона с одним литром жидкости равна 2 кг. в) Для того чтобы найти массу одного литра жидкости необходимо от массы бидона с одним литром жидкости вычесть массу пустого бидона: $2 - 1 = 1$ кг. г) 2 литра.

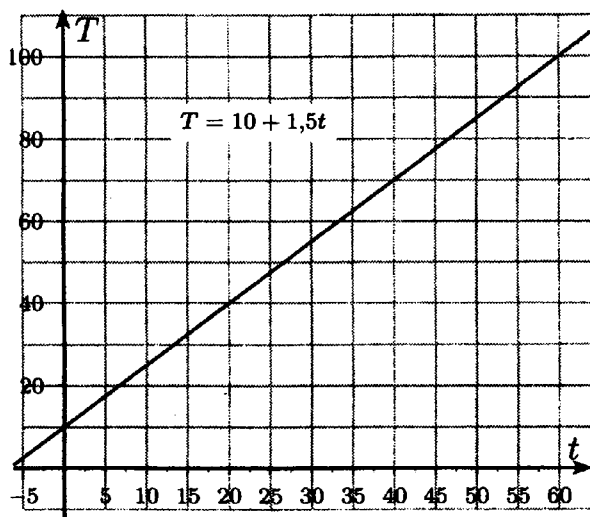
331. а) 6 л; б) 4 мин; в) 6 мин.

332. а) Дачник ехал по шоссе на протяжении 30 минут, за это время он проехал 40 км ($30 \text{ мин} = 0,5 \text{ ч}$), $v = \frac{40}{0,5} = 80 \text{ км/ч}$ — скорость автомобиля по шоссе.

б) Дачник ехал по просёлочной дороге на протяжении 40 минут, за это время он проехал 30 км ($40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч}$), $v = \frac{30}{\frac{2}{3}} = \frac{30 \cdot 3}{2} = 45 \text{ км/ч}$ — скорость автомобиля по шоссе.

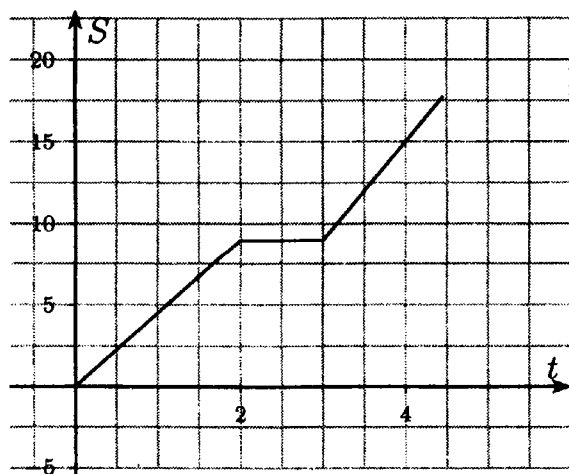
в) За 1 час 10 минут дачник проехал весь путь.

333.



а) $17,5^\circ\text{C}$, 25°C ; б) через 50 мин.

334.



335. а) Первая машина была в пути 2 ч 50 мин, а вторая 1 ч 25 мин. б) Первая машина начала своё движение раньше. в) Вторая машина двигалась со скоростью: $v_2 = \frac{140}{1} = 140$ км/ч. Первая машина двигалась со скоростью: $v_1 = \frac{140}{2} = 70$ км/ч. г) Вторая машина прибыла раньше.

336. а) $3 \cdot (0,9x - 1) - (x + 0,6) = -0,2 \Rightarrow 2,7x - 3 - x - 0,6 = -0,2 \Rightarrow 1,7x = 3,4 \Rightarrow x = 2$.

б) $7 - (3,1 - 0,1y) = -0,2y \Rightarrow 7 - 3,1 + 0,1y = -0,2y \Rightarrow 0,3y = -3,9 \Rightarrow y = -13$.

337. Пусть первая бригада изготовила x деталей, тогда вторая $x + 10$, а третья $0,3 \cdot (x + x + 10) = 0,3x \cdot (2x + 10)$. Значит $x + x + 10 + 0,3 \cdot (2x + 10) = 65 \Rightarrow 2x + 10 + 0,6x + 3 = 65 \Rightarrow 2,6x = 52 \Rightarrow x = 20$, $x + 10 = 30$, $0,3 \cdot (2x + 10) = 0,3 \cdot (50) = 15$. Ответ: первая бригада изготовила 20 деталей, вторая 30, третья 15.

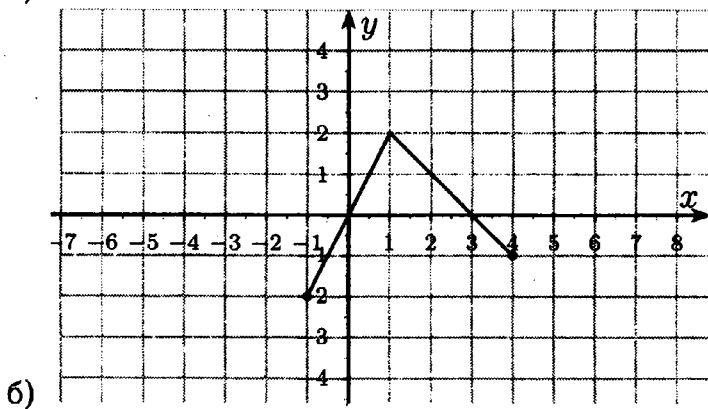
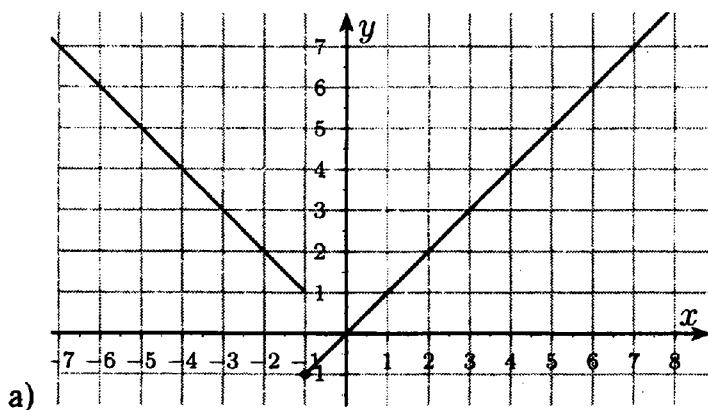
338. а) $n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3$; б) $(n - 1) + n + (n + 1) = 3n$; в) $(n + 4) + (n + 5) + (n + 6) = 3n + 15$.

17. Задание функции несколькими формулами

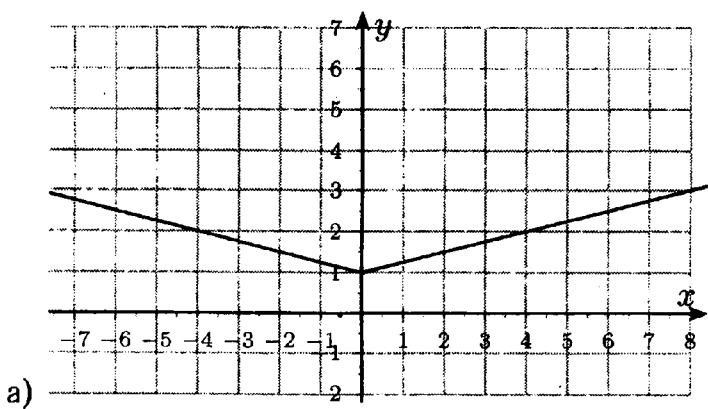
339.
$$y = \begin{cases} 1 - x, & \text{при } x \leq 0. \\ 1, & \text{при } x < 0 \leq 1. \\ x, & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

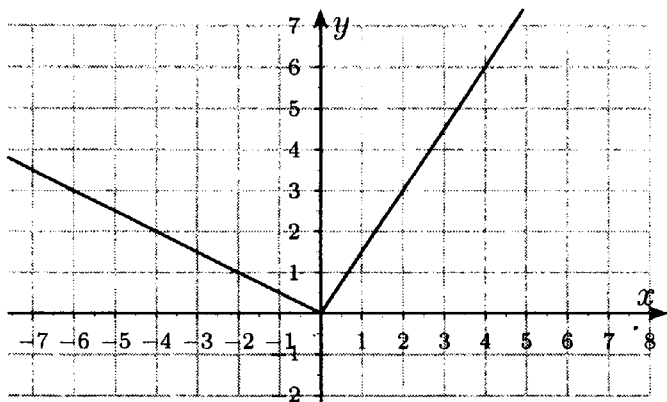
340. Из бака всего может вытечь $0,9 \cdot 20 = 18$ литров воды, так как кран расположен выше дна, поэтому всегда останется в баке 2 литра воды. Найдём, за какое время вытечет 18 литров: $2x = 18$. $x = 9$ мин. Значит $V = \begin{cases} 20 - 2x, & \text{при } 0 \leq x \leq 9. \\ 2, & \text{при } 9 < x \leq 12. \end{cases}$

341.

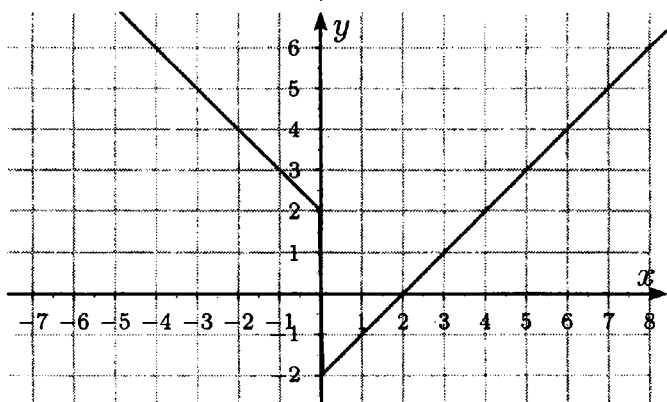


342.





б)



в)

343. $y = |x| + 2.$

344.
$$y = \begin{cases} x + 1, & \text{при } -2 \leq x < 1. \\ 3 - x, & \text{при } 1 \leq x \leq 3. \\ x - 3, & \text{при } 3 < x \leq 6. \end{cases}$$

345. При $t = 10$, $T = 4t + 20 = 40 + 20 = 60^\circ\text{C}$;
при $t = 20$, $T = 100^\circ\text{C}$; при $t = 30$, $T = 100^\circ\text{C}$; при
 $t = 45$, $T = -\frac{1}{3}t + 110 = 110 - 15 = 95^\circ\text{C}$; при $t =$
 $= 60$, $T = -\frac{1}{3}t + 110 = 110 - 20 = 90^\circ\text{C}$; при $t = 90$,
 $T = -\frac{1}{3}t + 110 = 110 - 30 = 80^\circ\text{C}$.

При $0 \leq t < 20$ — нагревание воды в баке; при
 $20 \leq t \leq 30$ — температура постоянная; при $30 <$
 $< t \leq 90$ — охлаждение воды в баке.

346. При $t = 0$, $s = 6t = 6 \cdot 0 = 0$ км; при $t = \frac{1}{2}$, $s = 6 \cdot \frac{1}{2} = 3$ км; при $t = \frac{5}{6}$, $s = 5$ км; при $t = 1$, $s = 5$ км; при $t = 1,5$, $s = -5t + 10 = -5 \cdot 1,5 + 10 = 10 - 7,5 = 2,5$ км; при $t = 2$, $s = -5t + 10 = -5 \times 2 + 10 = 10 - 10 = 0$ км.

347. До остановки автомобиль двигался со скоростью 60 км/ч, после остановки со скоростью 90 км/ч.

$$s = \begin{cases} 60t, & \text{при } 0 \leq t < 1,5. \\ 90, & \text{при } 1,5 \leq t \leq 2. \\ 90t - 90, & \text{при } 2 < t \leq 3. \end{cases}$$

Дополнительные упражнения к главе II

348. $\rho = 13,6$ г/см³ — плотность ртути: а) $m = \rho \cdot V$;
б) $V = \frac{m}{\rho}$.

349. $y = 5x + 10$. $x \neq 0$ — так как на 0 нельзя делить. И так же x должен быть больше остатка от деления. Значит $x > 10$: $x = 11$, $y = 5 \cdot 11 + 10 = 65$; $x = 12$. $y = 5 \cdot 12 + 10 = 70$.

350. а) 4 часа;

б) $\frac{16}{4} = 4$ км/ч;

в) первый привал — 30 минут, второй привал — 20 минут;

г) 6 км за первый час и 5 км за последний час;

д) На первые 8 км было затрачено 2 часа, на последние 8 км 2 часа.

351. а) $x \neq \pm 2$, так как знаменатель равен 0;

б) x — любое число.

352. Бригада перевыполнила план на $150 \cdot \frac{x}{100}$ деталей. Значит бригада всего изготовила $y = 150 + 150 \cdot \frac{x}{100}$ деталей.

а) $x = 10 \Rightarrow y = 150 + 150 \cdot \frac{10}{100} \Rightarrow y = 150 + 15 \Rightarrow y = 165$;

б) $y = 180 \Rightarrow 180 = 150 + 150 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow 150 \cdot \frac{x}{100} = 30 \Rightarrow \frac{x}{100} = 0,2 \Rightarrow x = 20\%$.

353. $y = 100 - 8x$: а) $x = 2,5 \Rightarrow y = 100 - 8x = 100 - 20 = 80$; $x = 4 \Rightarrow y = 100 - 8x = 100 - 32 = 68$.

б) $y = 20 \Rightarrow 20 = 100 - 8x \Rightarrow 8x = 80 \Rightarrow x = 10$;
 $y = 36 \Rightarrow 36 = 100 - 8x \Rightarrow 8x = 64 \Rightarrow x = 8$.

354. а) при $x = -0,5$ и $x = 3$; б) при $-1 < x < 3$;
 в) при $x < -1$ или $x > 3$.

355. а) 8 км;

б) 1,5 ч рыболов шёл до озера, 1,5 ч рыболов затратил на обратный путь;

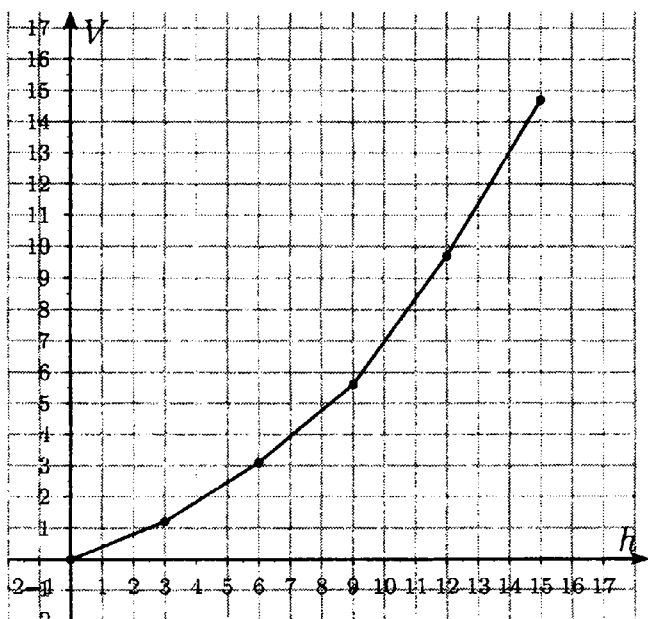
в) 6,5 ч;

г) 5 км;

д) 1 ч 10 мин;

е) 5 км/ч — средняя скорость рыболова на пути к озеру и 5 км/ч на обратном пути.

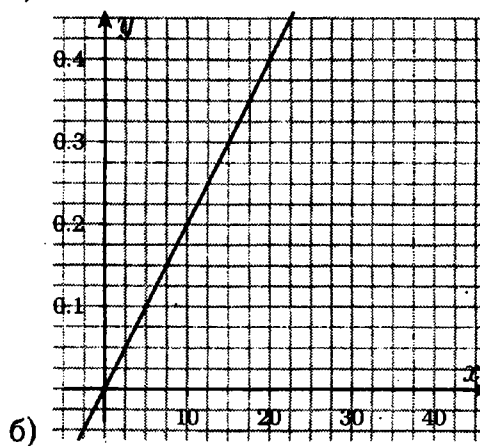
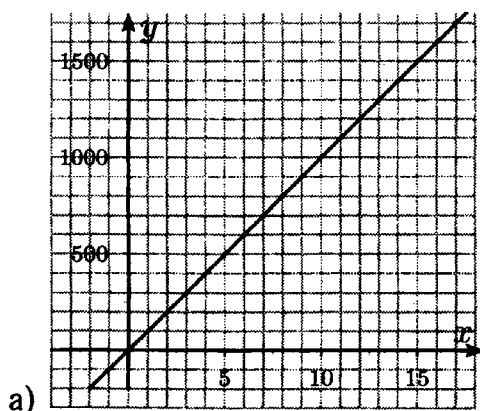
356.



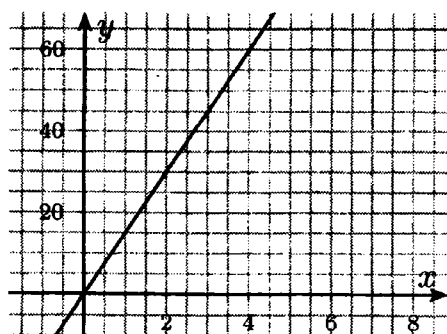
а) при $h = 5$ см, $V \approx 2,8$ л; при $h = 10$ см, $V \approx 7$ л;

б) при 4 л, $h \approx 6,5$ см; при $V = 10$ л, $h \approx 12,5$ см.

357.



358.



а) если $x = 3$ ч, то $y = 45$ км; если $x = 3$ ч 40 мин, то $y = 55$ км; б) если $y = 50$ км, то $x \approx 3,5$ ч.

359. а) $y = \frac{4x-7}{2} = 2x - 3,5$ — является линейной функцией; б) $y = 3 \cdot (x + 8) = 3x + 24$ — является линейной функцией; в) $y = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2$ — не является линейной функцией; г) $y = x \cdot (9 - x) + x^2 = 9x - x^2 + x^2 = 9x$ — является линейной функцией.

360. $y = 0, 2x - 4 \Rightarrow 0, 2x = y + 4 \Rightarrow x = 5y + 20$:
 $x = -25 \Rightarrow y = 0,2 \cdot (-25) - 4 = -5 - 4 = -9$; $x =$
 $= -12 \Rightarrow y = 0,2 \cdot (-12) - 4 = -2,4 - 4 = -6,4$;
 $x = 45 \Rightarrow y = 0,2 \cdot 45 - 4 = 9 - 4 = 5$; $x = 60 \Rightarrow y =$
 $= 0,2 \cdot 60 - 4 = 12 - 4 = 8$; $y = 0 \Rightarrow x = 5 \cdot 0 + 20 = 20$;
 $y = 1 \Rightarrow x = 5 \cdot 1 + 20 = 25$.

а) $y = x \Rightarrow x = 0, 2x - 4 \Rightarrow 0, 8x = -4 \Rightarrow x = -5$. Да, $x = y = -5$.

б) $y = -x$, и $x = -y \Rightarrow -x = 0, 2x - 4 \Rightarrow 1, 2x = 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 3\frac{1}{3}$. Да, $x = -y = 3\frac{1}{3}$.

361. Зависимость является линейной, значит функцию можно задать формулой вида $y = kx + b$.

а) Известны две точки $(0; -8)$ и $(2; 12)$. Значит $-8 =$
 $= k \cdot 0 + b \Rightarrow b = -8, 12 = k \cdot 2 + b \Rightarrow 12 = 2k - 8 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10$.

Уравнение прямой $y = 10x - 8$: при $x = -2 \Rightarrow y =$
 $= -2 \cdot (10) - 8 = -28$; при $x = 4 \Rightarrow y = 10 \cdot 4 - 8 = 32$;
 при $x = 6 \Rightarrow y = 10 \cdot 6 - 8 = 52$.

x	-2	0	2	4	6
y	-28	-8	12	32	52

б) Известны две точки $(0; 5)$ и $(10; 6)$. Значит $5 = k \cdot$
 $\cdot 0 + b \Rightarrow b = 5, 6 = k \cdot 10 + b \Rightarrow 6 = 10k + 5 \Rightarrow 10k =$
 $= 1 \Rightarrow k = 0,1$.

Уравнение прямой $y = 0,1x + 5$: при $y = -15 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -15 = 0,1x + 5 \Rightarrow 0,1x = -20 \Rightarrow x = -200$; при
 $x = -10 \Rightarrow y = 0,1 \cdot (-10) + 5 = -1 + 5 = 4$; при
 $x = 30 \Rightarrow y = 0,1 \cdot 30 + 5 = 3 + 5 = 8$; при $y = 15 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 15 = 0,1x + 5 \Rightarrow 0,1x = 10 \Rightarrow x = 100$.

x	-200	-10	0	10	30	100
y	-15	4	5	6	8	15

362. Зависимость является линейной, значит функцию можно задать формулой вида $y = kx + b$.

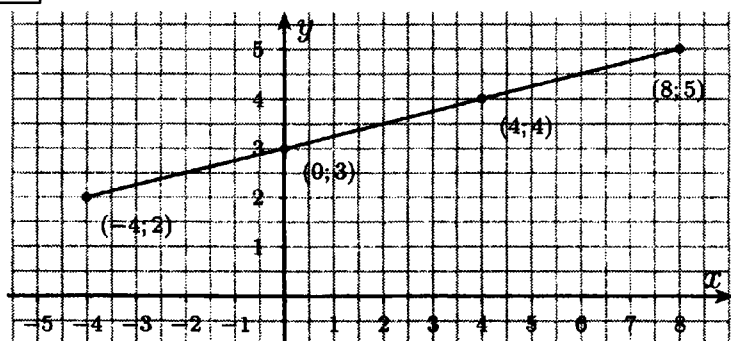
Возьмём две точки: $(1; 11) 11 = 1 \cdot k + b$ и $(2; 21) 21 = 2 \cdot k + b$.

Умножим обе части равенства $11 = k + b$ на 2. Получим, $22 = 2k + 2b$. Вычтем из $22 = 2k + 2b$ равенство $21 = 2k + b$, таким образом: $22 - 21 = (2k + 2b) - (2k + b) \Rightarrow 1 = 2k - 2k + 2b - b \Rightarrow b = 1$, $11 = k + b \Rightarrow k + 1 = 11 \Rightarrow k = 10$. Формула данной функции: $y = 10x + 1$.

363. $m = 400 + 5x$ — функция является линейной.

364. Точка принадлежит графику функции, если при подстановке координат в уравнение функции получается верное равенство. Значит $-1,4 = 3,5a \Rightarrow a = -\frac{1,4}{3,5} = -0,4$.

365.



366. $v = 331 + 0,6t$: при $t = -35^\circ\text{C}$: $v = 331 + 0,6t = 331 + 0,6 \cdot (-35) = 331 - 21 = 310$ м/с; при $t = 30^\circ\text{C}$. $v = 331 + 0,6t = 331 + 0,6 \cdot 30 = 331 + 18 = 349$ м/с.

367. График пересекает ось x при $y = 0$.

а) $y = 100 - 25x \Rightarrow 0 = 100 - 25x \Rightarrow 25x = 100 \Rightarrow x = 4$. Да, пересекает в точке $(4; 0)$.

б) $y = 7x + 49 \Rightarrow 0 = 7x + 49 \Rightarrow 7x = -49 \Rightarrow x = -7$. Да, пересекает в точке $(-7; 0)$.

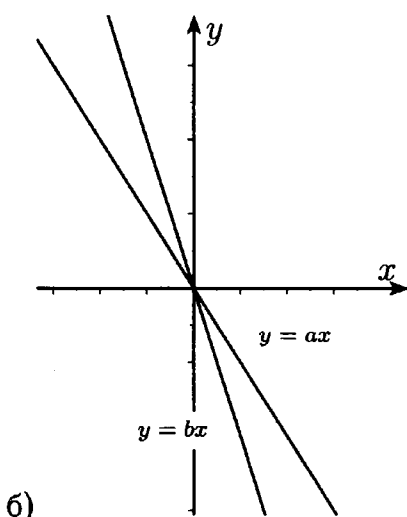
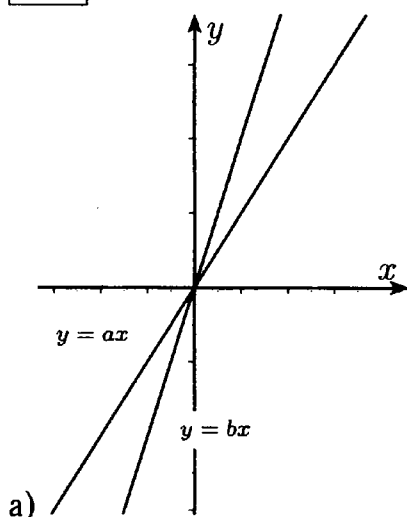
в) $y = 200x \Rightarrow 0 = 200x \Rightarrow x = 0$. Да, пересекает в точке $(0; 0)$.

г) $y = -75x \Rightarrow 0 = -75x \Rightarrow x = 0$. Да, пересекает в точке $(0; 0)$.

д) $y = -15 \Rightarrow 0 \neq -15$. Нет, не пересекает ось x .

е) $y = 15$. Нет, не пересекает ось x .

368.

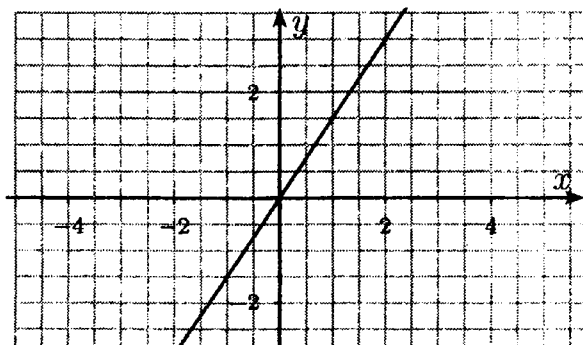


369. $y = kx + b$, число k — угловой коэффициент. Для того чтобы два графика были параллельны необходимо чтобы их угловые коэффициенты были равны. Значит $y = -0,4x + 1$.

$M(50; -19); -19 = -0,4 \cdot 50 + 1 \Rightarrow -19 = -20 + 1 \Rightarrow -19 = -19$. Значит точка $M(50; -19)$ принадлежит этому графику.

369. $y = kx + b$, число k — угловой коэффициент. Для того чтобы два графика были параллельны необходимо чтобы их угловые коэффициенты были равны. Значит $y = 1,5 + b$.

$A(2; 3); 3 = 1,5 \cdot 2 + b \Rightarrow 3 = 3 + b \Rightarrow b = 0$. Искомая формула: $y = 1,5x$.



371. График линейной функции параллельный оси абсцисс имеет вид: $y = 0 \cdot x + b$.

$M(5; 8); y = b; b = 8; y = 0 \cdot x + 8$.

372. а) $\begin{cases} y = 4x + 9 \\ y = 6x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x + 9 \\ 4x + 9 = 6x - 5 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y = 4x + 9 \\ 2x = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x + 9 \\ x = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 37 \\ x = 7 \end{cases}$

Точка пересечения $(7; 37)$.

б) $\begin{cases} y = 16x - 7 \\ y = 21x + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16x - 7 \\ 16x - 7 = 21x + 8 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y = 16x - 7 \\ 5x = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16x - 7 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -55 \\ x = -3 \end{cases}$

Точка пересечения $(-3; -55)$.

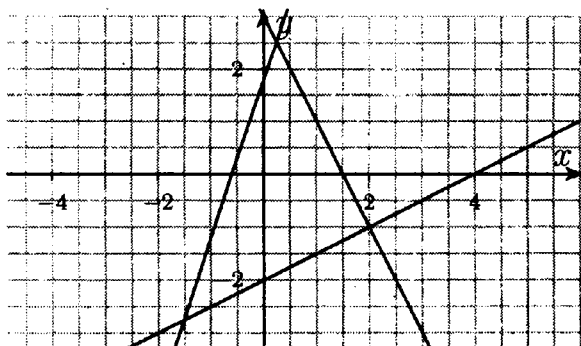
в) $\begin{cases} y = 5 \\ y = 10x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ 5 = 10x - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ 10x = 12 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 1,2 \end{cases}$

Точка пересечения $(1,2; 5)$.

г) $\begin{cases} y = 14 \\ y = 0,1x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 14 \\ 14 = 0,1x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 14 \\ x = 140 \end{cases}$

Точка пересечения $(140; 14)$.

373. Да, начало координат лежит внутри треугольника.



ГЛАВА III. СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

§7. Степень и её свойства

18. Определение степени с натуральным показателем

374. а) $0,9^3$; е) y^{12} ; б) $(-6)^4$; ж) $(-x)^5$; в) $(\frac{1}{2})^4$; з) $(a-b)^2$; г) 5^{25} ; и) $(xy)^5$; д) c^7 .

375. а) Основание степени 3,5, показатель степени 4; $3,5^4 = 3,5 \cdot 3,5 \cdot 3,5 \cdot 3,5$.

б) Основание степени $-0,1$, показатель степени 3; $(-0,1)^3 = (-0,1) \cdot (-0,1) \cdot (-0,1)$.

в) Основание степени -100 , показатель степени 4; $(-100)^4 = (-100) \cdot (-100) \cdot (-100) \cdot (-100)$.

г) Основание степени $-a$, показатель степени 6; $(-a)^6 = (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$.

д) Основание степени $\frac{1}{2}x$, показатель степени 5; $(\frac{1}{2}x)^5 = (\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x) \cdot (\frac{1}{2}x)$.

376. а) $2^4 = 16$; б) $4^2 = 16$; в) $5^3 = 125$; г) $3^5 = 243$; д) $(7,8)^2 = 60,84$; е) $(-1,5)^3 = -3,375$; ж) $(\frac{3}{4})^4 = \frac{81}{256}$; з) $(-\frac{2}{3})^5 = -\frac{32}{243}$; и) $(1\frac{1}{3})^4 = (\frac{4}{3})^4 = \frac{256}{81}$; к) $(-2\frac{1}{2})^3 = (-\frac{5}{2})^3 = -\frac{125}{8}$.

377. а) $25^2 = 625$; б) $8^4 = 4096$; в) $7^3 = 343$; г) $7^5 = 16807$; д) $(-0,9)^3 = -0,729$; е) $(-2,4)^2 = 5,76$; ж) $(-\frac{1}{2})^5 = -\frac{1}{32}$; з) $(-\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{64}$.

378. а) $4,15^3 = 71,473375$; б) $(-0,98)^5 = -0,9039207968$; в) $1,42^6 = 8,198418170944$; г) $2,08^3 : 1,56 = 8,998912 : 1,56 \approx 5,7685333$; д) $1,67^4 \cdot 8,3 = 7,77796321 \cdot 8,3 = 64,557094643$.

379. а) $8,49^4 = 5195,540816$; б) $(-1,062)^3 = -1,197770328$; в) $2,73^5 \cdot 27,4 = 151,63981126 \times \times 27,4 = 4154,9308285$; г) $(1,39 + 7,083)^3 = 8,473^3 = 608,29131982$.

380.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	234	729	2187	6561	19683	59049

381. а) $0,81 = 0,9^2$; $0,16 = 0,4^2$; $144 = 12^2$; $\frac{25}{169} = (\frac{5}{13})^2$; $1\frac{24}{25} = \frac{49}{25} = (\frac{7}{5})^2$; $0,0004 = 0,02^2$;

б) $64 = 4^3$; $-216 = (-6)^3$; $0,008 = 0,2^3$; $-\frac{1}{64} = (-\frac{1}{4})^3$; $4\frac{17}{27} = \frac{125}{27} = (\frac{5}{3})^3$;

в) $10 = 10^1$; $100 = 10^2$; $1000 = 10^3$; $1\,000\,000 = 10^6$;

г) $125 = 5^3$; $625 = 5^4$; $15625 = 5^6$.

382. а) $8 = 2^3$; б) $81 = 9^2$; в) $125 = 5^3$; г) $64 = 4^3$; д) $0,001 = 0,1^3$; е) $3\frac{3}{8} = \frac{27}{8} = (\frac{3}{2})^3$; ж) $1\frac{11}{25} = \frac{36}{25} = (\frac{6}{5})^2$.

383. а) $71^2 > 0$; б) $(-25)^3 = -25^3 < 0$ — так как степень не чётная; в) $(-5,9)^3 = -5,9^3$ — так как степень не чётная, $(-5,9)^2 = 5,9^2$ — так как степень чётная, $-5,9^3 < 5,9^2$, значит $(-5,9)^3 < (-5,9)^2$; г) $(-2,3)^{12} = 2,3^{12}$ — так как степень чётная, $(-8,6)^{19} = -8,6^{19}$ — так как степень не чётная, $2,3^{12} > -8,6^{19}$, значит $(-2,3)^{12} > (-8,6)^{19}$.

384. а) $7 \cdot 5^2 = 7 \cdot 25 = 175$; б) $(7 \cdot 5)^2 = 35^2 = 1225$; в) $(-0,4)^3 = -0,064$; г) $-0,4^3 = -0,064$; д) $-3 \cdot 2^5 = -3 \cdot 32 = -96$; е) $-6^2 \cdot (-12) = 36 \cdot 12 = 432$.

385. а) $34^2 - 175 = 1156 - 175 = 981$; б) $605 + 78^2 = 6084 + 605 = 6689$; в) $42^2 \cdot 9 = 1764 \cdot 9 = 15\,876$; г) $18^2 : 27 = 324 : 27 = 12$; д) $75^2 + 25^2 = 5625 + 625 = 6250$; е) $59^2 - 36^2 = 3481 - 1296 = 2185$.

386. а) $9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 9 \cdot \frac{25}{36} = \frac{25}{4} = 6,25$; б) $\left(9 \cdot \frac{5}{6}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{225}{4} = 56,25$; в) $(-10)^6 = 1\,000\,000$; г) $-10^6 = -1\,000\,000$; д) $4 \cdot 5^3 = 4 \cdot 125 = 500$; е) $-5 \cdot 2^5 = -5 \cdot 32 = -160$; ж) $-2^4 \cdot 15 = -16 \cdot 15 = -240$; з) $2700 \cdot (-0,1)^3 = -2700 \cdot 0,001 = -2,7$.

387. а) $7^2 + 3^3 = 49 + 27 = 76$; б) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$; в) $(6 + 8)^2 = 14^2 = 192$; г) $10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$; д) $(10 - 3)^2 = 7^2 = 49$; е) $2^4 - 3^2 = 16 - 9 = 7$; ж) $11 - 3^4 = 11 - 81 = -70$; з) $(6 - 8)^5 = (-2)^5 = -32$; и) $4^3 - 2^2 = 64 - 4 = 60$.

388. а) $-1^3 + (-2)^3 = -1 - 8 = -9$; б) $-6^2 - (-1)^4 = -36 - 1 = -37$; в) $-8^3 + (-3)^3 = -512 - 27 = -539$; г) $10 - 5 \cdot 2^4 = 10 - 5 \cdot 16 = 10 - 80 = -70$; д) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4 = 2 \cdot 81 - 3 \cdot 16 = 162 - 48 = 114$; е) $2 \cdot 5^3 + 5 \cdot 2^3 = 2 \cdot 125 + 5 \cdot 8 = 250 + 40 = 290$; ж) $3^4 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4} = 81 - \frac{4}{25} \cdot \frac{25}{4} = 81 - 1 = 80$; з) $0,2 \times \times 3^3 - 0,4 \cdot 2^4 = 0,2 \cdot 27 - 0,4 \cdot 16 = 5,4 - 6,4 = -1$; и) $8 \cdot 0,5^3 + 25 \cdot 0,2^2 = 8 \cdot 0,125 + 25 \cdot 0,04 = 1 + 1 = 2$.

389. Площадь окна $S = a \cdot 1,5a + \frac{\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2}$. При $a = 80$,
 $S = a \cdot 1,5a + \frac{\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2} = 80 \cdot 1,5 \cdot 80 + \frac{3,14 \cdot \left(\frac{80}{2}\right)^2}{2} = 9600 + \frac{3,14 \cdot 1600}{2} = 9600 + 2512 = 12112$. Ответ: 12112 см².

390. Площадь кольца $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2) = \pi (6,4^2 - 3,6^2) = \pi (40,96 - 12,96) = 3,14 \cdot 28 = 87,92$ см². Ответ: 87,92 см².

391. а) $0,01y^4$: при $y = -2 \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \cdot (-2)^4 = 0,01 \cdot 16 = 0,16$; при $y = 2 \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \cdot (2)^4 = 0,01 \cdot 16 = 0,16$; при $y = -3 \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \times \times (-3)^4 = 0,01 \cdot 81 = 0,81$; при $y = 3 \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \cdot (3)^4 = 0,01 \cdot 81 = 0,81$; при $y = -10 \Rightarrow \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \cdot (-10)^4 = 0,01 \cdot 10000 = 100$; при $y = 10 \Rightarrow 0,01y^4 = 0,01 \cdot (10)^4 = 0,01 \cdot 10000 = 100$.

б) $2c^2 + 3$: при $c = -11 \Rightarrow 2c^2 + 3 = 2 \cdot (-11)^2 + 3 = 2 \cdot 121 + 3 = 242 + 3 = 245$; при $c = 11 \Rightarrow 2c^2 + 3 = 2 \cdot (11)^2 + 3 = 2 \cdot 121 + 3 = 242 + 3 = 245$; при $c = 0 \Rightarrow 2c^2 + 3 = 2 \cdot (0)^2 + 3 = 2 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$; при $c = -15 \Rightarrow 2c^2 + 3 = 2 \cdot (-15)^2 + 3 = 2 \cdot 225 + 3 = 450 + 3 = 453$; при $c = 15 \Rightarrow 2c^2 + 3 = 2 \cdot (15)^2 + 3 = 2 \cdot 225 + 3 = 450 + 3 = 453$.

392. а) $x^2 = (-x)^2$ — так как степень чётная: при $x = -9 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 81 \Rightarrow -x^2 = -81$; при $x = 9 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 81 \Rightarrow -x^2 = -81$; при $x = -6 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 36 \Rightarrow -x^2 = -36$; при $x = 6 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 36 \Rightarrow -x^2 = -36$; при $x = -2 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 4 \Rightarrow -x^2 = -4$; при $x = 2 \Rightarrow x^2 = (-x)^2 = 4 \Rightarrow -x^2 = -4$.

б) $-x^3 = (-x)^3$ — так как степень не чётная: при $x = -4 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = 64 \Rightarrow x^3 = -64$; при $x = 4 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = -64 \Rightarrow x^3 = 64$; при $x = -3 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = 27 \Rightarrow x^3 = -27$; при $x = 3 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = -27 \Rightarrow x^3 = 27$; при $x = -1 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = 1 \Rightarrow x^3 = -1$; при $x = 1 \Rightarrow -x^3 = (-x)^3 = -1 \Rightarrow x^3 = 1$.

393. $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x$: при $x = -1 \Rightarrow x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 = -1$; при $x = 0 \Rightarrow x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 0$; при $x = 10 \Rightarrow x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 100\,000 + 10\,000 + 1\,000 + 100 + 10 = 111\,110$.

394. 1) $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$, $15 = 3 \cdot 5$.

2) В разложение числа a должны входить множители 2 и 3^2 .

3) $a = 2 \cdot 3^2 = 18$ или $a = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$.

395. а) $a^3 a = a^4$; б) $a^4 a^2 = a^6$; в) $a^3 a^6 = a^9$; г) $a^{20} a^{12} = a^{32}$.

396. $4x^2 \geq 0$ и $(x-8)^2 \geq 0$, так как при возведении любого числа в чётную степень результат не отрицательный.

397. а) a^2+1 ; $3+(5-a)^2$; a^4+a^2+8 ; б) $-a^6-4a^4-1$; $-a^8-9$.

398. а) $(x+1)^2$; б) a^2+b^2 ; в) m^2-n^2 ; г) $(m-n)^2$; д) $2 \cdot x^2 \cdot y^2$; е) $2 \cdot a^3 \cdot b^2$.

399. а) квадрат суммы чисел x и y ; б) сумма квадратов чисел x и y ; в) квадрат разность чисел x и y ; г) разность квадратов чисел x и y ; д) куб разности чисел x и y ; е) сумма кубов чисел x и y ; ж) удвоенный квадрат разность чисел a и b ; з) утроенная сумма квадратов чисел a и b .

400. $y = 1, 2x - 30$: график пересекает ось x при $y = 0$. Значит $0 = 1, 2x - 30 \Rightarrow 1, 2x = 30 \Rightarrow x = 25$; график пересекает ось y при $x = 0$. Значит $y = 1, 2 \cdot 0 - 30 = -30$. График функции $y = 1, 2x - 30$ пересекает ось x в точке $(25; 0)$, и ось y в точке $(0; -30)$.

401. а) $y = -4x + 1,3$ и $y = x - 2,7$, значит $-4x + 1,3 = x - 2,7 \Rightarrow 5x = 4 \Rightarrow x = 0,8$; $y = -4x + 1,3 = -4 \cdot 0,8 + 1,3 = -1,9$. Точка пересечения: $(0,8; -1,9)$. б) $y = -x + 8,1$ и $y = -3x + 7,9$, значит $-x + 8,1 = -3x + 7,9 \Rightarrow 2x = -0,2 \Rightarrow x = -0,1 \Rightarrow y = -x + 8,1 = 0,1 + 8,1 = 8,2$. Точка пересечения: $(-0,1; 8,2)$.

402. а) Графики параллельны, так как у них равны угловые коэффициенты k . Причём, график $y = -\frac{1}{2}x + 3$ — выше относительно оси x , чем график $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

б) Графики не параллельны, так как у них не равны угловые коэффициенты k . Значит у них есть точка пересечения. Эта точка $(0; 4)$.

19. Умножение и деление степеней

403. а) $x^5x^8 = x^{8+5} = x^{13}$; б) $a^6a^3 = a^{6+3} = a^9$; в) $y^4y^9 = y^{9+4} = y^{13}$; г) $b^8b^{15} = b^{8+15} = b^{23}$; д) $x^9x = x^{9+1} = x^{10}$; е) $yy^{12} = y^{1+12} = y^{13}$; ж) $2^6 \cdot 2^4 = 2^{6+4} = 2^{10}$; з) $7^5 \cdot 7 = 7^{5+1} = 7^6$.

404. а) $m^3m^8 = m^{3+8} = m^{11}$; б) $x^4x^4 = x^{4+4} = x^8$; в) $c^7c^{12} = c^{7+12} = c^{19}$; г) $p^3p^{11} = p^{3+11} = p^{14}$; д) $aa^3 = a^{1+3} = a^4$; е) $b^2b = b^{2+1} = b^3$; ж) $5^9 \cdot 5^8 = 5^{9+8} = 5^{17}$; з) $3^3 \cdot 3^3 = 3^{3+3} = 3^6$.

405. а) $a^{15} = a^{15-6} \cdot a^6 = a^9 \cdot a^6$; б) $a^{15} = a^{15-9} \cdot a^9 = a^6 \cdot a^9$; в) $a^{15} = a^{15-2} \cdot a^2 = a^{13} \cdot a^2$; г) $a^{15} = a^{15-14} \times \times a^{14} = a \cdot a^{14}$.

406. а) $x^{10} = x^4 \cdot x^6$; б) $y^{15} = y^9 \cdot y^6$; в) $2^{12} = 2^5 \cdot 2^7$; г) $5^{17} = 5^8 \cdot 5^9$.

407. $x^6 = x^6x^0 = x^5x = x^4x^2 = x^3x^3 = x^2x^4 = xx^5 = x^0x^6$.

408. а) $x^2x^5x^4 = x^{2+5+4} = x^{11}$; б) $y^3y^2y = y^{3+2+1} = y^6$; в) $mm^3m^2m^5 = m^{1+3+2+5} = m^{11}$; г) $p^4p^3pp = p^{4+3+1+1} = p^9$; д) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5 = 10^{2+3+5} = 10^{10}$; е) $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3 = 3^{4+2+3+1} = 3^{10}$.

409. а) $m^3m^2m^8 = m^{3+2+8} = m^{13}$; б) $a^4a^3a^2 = a^{4+3+2} = a^9$; в) $xx^4x^4x = x^{1+4+4+1} = x^{10}$; г) $n^5nn^3n^6 = n^{5+1+3+6} = n^{15}$; д) $7^8 \cdot 7 \cdot 7^4 = 7^{8+1+4} = 7^{13}$; е) $5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5 = 5^{1+2+3+5} = 5^{11}$.

410. а) $5^8 \cdot 25 = 5^8 \cdot 5^2 = 5^{8+2} = 5^{10}$; б) $3^{12} \cdot 27 = 3^{12} \times \times 3^3 = 3^{12+3} = 3^{15}$; в) $6^{15} \cdot 36 = 6^{15} \cdot 6^2 = 6^{15+2} = 6^{17}$; г) $2^9 \cdot 32 = 2^9 \cdot 2^5 = 2^{9+5} = 2^{14}$; д) $0,4^5 \cdot 0,16 = 0,4^5 \times \times 0,4^2 = 0,4^{5+2} = 0,4^7$; е) $0,001 \cdot 0,1^4 = 0,1^3 \cdot 0,1^4 = 0,1^{3+4} = 0,1^7$.

411. а) $2^4 \cdot 2 = 2^{4+1} = 2^5 = 32$; б) $2^6 \cdot 4 = 2^6 \cdot 2^2 = 2^{6+2} = 2^8 = 256$; в) $8 \cdot 2^7 = 2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10} = 1024$; г) $16 \cdot 32 = 2^4 \cdot 2^5 = 2^{4+5} = 2^9 = 512$.

412. а) $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7 = 2187$; б) $81 \cdot 3^6 = 3^4 \cdot 3^6 = 3^{4+6} = 3^{10} = 59049$; в) $9 \cdot 2187 = 3^2 \cdot 3^7 = 3^{2+7} = 3^9 = 19683$; г) $27 \cdot 243 = 3^3 \cdot 3^5 = 3^{3+5} = 3^8 = 6561$.

413. а) $(c^4)^2 = c^4 \cdot c^4 = c^{4+4} = c^8$; б) $(c^2)^4 = c^2 \cdot c^2 \times c^2 \cdot c^2 = c^{2+2+2+2} = c^8$.

414. а) $x^5 : x^3 = x^{5-3} = x^2$; б) $y^{10} : y^7 = y^{10-7} = y^3$; в) $a^{21} : a = a^{21-1} = a^{20}$; г) $b^{19} : b^{18} = b^{19-18} = b$; д) $c^{12} : c^3 = c^{12-3} = c^9$; е) $p^{20} : p^{10} = p^{20-10} = p^{10}$; ж) $3^8 : 3^5 = 3^{8-5} = 3^3$; з) $0,7^9 : 0,7^4 = 0,7^{9-4} = 0,7^5$.

415. а) $p^{10} : p^6 = p^{10-6} = p^4$; б) $a^8 : a^4 = a^{8-4} = a^4$; в) $x^{15} : x^4 = x^{15-4} = x^{11}$; г) $y^9 : y = y^{9-1} = y^8$; д) $10^{16} : 10^{12} = 10^{16-12} = 10^4$; е) $2,3^{16} : 2,3^7 = 2,3^{16-7} = 2,3^9$.

416. а) $5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2 = 25$; б) $10^{15} : 10^{12} = 10^{15-12} = 10^3 = 1000$; в) $0,5^{10} : 0,5^7 = 0,5^{10-7} = 0,5^3 = 0,125$; г) $(1\frac{1}{3})^8 : (1\frac{1}{3})^6 = (1\frac{1}{3})^{8-6} = (\frac{4}{3})^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$; д) $2,73^{13} : 2,73^{12} = 2,73^{13-12} = 2,73$; е) $(-\frac{2}{3})^7 : (-\frac{2}{3})^4 = (-\frac{2}{3})^{7-4} = (-\frac{2}{3})^3 = -\frac{8}{27}$.

417. а) $\frac{8^6}{8^4} = 8^{6-4} = 8^2 = 64$; б) $\frac{0,8^7}{0,8^4} = 0,8^{7-4} = 0,8^3 = 0,512$; в) $\frac{(-0,3)^5}{(-0,3)^3} = (-0,3)^{5-3} = (-0,3)^2 = 0,09$; г) $\frac{1,5^4}{1,5^2} = 1,5^{4-2} = 1,5^2 = 2,25$; д) $\frac{(-2\frac{1}{3})^6}{(-2\frac{1}{3})^3} = (-2\frac{1}{3})^{6-3} = (-\frac{7}{3})^3 = -\frac{343}{27} = -12\frac{16}{27}$.

418. а) $\frac{7^9 \cdot 7^5}{7^{12}} = 7^{9+5-12} = 7^2 = 49$; б) $\frac{3^{15}}{3^5 \cdot 3^6} = 3^{15-5-6} = 3^4 = 81$; в) $\frac{5^{16} \cdot 5^4}{5^{18}} = 5^{16+4-18} = 5^2 = 25$; г) $\frac{0,6^{12}}{0,6^4 \cdot 0,6^5} = 0,6^{12-4-5} = 0,6^3 = 0,216$.

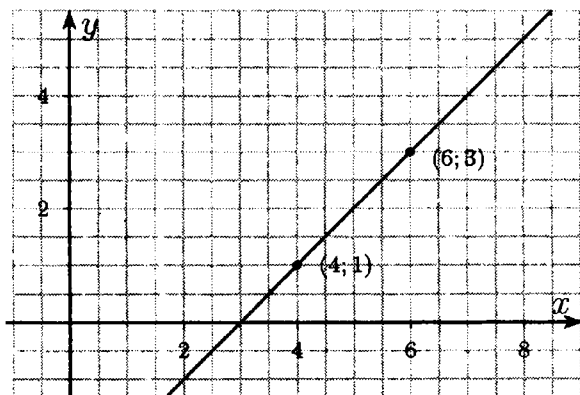
419. а) $x^n \cdot x^3 = x^{n+3}$; б) $a^2 \cdot a^m = a^{2+m}$; в) $x \times x^n = x^{n+1}$; г) $y^n : y^4 = y^{n-4}$; д) $c^9 : c^m = c^{9-m}$; е) $k^n : k = k^{n-1}$.

420. а) $3x^0 = 3$; б) $-2,5y^0 = -2,5$; в) $10a^2b^0 = 10a^2$, при $a = -3 \Rightarrow 10a^2 = 10 \cdot (-3)^2 = 10 \cdot 9 = 90$; г) $27a^0c^3 = 27c^3$, при $c = -\frac{1}{3} \Rightarrow 27 \cdot c^3 = 27 \cdot (-\frac{1}{3})^3 = \frac{27}{-27} = -1$.

421. а) $b^4 b^0 = b^{4+0} = b^4$; б) $c^5 : c^0 = c^{5-0} = c^5$;
в) $a^4 a^0 = a^{4+0}$; г) $x^3 : x^0 = x^{3-0} = x^3$.

422. а) $9 = 3^2$; б) $-27 = -3^3$; в) $6,25 = 2,5^2$;
г) $0,064 = 0,4^3$; д) $-3\frac{3}{8} = -\frac{27}{8} = (-\frac{3}{2})^3 = (-1,5)^3$;
е) $5\frac{4}{9} = \frac{49}{9} = (\frac{7}{3})^2 = (2\frac{1}{3})^2$.

423.



424. $s = vt$, $s = 70t$. В 1 час = 60 минут, значит 30 мин = 0,5 часа. За 3,5 часа автомобиль проехал: $s = 70t = 70 \cdot 3,5 = 245$ км. За 5 часов автомобиль проехал: $s = 70t = 70 \cdot 5 = 350$ км. Значит за время от 3 ч 30 мин до 5 ч автомобиль прошёл путь равный: $350 - 245 = 105$ км. Ответ: 105 км.

425. Квадрат произвольного числа больше либо равен нулю. а) $6a^2 \geq 0$; б) $-a^2 \leq 0$; в) $a^2 + 4 > 0$; г) $(a + 4)^2 \geq 0$; д) $-a^2 - 5 < 0$.

426. Точка принадлежит графику функции, если при подстановке координат в уравнение функции получается верное равенство: 1) $y = x^3 - 3x^2$; $A(7; 196)$; $x^3 - 3x^2 = x^2 \cdot (x - 3) = 49 \cdot 4 = 196 = y$, значит точка A принадлежит графику заданной функции; $B(-5; -200)$; 2) $x^3 - 3x^2 = x^2 \cdot (x - 3) = (-5)^2 \cdot (-5 - 3) = 25 \cdot (-8) = -200 = y$, значит точка B принадлежит графику заданной функции.

427. Плотность гранита $\rho = \frac{108}{40} = 2,7 \text{ г/см}^3$, $m = \rho V$, при $V = 35 \text{ см}^3 \Rightarrow m = \rho V = 2,7 \cdot 35 = 94,5 \text{ г}$. Ответ: 94,5 г.

20. Возведение в степень произведения и степени

428. а) $(xy)^4 = x^4y^4$; б) $(abc)^5 = a^5b^5c^5$;
в) $(2x)^3 = 2^3x^3 = 8x^3$; г) $(3a)^2 = 3^2a^2 = 9a^2$;
д) $(-5x)^3 = -5^3x^3 = -125x^3$; е) $(-10ab)^2 = -10^2a^2b^2 = -100a^2b^2$; ж) $(-0,2xy)^4 = -0,2^4x^4y^4 = -0,0016x^4y^4$; з) $(-0,5bd)^3 = -0,5^3b^3d^3 = -0,125b^3d^3$.

429. а) $(mn)^5 = m^5n^5$; б) $(xyz)^2 = x^2y^2z^2$;
в) $(-3y)^4 = 3^4y^4 = 81y^4$; г) $(-2ax)^3 = -2^3a^3x^3 = -8a^3x^3$; д) $(10xy)^2 = 10^2x^2y^2 = 100x^2y^2$;
е) $(-2abx)^4 = 2^4a^4b^4x^4 = 16a^4b^4x^4$; ж) $(-am)^3 = -a^3m^3$; з) $(-xn)^4 = x^4n^4$.

430. а) $(2 \cdot 10)^3 = 2^3 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1000 = 8000$;
б) $(2 \cdot 5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625 = 10\,000$; в) $(3 \cdot 100)^4 = 3^4 \cdot 100^4 = 81 \cdot 100\,000\,000 = 8\,100\,000\,000$;
г) $(5 \cdot 7 \cdot 20)^2 = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 20^2 = 25 \cdot 49 \cdot 400 = 490\,000$.

431. x противоположное ему число $-x$. а) $(-x)^2 = ((-1) \cdot x)^2 = (-1)^2 \cdot x^2 = x^2$; б) $(-x)^3 = ((-1) \cdot x)^3 = (-1)^3 \cdot x^3 = -x^3$.

432. Пусть ребро квадрата a , тогда площадь квадрата равна: $S = a^2$. Если ребро увеличить: в 2 раза, то $S = a^2 = (2a)^2 = 4a^2$, т. е. площадь увеличится в 4 раза; в 3 раза, то $S = a^2 = (3a)^2 = 9a^2$, т. е. площадь увеличится в 9 раза; в 10 раза, то $S = a^2 = (10a)^2 = 100a^2$, т. е. площадь увеличится в 100 раза; в n раза, то $S = a^2 = (na)^2 = n^2a^2$, т. е. площадь увеличится в n^2 раза.

433. Пусть ребро куба a , тогда объём куба равен: $V = a^3$. Если ребро увеличить в 2 раза, то $V = (2a)^3 = 8a^3$, т. е. объём куба увеличится в 8 раз; в 3 раза, то $V = (3a)^3 = 27a^3$, т. е. объём куба увеличится в 27 раз; в 10 раз, то $V = (10a)^3 = 1000a^3$, т. е. объём куба увеличится в 1000 раз; в n раз, то $V = (na)^3 = n^3a^3$, т. е. объём куба увеличится в n^3 раз.

434. Пусть ребро куба a , тогда площадь одной грани куба $S_1 = a^2$, так как у куба 6 граней, то площадь всей поверхности $S_2 = 6a^2$. Если ребро увеличить в 3 раза, то площадь всей поверхности станет $S = 6(3a)^2 = 9S_2$, что в 9 раз превышает изначальную площадь. Значит и краски должно быть в 9 раз больше, $9 \cdot 40 = 360$ г, что меньше 1 кг. Значит 1 кг краски хватит.

435. Пусть ребро куба a , тогда объём куба равен: $V = a^3$. Если ребро увеличить в 2 раза, то объём станет равным $V = (2a)^3 = 8a^3$, что в 8 раз превышает первоначальный объём, значит и времени на его заполнение потребуется в 8 раз больше. Так как $40 \text{ мин} = \frac{40}{60} \text{ ч} = \frac{2}{3} \text{ ч}$, то $8 \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3} > 5 \text{ ч}$, т. е. бассейн не успеет наполниться за 5 часов.

436. а) $b^3x^3 = (bx)^3$; б) $a^7y^7 = (ay)^7$; в) $x^2y^2z^2 = (xyz)^2$; г) $(-a)^3b^3 = (-ab)^3$; д) $32a^5 = 2^5a^5 = (2a)^5$; е) $0,027m^3 = 0,3^3m^3 = (0,3m)^3$.

437. а) $2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4 = 10\,000$; б) $4^3 \times 25^3 = (4 \cdot 25)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$; в) $0,25^{15} \cdot 4^{15} = (0,25 \cdot 4)^{15} = 1^{15} = 1$; г) $(\frac{2}{3})^7 \cdot 1,5^7 = (\frac{2}{3} \cdot 1,5)^7 = 1^7 = 1$; д) $(\frac{5}{7})^{10} \cdot 1,4^9 = \frac{5}{7} \cdot (\frac{5}{7})^9 \cdot 1,4^9 = \frac{5}{7} \cdot (\frac{5}{7} \cdot 1,4)^9 = \frac{5}{7} \times 1^9 = \frac{5}{7}$; е) $0,2^6 \cdot 50^7 = 0,2^6 \cdot 50^6 \cdot 50 = 50 \cdot (0,2 \cdot 50)^6 = 50 \cdot 10^6 = 50\,000\,000$.

438. а) $(x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$; б) $(x^2)^3 = x^{2 \cdot 3} = x^6$; в) $(a^5)^4 = a^{5 \cdot 4} = a^{20}$; г) $(a^6)^3 = a^{6 \cdot 3} = a^{18}$; д) $(y^2)^5 =$

$$= y^{2 \cdot 5} = y^{10}; \text{ е) } (y^7)^2 = y^{7 \cdot 2} = y^{14}; \text{ ж) } (b^3)^3 = b^{3 \cdot 3} = b^9;$$

$$3) (b^5)^2 = b^{5 \cdot 2} = b^{10}.$$

439. а) $(x^6)^4 = x^{6 \cdot 4} = x^{24}$; б) $x^6 x^4 = x^{6+4} = x^{10}$;
в) $x^2 x^2 = x^{2+2} = x^4$; г) $(x^2)^2 = x^{2 \cdot 2} = x^4$; д) $x^2 x^3 x^4 =$
 $= x^{2+3+4} = x^9$; е) $((x^2)^3)^4 = (x^2)^{3 \cdot 4} = (x^2)^{12} = x^{2 \cdot 12} =$
 $= x^{24}.$

440. а) $(a^5)^2 = a^{5 \cdot 2} = a^{10}$; б) $a^5 a^2 = a^{5+2} = a^7$;
в) $(a^4)^3 = a^{4 \cdot 3} = a^{12}$; г) $a^3 a^4 = a^{3+4} = a^7$; д) $a^5 a^5 =$
 $= a^{5+5} = a^{10}$; е) $(a^5)^5 = a^{5 \cdot 5} = a^{25}.$

441. а) $a^n a^3 = a^{n+3}$; б) $aa^m = a^{m+1}$; в) $a^2 a^m = a^{m+2}$;
г) $(a^2)^m = a^{2m}$; д) $(a^n)^3 = a^{3n}$; е) $(a^3)^n = a^{3n}.$

442. а) $25^4 = (5^2)^4 = 5^{2 \cdot 4} = 5^8$; б) $125^3 = (5^3)^3 =$
 $= 5^{3 \cdot 3} = 5^9$; в) $625^2 = (5^4)^2 = 5^{4 \cdot 2} = 5^8.$

443. а) $2^{20} = 2^{2 \cdot 10} = (2^2)^{10}$; б) $2^{20} = 2^{4 \cdot 5} = (2^4)^5$;
в) $2^{20} = 2^{5 \cdot 4} = (2^5)^4$; г) $2^{20} = 2^{10 \cdot 2} = (2^{10})^2.$

444. а) $4 = 2^2$, $2^{60} = 2^{2 \cdot 30} = (2^2)^{30} = 4^{30}$; б) $8 = 2^3$,
 $2^{60} = 2^{3 \cdot 20} = (2^3)^{20} = 8^{20}$; в) $16 = 2^4$, $2^{60} = 2^{4 \cdot 15} =$
 $= (2^4)^{15} = 16^{15}$; г) $32 = 2^5$, $2^{60} = 2^{5 \cdot 12} = (2^5)^{12} = 32^{12}.$

445. $a^{12} = a^{2 \cdot 6} = (a^2)^6$, $a^{12} = a^{3 \cdot 4} = (a^3)^4.$

446. Известно, что $a^2 = m$, тогда $a^6 = a^{2 \cdot 3} = (a^2)^3 =$
 $= m^3.$

447. а) $x^3 \cdot (x^2)^5 = x^3 \cdot x^{2 \cdot 5} = x^3 \cdot x^{10} = x^{3+10} =$
 $= x^{13}$; б) $(a^3)^2 \cdot a^5 = a^{3 \cdot 2} \cdot a^5 = a^6 \cdot a^5 = a^{6+5} = a^{11}$;
в) $(a^2)^3 \cdot (a^4)^2 = a^{2 \cdot 3} \cdot a^{4 \cdot 2} = a^6 \cdot a^8 = a^{6+8} = a^{14}$;
г) $(x^2)^5 \cdot (x^5)^2 = x^{2 \cdot 5} \cdot x^{5 \cdot 2} = x^{10} \cdot x^{10} = x^{10+10} =$
 $= x^{20}$; д) $(m^2 m^3)^4 = (m^{2+3})^4 = (m^5)^4 = m^{5 \cdot 4} = m^{20}$;
е) $(x^4 x)^2 = (x^{4+1})^2 = (x^5)^2 = x^{5 \cdot 2} = x^{10}.$

448. а) $(a^2)^4 = a^{2 \cdot 4} = a^8$; б) $a^3 \cdot (a^3)^2 = a^3 \cdot a^{3 \cdot 2} = a^3 \cdot$
 $\cdot a^6 = a^{3+6} = a^9$; в) $(a^5)^2 \cdot (a^2)^2 = a^{5 \cdot 2} \cdot a^{2 \cdot 2} = a^{10} \cdot a^4 =$
 $= a^{10+4} = a^{14}$; г) $(a^3)^3 \cdot (a^3)^3 = a^{3 \cdot 3} \cdot a^{3 \cdot 3} = a^9 \cdot a^9 =$

$$= a^{9+9} = a^{18}; \text{ д) } (a^3 a^3)^2 = (a^{3+3})^2 = (a^6)^2 = a^{6 \cdot 2} = a^{12};$$

$$\text{е) } (a a^6)^3 = (a^{1+6})^3 = (a^7)^3 = a^{7 \cdot 3} = a^{21}.$$

449. а) $x^5 \cdot (x^2)^3 = x^5 \cdot x^{2 \cdot 3} = x^5 \cdot x^6 = x^{5+6} = x^{11}$; б) $(x^3)^4 \cdot x^8 = x^{3 \cdot 4} \cdot x^8 = x^{12} \cdot x^8 = x^{12+8} = x^{20}$;

в) $(x^4)^2 \cdot (x^5)^3 = x^{4 \cdot 2} \cdot x^{5 \cdot 3} = x^8 \cdot x^{15} = x^{8+15} = x^{23}$;

г) $(x^2)^3 \cdot (x^3)^5 = x^{2 \cdot 3} \cdot x^{3 \cdot 5} = x^6 \cdot x^{15} = x^{6+15} = x^{21}$;

д) $(x^3)^2 \cdot (x^4)^5 = x^{3 \cdot 2} \cdot x^{4 \cdot 5} = x^6 \cdot x^{20} = x^{6+20} = x^{26}$;

е) $(x^7)^3 \cdot (x^3)^4 = x^{7 \cdot 3} \cdot x^{3 \cdot 4} = x^{21} \cdot x^{12} = x^{21+12} = x^{33}$.

450. а) $\frac{2^5 \cdot (2^3)^4}{2^{13}} = \frac{2^5 \cdot 2^{3 \cdot 4}}{2^{13}} = \frac{2^5 \cdot 2^{12}}{2^{13}} = \frac{2^{5+12}}{2^{13}} = \frac{2^{17}}{2^{13}} =$

$$= 2^{17-13} = 2^4 = 16;$$

б) $\frac{(5^8)^2 \cdot 5^7}{5^{22}} = \frac{5^{8 \cdot 2} \cdot 5^7}{5^{22}} = \frac{5^{16} \cdot 5^7}{5^{22}} =$

$$= \frac{5^{16+7}}{5^{22}} = \frac{5^{23}}{5^{22}} = 5^{23-22} = 5^1 = 5;$$

в) $\frac{(2^5)^2}{\frac{2^{10}}{2^{6+2}}} = \frac{2^{5 \cdot 2}}{\frac{2^{10}}{2^8}} = \frac{2^{10}}{\frac{2^{10}}{2^8}} = \frac{2^{10} \cdot 2^8}{2^{10}} = 2^{10-8} = 2^2 = 4;$

г) $\frac{3^7 \cdot 27}{(3^4)^3} = \frac{3^7 \cdot 3^3}{3^{4 \cdot 3}} = \frac{3^{7+3}}{3^{12}} = \frac{3^{10}}{3^{12}} = \frac{1}{3^{12-10}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9};$

д) $\frac{(5^2)^4 \cdot 25}{5^9} = \frac{5^{2 \cdot 4} \cdot 5^2}{5^9} = \frac{5^{8+2}}{5^9} = \frac{5^{10}}{5^9} = 5^{10-9} = 5^1 = 5;$

е) $\frac{(7^3)^3 \cdot 7^2}{(7^5)^2} = \frac{7^{3 \cdot 3} \cdot 7^2}{7^{5 \cdot 2}} = \frac{7^{9+2}}{7^{10}} = \frac{7^{11}}{7^{10}} = 7^{11-10} = 7^1 = 7;$

ж) $\frac{3^{11} \cdot 27}{(3^4)^3 \cdot 9} = \frac{3^{11} \cdot 3^3}{3^{4 \cdot 3} \cdot 3^2} = \frac{3^{11+3}}{3^{12 \cdot 3} \cdot 3^2} = \frac{3^{14}}{3^{36+2}} = \frac{3^{14}}{3^{38}} = \frac{1}{3^{38-14}} = \frac{1}{3^{24}} = 1;$

з) $\frac{(11^2)^3}{11^2 \cdot 11^3} = \frac{11^{2 \cdot 3}}{11^{2+3}} = \frac{11^6}{11^5} = 11^{6-5} = 11^1 = 11.$

451. а) $ab^2 < 0$; б) $a^3b < 0$; в) $a^2b > 0$; г) $ab^3 < 0$; д) $-ab^3 > 0$; е) $a^2 + b^2 > 0$; ж) $(a+b)^2 \geq 0$; з) $(a-b)^2 > 0$.

452. Последняя цифра квадрата натурального числа зависит только от последней цифры этого числа.

а) $0^2 = 0$, $2^2 = 4$, $4^2 = 16$, $6^2 = 36$, $8^2 = 64$; $1^2 = 1$, $3^2 = 9$, $5^2 = 25$, $7^2 = 49$, $9^2 = 81$. Значит квадрат натурального числа может заканчиваться цифрами: 0; 1; 4; 5; 6; 9.

б) $x^4 = (x^2)^2$ Квадрат натурального числа оканчиваться цифрами: 0; 1; 4; 5; 6 или 9, значит т. к. $0^2 = 0$, $1^2 = 1$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, $9^2 = 81$, то четвёртая степень натурального числа оканчиваться цифрами: 0; 1; 5 или 6.

453. Точка принадлежит графику функции, значит при подстановке координаты данной точки в уравнение функции, должно получиться верное равенство: $y = kx + 5,4$, $A(3,7; -2) \Rightarrow -2 = k \cdot 3,7 + 5,4 \Rightarrow 3,7k = -7,4 \Rightarrow k = -2$.

454. а) $x = -2$, $y = 1$; $x = -1$, $y = 2,5$; $x = 2$, $y = 2$;
б) $y = -0,5$, $x = 0,5$; $y = 2$, $x \in \{-1,5; -0,5; 2\}$.

§8. Одночлены

21. Одночлен и его стандартный вид

455. а) да; б) да; в) да; г) нет; д) да; е) да; ж) нет; з) нет; и) да; к) да; л) да; м) да.

456. а) да; б) нет; в) нет; г) да; д) да; е) нет.

457. а) $8x^2x = 8x^3$ — коэффициент одночлена равен 8; б) $1,2abc \cdot 5a = 6a^2bc$ — коэффициент одночлена равен 6; в) $3xy \cdot (-1,7)y = -5,1xy^2$ — коэффициент одночлена равен $-5,1$; г) $6c^2 \cdot (-0,8)c = -4,8c^3$ — коэффициент одночлена равен $-4,8$; д) $\frac{2}{3}m^2n \cdot 4,5n^3 = 3m^2n^4$ — коэффициент одночлена равен 3; е) $2\frac{1}{3}a^2x \times (-\frac{3}{7})a^3x^2 = (-\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7}) \cdot a^5x^3 = -a^5x^3$ — коэффициент одночлена равен -1 .

458. а) $9yy^2y = 9y^4$; б) $0,15pq \cdot 4pq^2 = 0,6p^2q^3$; в) $-8ab \cdot (-2,5)b^2 = 20ab^3$; г) $10a^2b^2 \cdot (-1,2a^3) = -12a^5b^2$; д) $2m^3n \cdot 0,4mn = 0,8m^4n^2$; е) $-2x^3 \times 0,5xy^2 = -x^4y^2$.

459. а) При $y = -2 \Rightarrow -0,125y^4 = -0,125 \cdot (-2)^4 = -0,125 \cdot 16 = -2$.

б) При $x = -0,3$, $y = \frac{1}{6} \Rightarrow 12x^2y = 12 \cdot (-0,3)^2 \cdot \frac{1}{6} = 2 \cdot 0,09 = 0,18$.

460. а) При $m = 0,4 \Rightarrow 3,7m^2 = 3,7 \cdot 0,4^2 = 3,7 \times 0,16 = 0,592$;

б) При $a = -0,1$, $b = 4 \Rightarrow -3a^3b = -3 \cdot (-0,1)^3 \cdot 4 = 12 \cdot 0,001 = 0,012$

461. Ширина прямоугольника m см, длина $5m$:
 $S = m \cdot 5m = 5m^2$.

462. Ширина прямоугольного параллелепипеда a , длина $2a$, высота $2 \cdot (2a) = 4a$: $V = a \cdot 2a \cdot 4a = 8a^3$.

463. а) $-7x^5y^6$ — степень одночлена $5 + 6 = 11$; б) $-abc$ — степень одночлена $1 + 1 + 1 = 3$; в) $0,8mn^3k^2$ — степень одночлена $1 + 3 + 2 = 6$; г) ab^2c^3 — степень одночлена $1 + 2 + 3 = 6$; д) $-6m^7$ — степень одночлена 7; е) 23 — степень одночлена 0.

464. а) чтобы точка B была симметрична точке A относительно оси x , необходимо заменить координату y точки A на противоположное число, а координату x оставить точно такой же: $B(-7; -15)$.

б) чтобы точка B была симметрична точке A относительно оси y , необходимо заменить координату x точки A на противоположное число, а координату y оставить точно такой же: $B(7; 15)$.

в) чтобы точка B была симметрична точке A относительно начала координат, необходимо заменить координаты y и x точки A на противоположные числа: $B(7; -15)$

465. $y = -\frac{2}{3}x \Rightarrow x = -\frac{3}{2}y$:

при $x = -3 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \cdot (-3) = 2$; при $x = 3 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \cdot 3 = -2$; при $x = \frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{4}{9}$; при $x = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \cdot (-\frac{2}{3}) = \frac{4}{9}$; при $x = 2,4 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x = -\frac{2}{3} \times 2,4 = -1,6$; при $y = 1 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}y = -\frac{3}{2} \cdot 1 = -1,5$; при $y = -6 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}y = -\frac{3}{2} \cdot (-6) = 3 \cdot 3 = 9$; при $y = -10,2 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}y = -\frac{3}{2} \cdot (-10,2) = 3 \cdot 5,1 = 15,3$.

466. а) $\frac{4^3 \cdot 3^{10}}{6^{10}} = \frac{(2^2)^3 \cdot 3^{10}}{(3 \cdot 2)^{10}} = \frac{2^6 \cdot 3^{10}}{2^{10} \cdot 3^{10}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$; б) $\frac{2^6 \cdot 6^{18}}{2^{25} \cdot 9^9} = \frac{2^6 \cdot 2^{18} \cdot 3^{18}}{2^{25} \cdot 3^{18}} = \frac{1}{2}$.

22. Умножение одночленов.

Возведение одночлена в степень

467. а) $4x \cdot 7y = 28xy$; б) $-8x \cdot 5x^3 = -40x^4$; в) $\frac{4}{9}ab^3 \times \frac{3}{2}ab = \frac{2}{3}a^2b^4$; г) $x^2y^5 \cdot (-6xy^2) = -6x^3y^7$; д) $-0,6a^2b \times (-10ab^2) = 6a^3b^3$; е) $-\frac{1}{5}m^3n^4 \cdot 5m^2n^3 = -m^5n^7$.

468. а) $-11x^2y \cdot 0,3x^2y^2 = -3,3x^4y^3$; б) $a^5b \cdot (-ab^3c) = -a^6b^4c$; в) $4xy \cdot (-x^2) \cdot (-y^3) = 4x^3y^4$; г) $a^2x^5b \times (-0,6axb^2) \cdot 0,6a^2b^3 = -0,36a^5x^6b^6$.

469. а) $3,5 \cdot 3m = 10,5m$; б) $-6ax^3 \cdot 9bx^2 = -54abx^5$; в) $-8a^2b^2 \cdot (-8a^3b^5) = 64a^5b^7$; г) $ab \cdot (-7ab^2) \times 4a^2b = -28a^4b^4$; д) $10x^2y \cdot (-xy^2) \cdot 0,6x^3 = -6x^6y^3$; е) $-9ab^2 \cdot 3a^3 \cdot (-4b) = 108a^4b^3$.

470. $6a^2b^3 = 3a^2 \cdot 3b^3 = 6ab \cdot ab^2$.

471. а) $-12x^4y^3 = -12xy \cdot x^3y^2 = -xy^2 \cdot 12x^3y$; б) $-12x^4y^3 = -12xy \cdot xy \cdot x^2y = -xy \cdot 4x^3 \cdot 3y$.

472. а) $(3x^2)^3 = 3^3x^{2 \cdot 3} = 27x^6$; б) $(4m)^2 = 4^2m^2 = 16m^2$; в) $(-2a^4b^2)^3 = -2^3 \cdot a^{4 \cdot 3} \cdot b^{2 \cdot 3} = -8a^{12}b^6$; г) $(-3x^2y)^4 = 3^4x^{2 \cdot 4}y^4 = 81x^8y^4$; д) $(-a^2bc^3)^5 = -a^{2 \cdot 5}b^5c^{3 \cdot 5} = -a^{10}b^5c^{15}$; е) $(-a^3b^2c)^2 = a^{3 \cdot 2}b^{2 \cdot 2}c^2 = a^6b^4c^2$.

473. а) $(2m^3)^4 = 2^4m^{3 \cdot 4} = 16m^{12}$; б) $(3a)^2 = 3^2a^2 = 9a^2$; в) $(-0,6m^3n^2)^3 = -0,6^3m^{3 \cdot 3}n^{2 \cdot 3} = -0,216m^9n^6$; г) $(-2xy^3)^2 = 2^2x^2y^{3 \cdot 2} = 4x^2y^6$; д) $(-xy^4b^2)^4 = x^4y^{4 \cdot 4}b^{2 \cdot 4} = x^4y^{16}b^8$; е) $(-x^2y^3m)^5 = -x^{2 \cdot 5}y^{3 \cdot 5}m^5 = -x^{10}y^{15}m^5$.

474. а) $(5x^2y^3)^2 = 5^2x^{2 \cdot 2}y^{3 \cdot 2} = 25x^4y^6$; б) $(-4ax^3)^3 = -4^3a^3x^{3 \cdot 3} = -64a^3x^9$; в) $(-2m^3n^2)^4 = 2^4m^{3 \cdot 4}n^{2 \cdot 4} = 16m^{12}n^8$; г) $(-a^2bc^3)^5 = -a^{2 \cdot 5}b^5c^{3 \cdot 5} = -a^{10}b^5c^{15}$.

475. а) $81x^4 = (9x^2)^2$; б) $121a^6 = (11a^3)^2$; в) $0,09y^{12} = (0,3y^6)^2$; г) $\frac{4}{9}b^6 = (\frac{2}{3}b^3)^2$.

476. а) $64x^9 = (4x^3)^3$; б) $0,001y^{12} = (0,1y^4)^3$; в) $-0,008b^6 = (-0,2b^2)^3$; г) $-\frac{8}{27}a^{15} = (-\frac{2}{3}a^5)^3$.

477. а) $9b^2c^2 = (3bc)^2$, $100m^2n^6 = (10mn^3)^2$;
 б) $-a^3b^6 = (-ab^2)^3$, $-27x^6b^9 = (-3x^2b^3)^3$.

478. а) $16x^6 = (4x^3)^2$, $49m^2n^4 = (7mn^2)^2$, $m^8 = (m^4)^2$; б) $a^9 = (a^3)^3$, $-8m^3 = (-2m)^3$, $1000x^3y^6 = (10xy^2)^3$.

479. а) $x^6y^{12} = (x^3y^6)^2 = (x^2y^4)^3$; б) $1\,000\,000m^{18} = (1000m^9)^2 = (100m^6)^3$.

480. а) $25a^4 \cdot (3a^3)^2 = 25a^4 \cdot 3^2 \cdot a^{3 \cdot 2} = 25a^4 \cdot 9a^6 = 225a^{10}$; б) $(-3b^6)^4 \cdot b = 3^4b^{6 \cdot 4} \cdot b = 81b^{24}b = 81b^{25}$;
 в) $8p^{15} \cdot (-p)^4 = 8p^{15}p^4 = 8p^{19}$; г) $(-c^2)^3 \cdot 0,15c^4 = -0,15c^{2 \cdot 3}c^4 = -0,15c^6c^4 = -0,15c^{10}$; д) $(-10c^2)^4 \times 0,0001c^{11} = 10000 \cdot 0,0001 \cdot c^{2 \cdot 4} \cdot c^{11} = c^8 \cdot c^{11} = c^{19}$; е) $(3b^5)^2 \cdot \frac{2}{9}b^3 = 9 \cdot \frac{2}{9} \cdot b^{5 \cdot 2} \cdot b^3 = 2b^{10}b^3 = 2b^{13}$;
 ж) $(-2x^3)^2 \cdot (-\frac{1}{4}x^4) = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot x^{3 \cdot 2} \cdot x^4 = x^6 \cdot x^4 = x^{10}$;
 з) $(-\frac{1}{2}y^4)^3 \cdot (-16y^2) = 16 \cdot \frac{1}{8} \cdot y^{4 \cdot 3} \cdot y^2 = 2y^{12}y^2 = 2y^{14}$.

481. Пусть t — количество дней. Значит $1,5 \cdot (185 - 15t) = 237 - 18t \Rightarrow 277,5 - 22,5t = 237 - 18t \Rightarrow 4,5t = 40,5 \Rightarrow t = 9$. Ответ: через 9 дней.

482. Дано: $A(0; 6)$, $B(-4; 0)$, $y = kx + b$. Подставим в уравнение прямой точку A , $6 = k \cdot 0 + b \Rightarrow k = 6$. Подставим в уравнение прямой точку $B \Rightarrow 0 = -4k + 6 \Rightarrow 4k = 6 \Rightarrow k = 1,5$.

483. а) Чтобы точка B была симметрична точке A относительно оси x , необходимо заменить координату y точки A на противоположное число, а координату x оставить точно такой же, значит $a = 4$; $b = 3$.

б) Чтобы точка B была симметрична точке A относительно оси y , необходимо заменить координату x точки A на противоположное число, а координату y оставить точно такой же, значит $a = -4$; $b = -3$

в) чтобы точка B была симметрична точке A относительно начала координат, необходимо заменить

координаты y и x точки A на противоположные числа, значит $a = -4$; $b = 3$.

23. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики

484. $y = x^2$: а) при $x = 0,75 \Rightarrow y \approx 0,5$; при $x = -1,25 \Rightarrow y \approx 1,5$; при $x = 1,25 \Rightarrow y \approx 1,5$; при $x = -2,2 \Rightarrow y \approx 4,8$; при $x = 2,2 \Rightarrow y \approx 4,8$; б) при $y = 3 \Rightarrow x \approx \pm 1,7$; при $y = 5 \Rightarrow x \approx \pm 2,2$.

485. $y = x^2$: а) при $x = 1,4 \Rightarrow y \approx 2$; при $x = -2,6 \Rightarrow y \approx 6,7$; при $x = 3,1 \Rightarrow y \approx 9,6$; б) при $y = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; при $y = 6 \Rightarrow x \approx \pm 2,4$; в) при $x = 0; \pm 1; \pm 1,5$, значение функции меньше 4; при $x = \pm 2,5; \pm 2,6; \pm 3$, значение функции больше 4.

486. $y = x^2$: а) при $x = -2,4 \Rightarrow y = 5,7$; при $x = -0,7 \Rightarrow y = 0,5$; при $x = 0,7 \Rightarrow y = 0,5$; при $x = 2,4 \Rightarrow y = 5,7$; б) при $y = 2 \Rightarrow x = \pm 1,4$; при $y = 0,9 \Rightarrow x = \pm 0,9$; в) при $x = \pm 2,5; \pm 2,6; \pm 3$, значение функции больше 2; при $x = 0; \pm 1; \pm 1,2$, значение функции меньше 2.

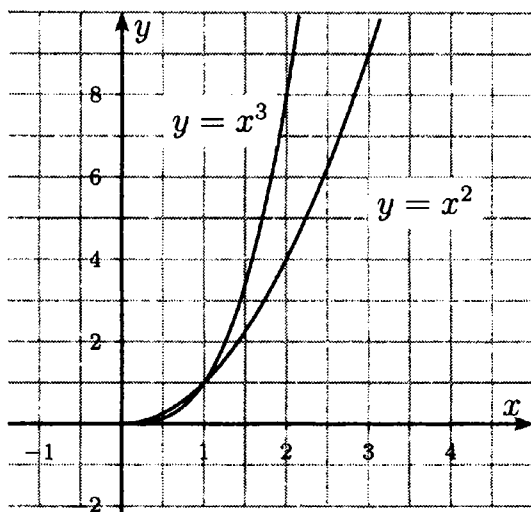
487. $y = x^2$: а) $A(6; 36)$, $x^2 = 6^2 = 36 = y$ — точка A принадлежит; б) $B(-1,5; 2,25)$, $x^2 = (-1,5)^2 = 2,25 = y$ — точка B принадлежит; в) $C(4; -2)$, $x^2 = 4^2 = 16 \neq y$ — точка C — точка C не принадлежит; г) $D(1,2; 1,44)$, $x^2 = 1,2^2 = 1,44 = y$ — точка D принадлежит.

488. $y = x^3$: а) при $x = 1,4 \Rightarrow y = 2,7$; при $x = -1,4 \Rightarrow y = -2,7$; при $x = -1,8 \Rightarrow y = -5,8$; при $x = 1,8 \Rightarrow y = 5,8$; б) при $y = -4 \Rightarrow x = -1,6$; при $y = 4 \Rightarrow x = 1,6$.

489. $y = x^3$: а) при $x = -0,7 \Rightarrow y = -0,3$; при $x = 1,2 \Rightarrow y = 1,7$; б) при $y = 3 \Rightarrow x = 1,4$; при $y = -3 \Rightarrow x = -1,4$; в) при $x = \pm 1; 0; \pm 0,5$.

490. $y = x^3$: а) $A(-0,2; -0,008)$, $x^3 = -0,2^3 = -0,008 = y$ — точка A принадлежит; б) $B(1\frac{1}{2}; 3\frac{3}{8})$, $x^3 = (1\frac{1}{2})^3 = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8} = y$ — точка B принадлежит; в) $C(-\frac{1}{3}; \frac{1}{27})$, $x^3 = (-\frac{1}{3})^3 = -\frac{1}{27} \neq \frac{1}{27}$ — точка C не принадлежит.

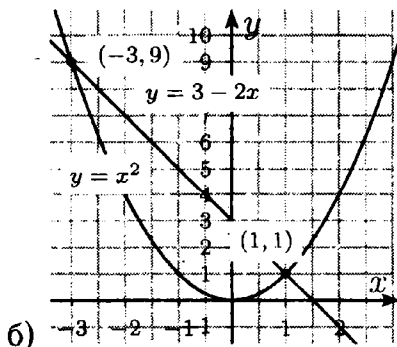
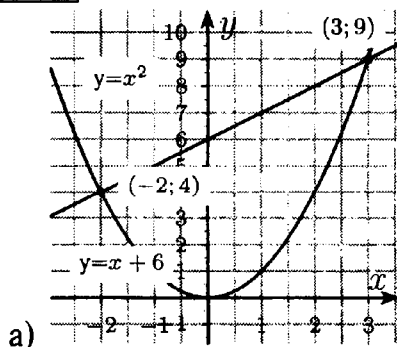
491. а) $0,6^2 > 0,6^3$; б) $1,5^2 < 1,5^3$; в) $2,7^2 < 2,7^3$.



492. $P(a; 64)$: а) $y = x^2 \Rightarrow 64 = a^2 a = \pm\sqrt{64} = \pm 8$; б) $y = x^3 \Rightarrow 64 = a^3 a = \sqrt[3]{64} = 4$.

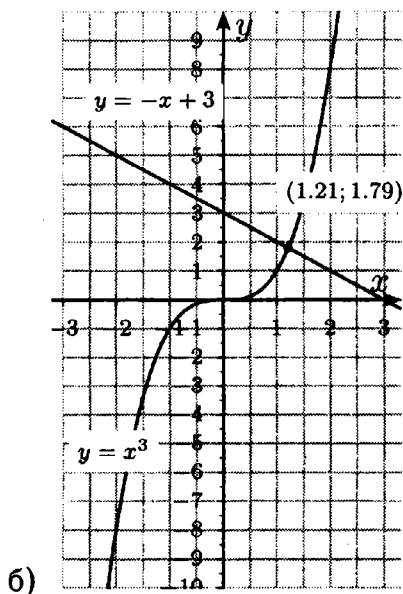
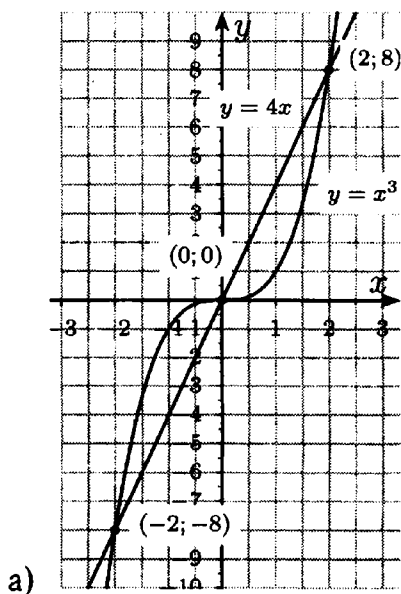
493. а) $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$; б) $x^2 = -1$ — не имеет решения; в) $x^2 = 5 \Rightarrow x \approx \pm 2,2$; г) $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$.

494.



495. а) $x^3 = 8$ при $x = 2$; б) $x^3 = -1$ при $x = -1$;
в) $x^3 = 5$ при $x = 1,7$; г) $x^3 = 0$ при $x = 0$.

496.



497. а) $0,3^{16} = (-0,3)^{16}$; б) $(-1,9)^{21} < 1,9^{21}$;
в) $-5,6^4 < (-5,6)^4$; г) $(-1,4)^6 > -1,4^6$; д) $-64 = -2^6$; е) $-0,8^{11} = (-0,8)^{11}$.

498. $y = 8,5x$ и $y = 0,5x - 19,2 \Rightarrow 8,5x = 0,5x - 19,2 \Rightarrow 8x = -19,2 \Rightarrow x = -2,4 \Rightarrow y = 8,5x = 8,5 \cdot (-2,4) = -20,4$. Координаты точки пересечения $(-2,4; -20,4)$.

499. а) $-0,6a^3b(-2a^2b^3)^3 = -0,6a^3b \cdot (-8a^6b^9) = 4,8a^9b^{10}$; б) $0,8xy^4(-6xy^4)^2 = 0,8xy^4 \cdot (36x^2y^8) = 28,8x^3y^{12}$; в) $-a^4b^7(-3ab)^2 = -a^4b^7 \cdot (9a^2b^2) = -9a^6b^9$; г) $(7x^2y)^2 \cdot (-7y^{11}) = 49x^4y^2 \cdot (-7y^{11}) = -343x^4y^{13}$; д) $(-ac)^6 \cdot (-2a^2c)^5 = a^6c^6 \cdot (-32a^{10}c^5) = -32a^{16}c^{11}$; е) $3p^2q \cdot (-\frac{1}{3}p^3q)^2 = 3p^2q \cdot (\frac{1}{9}p^6q^2) = \frac{1}{3}p^8q^3$.

24. О простых и составных числах

500. Значение выражения $a^2 + a + 17 = a \cdot (a + 1) + 17$ должно быть больше и кратно 17, иначе не получится составное число, поэтому $a \cdot (a + 1)$ также должно быть кратно 17. Значит $a + 1 = 17a = 16$. Ответ: $a = 16$.

501. а) $15^9 + 31^3$, т. к. у 15^9 — последняя цифра 5, а у 31^3 — последняя цифра 1, и $5 + 1 = 6$ — чётное число. Сумма $15^9 + 31^3$ — делится на 2, значит значение выражения является составным числом.

б) $16^7 + 25^5 - 41^4$, т. к. у 16^7 — последняя цифра 6, у 25^5 — последняя цифра 5, а у 41^4 — последняя цифра 1, и $6 + 5 - 1 = 10$, то сумма $16^7 + 25^5 - 41^4$ — делится на 10, значит значение выражения является составным числом.

502. Разложим на простые множители числа, начиная с 99: $99 = 3^2 \cdot 11$ — не подходит; $98 = 7^2 \cdot 2$ — не подходит; 97 — простое число; $96 = 2^5 \cdot 3$ — не подходит; $95 = 19 \cdot 5$ — искомое число. Ответ: 95.

503. $2^p - 1$: при $p = 2$ $2^p - 1 = 3$ — простое; при $p = 3$ $2^p - 1 = 7$ — простое; при $p = 5$ $2^p - 1 = 31$ — простое; при $p = 7$ $2^p - 1 = 127$ — простое; при $p = 11$ $2^p - 1 = 2048 - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$ — составное число. Ответ: при $p = 11$.

504. а) $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2 + 4 + 8 + 16 = 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.
Ответ: 2; 3 и 5.

б) $5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 = 5 + 25 + 125 + 625 = 780 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$.
Ответ: 2; 3; 5 и 13.

505. а) $5082 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11^2$; б) $7605 = 3^2 \cdot 5 \cdot 13^2$.

506. $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$, т. к. $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $8 = 2^3$, $9 = 3^2$, $10 = 2 \cdot 5$, то $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^2 \times \times 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$.

507. а) $765 = 3^2 \cdot 5 \cdot 17$; $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$. НОД = $3^2 \cdot 5 = 45$;
б) $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$; $1936 = 2^4 \cdot 11^2$. НОД = $2^3 \cdot 11 = 88$.

508. а) $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$; $756 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$. НОК $= 2^2 \times \times 3^3 \cdot 7^2 = 5292$;

б) $693 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$; $1617 = 3 \cdot 7^2 \cdot 11$. НОК $= 3^2 \cdot 7^2 \times \times 11 = 4851$.

509. $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$. НОК $= 2^3 \cdot 3 = 24$, $200 : 24 = 8\frac{1}{3}$.
Ответ: 8 числе.

510. а) $45^5 - 31^4$: 45^5 — последняя цифра 5; 31^4 — последняя цифра 1; $5 - 1 = 4$; $45^5 - 31^4$ — оканчивается цифрой 4.

б) $37^2 + 21^6 + 45^4$: 37^2 — последняя цифра 9; 21^6 — последняя цифра 1; 45^4 — последняя цифра 5; $9 + 1 + 5 = 15$; $37^2 + 21^6 + 45^4$ — оканчивается цифрой 5.

Дополнительные упражнения к главе III

511. а) $3^2 + 4^2 + 5^2 = 9 + 16 + 25 = 50 \neq 6^2$ — не верно;
б) $(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 10^2 = 100$; $1 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100$; $(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 1 + 2^3 + 3^3 + 4^3$ — верно.

512. $26^7 + 15^5 - 11^9$: 26^7 — последняя цифра 6; 11^9 — последняя цифра 1; 15^5 — последняя цифра 5; $6 + 5 - 1 = 10$; $26^7 + 15^5 - 11^9$ — оканчивается цифрой 0, значит кратно 10.

513. а) $54 = 2 \cdot 3^3$; б) $144 = 2^4 \cdot 3^2$; в) $225 = 3^2 \cdot 5^2$; г) $500 = 2^2 \cdot 5^3$.

514. а) $64 = 2^6$; б) $81 = 3^4$; в) $512 = 2^9$; г) $729 = 3^6$; д) $1024 = 2^{10}$.

515. а) $6 = 2^2 + 2$; б) $18 = 2^4 + 2$; в) $42 = 2^5 + 10 = = 2^5 + 2^3 + 2$.

516. а) $121 = 11^2$; б) $-32 = (-2)^5$; в) $0,125 = (0,5)^3$; г) $625 = 5^4$; д) $-0,216 = (-0,6)^3$; е) $0,343 = 0,7^3$.

517. а) при $x = -2$; $0,001x^2 = 0,001 \cdot (-2)^2 = = 0,001 \cdot 4 = 0,004$; б) при $y = 0,1$; $1000y^3 = 1000 \times \times 0,1^3 = 1000 \cdot 0,001 = 1$; в) при $x = 5$, $y = 2$;

$$x^2y^4 = 5^22^4 = 25 \cdot 16 = 400; \text{ г) при } x = -2, y = -5;$$

$$3x^3y^3 = 3 \cdot (-2)^3 \cdot (-5)^3 = 3 \cdot 8 \cdot 125 = 3000.$$

518. $(-1)^n$: а) при $n = 6$ $(-1)^n = 1$; б) при $n = 11$ $(-1)^n = -1$; в) при $n = 23$ $(-1)^n = -1$; г) при $n = 70$ $(-1)^n = 1$.

519. а) $5^3 + (-3)^3 = 125 - 27 = 98$; б) $(9 - 11)^3 = (-2)^3 = -8$; в) $12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80$; г) $(96 - (-4))^2 = 100^2 = 10000$; д) $2 \cdot 7^2 \cdot (-5)^2 = 2 \cdot 49 \cdot 25 = 2450$; е) $3 \cdot 15 \cdot 4^2 = 3 \cdot 15 \cdot 16 = 720$.

520. а) $(-0,03)^8 = 0,003^8 > 0$; б) $(-1,25)^7 = -1,25^7 < 0$; в) $(-1,75)^3 = -1,75^3$; $(-0,29)^2 = 0,29^2 \Rightarrow (-1,75)^3 < (-0,29)^2$; г) $0,98^6 < 1,02^6$.

521. а) $2^3 = 8$; $3^2 = 9$; $9 - 8 = 1 \Rightarrow 2^3 < 3^2$; 3^2 больше на 1.

б) $5^2 = 25$; $2^5 = 32$; $32 - 25 = 7 \Rightarrow 5^2 < 2^5$; 2^5 больше на 7.

в) $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$; $3 \cdot 2^3 = 3 \cdot 8 = 24$; $24 - 18 = 6 \Rightarrow 2 \cdot 3^2 < 3 \cdot 2^3$; $3 \cdot 2^3$ больше на 6.

г) $(11 + 19)^2 = 30^2 = 900$; $11^2 + 19^2 = 121 + 361 = 482$; $900 - 482 = 418 \Rightarrow (11 + 19)^2 > 11^2 + 19^2$; $(11 + 19)^2$ больше на 418.

522. а) $(-12)^2 = 12^2$; $(-12)^3 = -12^3 \Rightarrow (-12)^2 > (-12)^3$; б) $0^2 = 0^3$; в) $5^2 < 5^3$.

523. а) при $x = 1,5$: $x^2 = (-x)^2 = 2,25$; $-x^2 = -2,25$.
при $x = -2$: $x^2 = (-x)^2 = 4$; $-x^2 = -4$.

б) при $x = 1,5$: $x^3 = 3,375$; $-x^3 = (-x)^3 = -3,375$;
при $x = -2$: $x^3 = -8$; $-x^3 = (-x)^3 = 8$.

524. Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9. Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.

а) $\frac{10^n - 1}{9}$: 10^n — состоит из единицы и n нулей; $10^n - 1$ — состоит из n девяток, Значит $\frac{10^n - 1}{9}$ делится на 9 без остатка.

б) $\frac{10^n+8}{9}$: 10^n — состоит из единицы и n нулей; $10^n + 8$ — состоит из одной единицы, $n - 1$ нулей и 8, сумма цифр равна 9, значит $\frac{10^n+8}{9}$ — делится на 9 без остатка.

в) $\frac{10^n-4}{3}$: 10^n — состоит из единицы и n нулей; $10^n - 4$ — состоит из $n - 2$ девяток, и 6, сумма цифр кратна 3, значит $\frac{10^n-4}{3}$ — делится на 9 без остатка.

525. $x \in \{-3; -2; -1; 1; 2; 3\}$: а) $x^4 = 81 \Rightarrow x = \pm 3$;

б) $x^6 = 64 \Rightarrow x = \pm 2$; в) $x^2 - x = 2 \Rightarrow x = -1$ или $x = 2$; г) $x^4 + x^3 = 6x^2 \Rightarrow x = -3$ или $x = 2$;

д) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$; $x = 2$ или $x = 3$;

е) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow x = -3$; $x = -1$ или $x = 1$.

526. а) $x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$ — не имеет корней, так как квадрат любого числа не отрицательное число;

б) $2x^6 + 3x^4 + x^2 + 1 = 0 \Rightarrow 2x^6 + 3x^4 + x^2 = -1$ — в правой части равенства переменные с чётными показателями, поэтому правая часть не отрицательная, значит уравнение не имеет корней.

527. $(2x + 3)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -1,5$.

528. $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x = -6$ — при $x > 0$, $x^4 > 0$; $3x^3 > 0$; $2x^2 > 0$; $x > 0$.

В левой части равенства сумма чисел больше нуля, а в правой отрицательное число, значит уравнение $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6 = 0$ не имеет положительных корней.

529. $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x = -1 \Rightarrow x^5 \cdot (x - 1) + x^3 \cdot (x - 1) + x \cdot (x - 1) = -1 \Rightarrow (x - 1) \cdot (x^5 + x^3 + x) = -1$ — при $x < 0$, значение с $x - 1$ отрицательное, $x^5 + x^3 + x$ так же отрицательно, при перемножении двух отрицательных чисел получится положительное число, а должно -1 , значит уравнение $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ не имеет отрицательных корней.

530. а) $a^{10}a^{12}(-a^5) = -a^{10+12+5} = -a^{27}$; б) $x \times \times (-x)(-x^6) = x^{6+1+1} = x^8$; в) $y^k y^8 y^2 = y^{k+8+2} = y^{k+10}$; г) $b^n b^n b^3 = b^{n+n+3} = b^{2n+3}$.

531. а) $2^5 \cdot 8 = 2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$; б) $16 \cdot 64 = 2^4 \cdot 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10}$; в) $7^n \cdot 343 = 7^n \cdot 7^3 = 7^{n+3}$; г) $81 \cdot 3^k = 3^4 \cdot 3^k = 3^{4+k}$.

532. а) $a^{10} = a^{10-5} \cdot a^5 = a^5 \cdot a^5$; б) $a^6 = a^{6-5} \cdot a^5 = a \cdot a^5$; в) $-a^{40} = -a^{40-5} \cdot a^5 = -a^{35} \cdot a^5$.

533. а) $c^2 x = c^5 \Rightarrow x = c^{5-2} = c^3$; б) $xc^5 = c^9 \Rightarrow x = c^{9-5} = c^4$; в) $c^6 x = c^{11} \Rightarrow x = c^{11-6} = c^5$; г) $c^4 x = c^{15} \Rightarrow x = c^{15-4} = c^{11}$.

534. а) $b^{15} : b^{12} = b^{15-12} = b^3$; б) $7^{39} : 7^{13} = 7^{39-13} = 7^{26}$; в) $a^{11} : a = a^{11-1} = a^{10}$; г) $12^{100} : 12^{99} = 12^{100-99} = 12$.

535. а) $13^{100} : 13^{98} = 13^{100-98} = 13^2 = 169$; б) $\frac{3^8 \cdot 2^7}{3^6 \cdot 2^5} = 3^{8-6} \cdot 2^{7-5} = 3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$; в) $2^{14} : 8^4 = 2^{14} : 2^{3 \cdot 4} = 2^{14} : 2^{12} = 2^{14-12} = 2^2 = 4$; г) $\frac{9^5 \cdot 5^9}{3^9 \cdot 5^{10}} = \frac{3^{2 \cdot 5} \cdot 5^9}{3^9 \cdot 5^{10}} = \frac{3^{10-9}}{5^{10-9}} = \frac{3}{5} = 0,6$; д) $5^{10} : 25^4 = 5^{10} : 5^{2 \cdot 4} = 5^{10-8} = 5^2 = 25$; е) $\frac{3^8 \cdot 5^8}{3^{10} \cdot 5^7} = \frac{5^{8-7}}{3^{10-8}} = \frac{5}{3^2} = \frac{5}{9}$.

536. а) $6^{n+3} : 6^n = 6^{n+3-n} = 6^3 = 216$; б) $10^{n+1} : 10^{n-1} = 10^{n+1-(n-1)} = 10^{n+1-n+1} = 10^2 = 100$.

537. а) $(217 - 43,07 \cdot 5)^0 + 5 \cdot \frac{1}{3} = 1 + \frac{5}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$; б) $17,83^0 \cdot 6,4 + \frac{1}{7} \cdot 2,8 = 1 \cdot 6,4 + 0,4 = 6,8$.

538. а) $(-1)^n \cdot (-1)^n = (-1)^{2n} = 1$ — так как показатель степени чётный; б) $(-1)^{2n} : (-1)^3 = 1 : (-1) = -1$.

539. $S = \pi r^2$: $S_3 = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$ — площадь увеличится в 9 раз; $S_7 = \pi(7r)^2 = 49\pi r^2$ — площадь увеличится в 49 раз.

540. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$: $V_2 = \frac{4}{3}\pi(2r)^3 = 8 \cdot (\frac{4}{3}\pi r^3)$ — объём шара увеличится в 8 раз; $V_4 = \frac{4}{3}\pi(4r)^3 = 64 \cdot (\frac{4}{3}\pi r^3)$ — объём шара увеличится в 64 раза.

541. а) да; б) нет.

542. а) $4^5 \cdot 2,5^5 = (4 \cdot 2,5)^5 = 10^5 = 100\,000$; б) $(\frac{1}{3})^{13} \times 3^{13} = (\frac{1}{3} \cdot 3)^{13} = 1$; в) $0,2^9 \cdot 5^7 = (0,2 \cdot 5)^7 \cdot 0,2^2 = 0,2^2 = 0,04$; г) $0,4^{10} \cdot 2,5^{12} = (0,4 \cdot 2,5)^{10} \cdot 2,5^2 = 6,25$; д) $0,2^6 \cdot 25^3 = 0,2^6 \cdot 5^6 = (0,2 \cdot 5)^6 = 1$; е) $(\frac{1}{9})^6 \cdot 81^4 = (\frac{1}{9})^6 \cdot 9^8 = 9^{8-6} = 9^2 = 81$.

543. а) $2^8 \cdot 5^7 = 2 \cdot (2 \cdot 5)^7 = 2 \cdot 10^7 \Rightarrow 10^7 < 2^8 \cdot 5^7$
 б) $2^{13} \cdot 3^{11} = 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^{11} = 4 \cdot 6^{11}$; $6^{12} = 6 \cdot 6^{11} \Rightarrow 6^{12} > 2^{13} \cdot 3^{11}$

в) $25^{25} = 5^{2 \cdot 25} = 5^{50}$; $2^{50} \cdot 3^{50} = (2 \cdot 3)^{50} = 6^{50} \Rightarrow 25^{25} < 2^{50} \cdot 3^{50}$

г) $63^{30} = (9 \cdot 7)^{30} = 3^{60} \cdot 7^{30} \Rightarrow 63^{30} > 3^{60} \cdot 5^{30}$

544. а) $(-3^3)^2 = 3^6$; б) $(-3^2)^3 = -3^6$; в) $-(3^4)^2 = -3^8$; г) $-(-3^2)^3 = 3^6$.

545. а) $(x^3)^2 \cdot (-x^3)^4 = x^{3 \cdot 2} \cdot x^{3 \cdot 4} = x^6 \cdot x^{12} = x^{18}$;
 б) $(-y^3)^7 \cdot (-y^4)^5 = -y^{3 \cdot 7} \cdot (-y^{4 \cdot 5}) = y^{21} \cdot y^{20} = y^{41}$;
 в) $(x^7)^5 \cdot (-x^2)^6 = x^{7 \cdot 5} \cdot x^{2 \cdot 6} = x^{35} \cdot x^{12} = x^{47}$; г) $(-c^9)^4 \times (c^5)^2 = c^{9 \cdot 4} \cdot c^{5 \cdot 2} = c^{36} \cdot c^{10} = c^{46}$.

546. а) $p^5 = x^{20} \Rightarrow p = x^{(20:5)} = x^4$; б) $p^7 = x^{21} \Rightarrow p = x^{(21:7)} = x^3$; в) $p^3 c^8 = c^{20} \Rightarrow p = c^{(\frac{20-8}{3})} = c^4$;
 г) $y^7 \cdot (y^2)^4 = p^5 \Rightarrow y^7 \cdot (y^2)^4 = y^7 \cdot y^{2 \cdot 4} = y^7 \cdot y^8 = y^{15} \Rightarrow p = y^{(15:5)} = y^3$.

547. а) $4^5 \cdot 2^{21} = (2^2)^5 \cdot 2^{21} = 2^{10} \cdot 2^{21} = 2^{31}$; б) $25^{13} : 5^{11} = (5^2)^{13} : 5^{11} = 5^{26} : 5^{11} = 5^{26-11} = 5^{15}$; в) $8^5 \times 16^{13} = (2^3)^5 \cdot (2^4)^{13} = 2^{15} \cdot 2^{52} = 2^{67}$; г) $27^{10} : 9^{15} = (3^3)^{10} : (3^2)^{15} = 3^{30} : 3^{30} = 3^0$.

548. а) $(-x^3)^7 = -x^{3 \cdot 7} = -x^{21}$; б) $(-x^2)^5 = -x^{2 \cdot 5} = -x^{10}$; в) $(-x)^4 x^8 = x^{4+8} = x^{12}$; г) $(-x^5)^7 \cdot (x^2)^3 = -x^{35} \cdot x^6 = -x^{41}$.

549. а) Разложим 15 на простые множители: $15 = 3 \times 5 \Rightarrow 2^{15} = (2^3)^5 = (2^5)^3$. Ответ: двумя способами.

б) Разложим 6 на простые множители: $6 = 3 \cdot 2 \Rightarrow 2^6 = (2^3)^2 = (2^2)^3$. Ответ: двумя способами.

550. а) $x^2 + y^2 = 0$ — при $x = y = 0$; б) $(x + y)^2 = 0$ — при $x = -y$.

551. Так как единица в любой натуральной степени равняется самой себе, значит и число a в любой натурально степени будет заканчиваться на 1. Аналогичное свойство выполняется для цифр: 0; 5; 6.

552. а) $3^{4k} = (3^4)^k = 81^k$ — так как единица в любой натуральной степени равняется самой себе, значит и число 81^k в любой натурально степени будет заканчиваться на 1; б) $10^k - 1$: 10^k — состоит из единицы и k нулей; $10^k - 1$ — состоит из k девяток, значит кратно 3.

553. а) $3x^3y^7$ — степень одночлена равна 10; б) $-10ab^2c^3$ — степень одночлена равна 6; в) a^9b^9 — степень одночлена равна 18; г) $-xyz$ — степень одночлена равна 3; д) $-8x^0$ — степень одночлена равна 0; е) $2,4$ — степень одночлена равна 0.

554. а) $5ab \cdot 0,7bc \cdot 40ac = 140a^2b^2c^2$ — степень одночлена равна 6; б) $-0,45bd \cdot (-1\frac{1}{9}ad) \cdot 9ab = (0,45 \cdot \frac{10}{9} \cdot 9) \cdot a^2b^2c^2 = 4,5a^2b^2c^2$ — степень одночлена равна 6; в) $-a^3b \cdot 3a^2b^4 = -3a^5b^5$ — степень одночлена равна 10; г) $0,6x^3y \cdot (-0,5xy^3) = -0,3x^4y^4$ — степень одночлена равна 8.

555. а) $5xy^2$; $5x^2y$; б) $5xy^3$; $5x^2y^2$; $5x^3y$.

556. а) $\frac{100x^5y^3}{20x^4y} = 5xy^2 \Rightarrow 100x^5y^3 = 20x^4y \cdot 5xy^2$; б) $\frac{-30x^4y^5}{20x^4y} = -1,5y^4 \Rightarrow -30x^4y^5 = 20x^4y \cdot (-1,5y^4)$; в) $\frac{-4x^{16}y}{20x^4y} = -\frac{1}{5}x^{12} \Rightarrow -4x^{16}y = 20x^4y \cdot (-\frac{1}{5}x^{12})$; г) $\frac{x^{10}y^2}{20x^4y} = \frac{1}{20}x^6y \Rightarrow x^{10}y^2 = 20x^4y \cdot \frac{1}{20}x^6y$; д) $\frac{5x^8y}{20x^4y} = \frac{1}{4}x^4 \Rightarrow 5x^8y = 20x^4y \cdot \frac{1}{4}x^4$; е) $\frac{-x^4y^2}{20x^4y} = -\frac{1}{20}y \Rightarrow -x^4y^2 = 20x^4y \cdot (-\frac{1}{20}y)$.

557. а) $-8a^5c^3 = -ac \cdot 8a^4c^2$; б) $-b^6y^9 = -by^8 \cdot b^5y$; в) $60x^{10}y^{15} = 20x^5y^5 \cdot 3x^5y^{10}$.

558. а) $(-10ab^{12})^2 = 100a^2b^{12 \cdot 2} = 100a^2b^{24}$;
 б) $(-0,2x^4y)^4 = 0,0016x^{4 \cdot 4}y^4 = 0,0016x^{16}y^4$;
 в) $(-3xy^2a^3)^3 = -27x^3y^{2 \cdot 3}a^{3 \cdot 3} = -27x^3y^6a^9$;
 г) $(-0,5ab^2c^3)^4 = 0,0625a^4b^{2 \cdot 4}c^{3 \cdot 4} = 0,0625a^4b^8c^{12}$.

559. а) $27a^2b^5 \cdot 3a^{10}b^3 = 3^3a^{12}b^8 \cdot 3 = 3^4a^{12}b^8 = (3a^3b^2)^4$;
 б) $-64a^8x^{11} \cdot (-0,25a^2x^9) = 16a^{10}x^{20} = 4^2a^{10}x^{20} = (4a^5b^{10})^2$; в) $0,01b^5c^3 \cdot (-0,1bc^6) = -0,1^3b^6c^9 = (-0,1b^2c^3)^3$; г) $-\frac{9}{16}p^9q^{14} \cdot \frac{3}{4}p^3q^4 = -\frac{3^3}{4^3}p^{12}q^{18} = (-\frac{3}{4}p^4q^6)^3$.

560. а) $(-x^2y^2)^4 \cdot (-xy)^2 = x^8y^8 \cdot x^2y^2 = x^{10}y^{10}$;
 б) $-(\frac{1}{3}xy^3)^2 \cdot (-3x)^3 = -\frac{1}{9}x^2y^6 \cdot (-27x^3) = 3x^5y^6$;
 в) $(-2x^3y^2)^3 \cdot (-2y^2)^3 = 8x^9y^6 \cdot 8y^6 = 64x^9y^{12}$;
 г) $(\frac{1}{3}a^2b)^3 \cdot (9ab^2)^2 = \frac{1}{27}a^6b^3 \cdot 81a^2b^4 = 3a^8b^7$;
 д) $(-5a^3b)^2 \cdot (\frac{1}{5}ab^3)^3 = 5^2a^6b^2 \cdot \frac{1}{5^3}a^3b^9 = \frac{1}{5}a^9b^{11}$;
 е) $(-\frac{2}{7}ab^4)^2 \cdot (-3\frac{1}{2}a^3b)^2 = \frac{2^2}{7^2}a^2b^8 \cdot \frac{7^2}{2^2}a^6b^2 = a^8b^{10}$;
 ж) $(x^3y)^2 \cdot (-5xy)^3 = -125x^6y^2x^3y^3 = -125x^9y^5$;
 з) $(\frac{1}{6}x^2y^2)^2 \cdot (-12x^3y^5)^2 = \frac{12^2}{6^2}x^4y^4x^6y^{10} = 4x^{10}y^{14}$.

561. а) $3m^4n^2 = 3 \cdot (m^2n)^2$; б) $12x^6y^4z^2 = 3 \times \times (2^2x^6y^4z^2) = 3 \cdot (2x^3y^2z)^2$; в) $\frac{3}{4}m^8n^4 = 3 \cdot (\frac{1}{4}m^8n^4) = 3 \cdot (\frac{1}{2}m^4n^2)^2$.

562. а) $0,23 > 0,23^2$; $0,23 > 0,23^3$; $0,23^2 > 0,23^3$.
 б) $1,47 < 1,47^2$; $1,47 < 1,47^3$; $1,47^2 < 1,47^3$.

563. а) Точка $P(-4; b)$ принадлежит графику функции $y = x^2$. Значит $b = (-4)^2 = 16$. $Q(4; b)$, $x^2 = 4^2 = 16 = b$. Точка $Q(4; b)$ принадлежит графику этой функции.

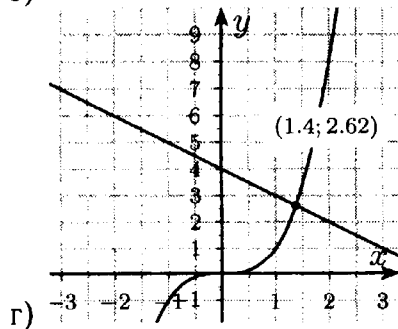
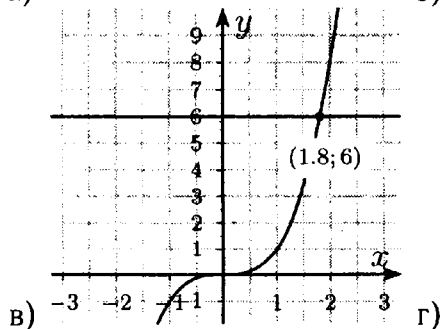
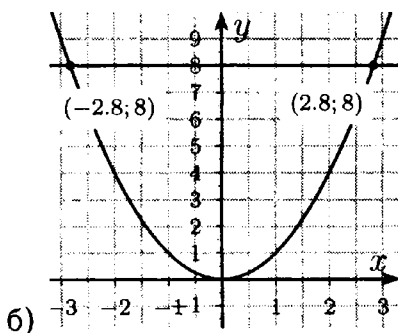
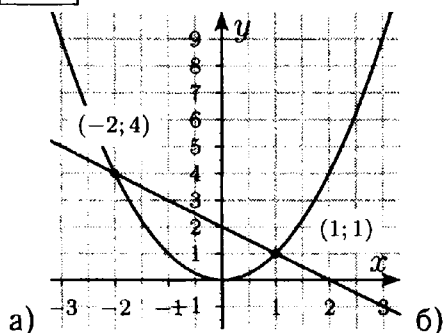
б) Точка $A(-4; a)$ принадлежит графику функции $y = x^3$. Значит $a = (-4)^3 = -64$. $B(-4; -a)$, $x^3 = (-4)^3 = -64 = a \neq -a$. Точка $B(-4; -a)$ не принадлежит графику этой функции.

564. Точка $A(a; b)$ принадлежит графику функции:
 а) $y = x^2$, значит $b = a^2$; $-b = -a^2$. $B(-a; b)$; $(-a)^2 = a^2 = b$ — точка B принадлежит графику функции.
 $C(a; -b)$; $-b = a^2$ — точка C не принадлежит графику функции.
 $D(-a; -b)$; $-b = (-a)^2 = a^2$ — точка D не принадлежит графику функции.

б) $y = x^3$, значит $b = a^3$; $-b = -a^3$. $B(-a; b)$; $(-a)^3 = -a^3 = b$ — точка B не принадлежит графику функции.
 $C(a; -b)$; $-b = a^3$ — точка C не принадлежит графику функции.
 $D(-a; -b)$; $-b = (-a)^3 = -a^3$ — точка D принадлежит графику функции.

565. а) при $0 < a < 1 \Rightarrow a^3 < a^2 < a$; б) при $a > 1 \Rightarrow a < a^2 < a^3$; в) при $-1 < a < 0 \Rightarrow a < a^2 < a^3$; г) при $a < -1 \Rightarrow a^3 < a^2 < a$.

566.



ГЛАВА IV. МНОГОЧЛЕНЫ

§9. Сумма и разность многочленов

25. Многочлен и его стандартный вид

567. а) Членами многочлена $-6x^4 + y^3 - 5y + 11$ являются одночлены $-6x^4$; y^3 ; $-5y$; 11 ; б) Членами многочлена $25ab + ab^2 - a^2b + 8a - 7b$ являются одночлены $25ab$; ab^2 ; $-a^2b$; $8a$; $-7b$.

568. а) $10x - 8xy - 3xy = 10x + (-8xy - 3xy) = 10x - 11xy$;

б) $2ab - 7ab + 7a^2 = (2ab - 7ab) + 7a^2 = -5ab + 7a^2$;

в) $3x^4 - 5x + 7x^2 - 8x^4 + 5x = (3x^4 - 8x^4) + (-5x + 5x) + 7x^2 = -5x^4 + 7x^2$;

г) $2a^3 + a^2 - 17 - 3a^2 + a^3 - a - 80 = (2a^3 + a^3) + (a^2 - 3a^2) + (-17 - 80) - a = 3a^3 - 2a^2 - a - 97$.

569. 1. $4a^2 - 4b - a^2 + 17b - b = 3a^2 + 12b$;

2. $-0,7a^2 - 7b - 2,3a^2 + 8b = -3a^2 + b$;

3. $12a^2 - 9b - 9a^2 + 6b + b = 3a^2 - 2b$;

4. $1,8a^2 - 4,2b + 1,2a^2 + 5b + 0,2b = 3a^2 + b$.

Многочлен 4. тождественно равен выражению $3a^2 + b$.

570. а) $-8p^4 + 12p^3 + 4p^4 - 8p^2 + 3p^2 = -4p^4 + 12p^3 - 5p^2$;

б) $2aa^2 + a^2 - 3a^2 + a^3 - a = (2a^3 + a^3) + (a^2 - 3a^2) - a = 3a^3 - 2a^2 - a$;

в) $3xx^4 + 3xx^3 - 5x^2x^3 - 5x^2x = (3x^5 - 5x^5) + 3x^4 - 5x^3 = -2x^5 + 3x^4 - 5x^3$;

г) $3a \cdot 4b^2 - 0,8b \cdot 4b^2 - 2ab \cdot 3b + b \cdot 3b^2 - 1 = 12ab^2 - 3,2b^3 - 6ab^2 + 3b^3 - 1 = 6ab^2 - 0,2b^3 - 1$.

571. а) $2a^2x^3 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4 = (2a^2x^3 - a^2x^3) + (-ax^3 + ax^3) + (-a^4 + 2a^4) = a^2x^3 + a^4$;

б) $5x \cdot 2y^2 - 5x \cdot 3xy - x^2y + 6xy^2 = (10xy^2 + 6xy^2) + (-15x^2y - x^2y) = 16xy^2 - 16x^2y$.

572. а) $5x^6 - 3x^2 + 7 - 2x^6 - 3x^6 + 4x^2 = (5x^6 - 2x^6 - 3x^6) + (-3x^2 + 4x^2) + 7 = x^2 + 7$: при $x = -10 \Rightarrow \Rightarrow x^2 + 7 = (-10)^2 + 7 = 107$;

б) $4a^2b - ab^2 - 3a^2b + ab^2 - ab + 6 = (4a^2b - 3a^2b) + + (-ab^2 + ab^2) - ab + 6 = a^2b - ab + 6$: при $a = -3$, $b = 2 \Rightarrow a^2b - ab + 6 = (-3)^2 \cdot 2 - (-3 \cdot 2) + 6 = 18 + + 6 + 6 = 30$.

573. а) $6a^3 - a^{10} + 4a^3 + a^{10} - 8a^3 + a = (-a^{10} + a^{10}) + + (6a^3 + 4a^3 - 8a^3) + a = 2a^3 + a$: при $a = -3 \Rightarrow 2a^3 + + a = 2 \cdot (-3)^3 - 3 = -54 - 3 = -57$;

б) $4x^6y^3 - 3x^6y^3 + 2x^2y^2 - x^6y^3 - x^2y^2 + y = (4x^6y^3 - - 3x^6y^3 - x^6y^3) + (2x^2y^2 - x^2y^2) + y = x^2y^2 + y$: при $x = -2$, $y = -1 \Rightarrow x^2y^2 + y = (-2)^2 \cdot (-1)^2 - 1 = 4 - - 1 = 3$.

574. $2x^2 + 1$: при $x = 0 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 2 \cdot 0^2 + 1 = 1$; при $x = -2 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 2 \cdot (-2)^2 + 1 = 8 + 1 = 9$; при $x = 3 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 2 \cdot 3^2 + 1 = 18 + 1 = 19$; при $x = -4 \Rightarrow 2x^2 + 1 = 2 \cdot (-4)^2 + 1 = 32 + 1 = 33$. Так как $2x^2 \geq 0$, значит $2x^2 + 1 \geq 1$ и значение многочлена не при каких x не равно 0 и не отрицательно.

575. $x^2 \geq 0$; $y^2 \geq 0$, значит $x^2 + y^2 + 1 \geq 1$ при любых значениях x .

576. а) $10a + b$; б) $100a + 10b + c$.

577. а) $17a^4 - 8a^5 + 3a - a^3 - 1 = -8a^5 + 17a^4 - a^3 + + 3a - 1$; б) $35 - c^6 + 5c^2 - c^4 = -c^6 - c^4 + 5c^2 + 35$.

578. а) $x^4 - 5 - x^2 + 12x = -5 + 12x - x^2 + x^4$; б) $2y + y^3 - y^2 + 1 = 1 + 2y - y^2 + y^3$.

579. Степенью многочлена стандартного вида называют наибольшую из степеней входящих в него одночленов. а) $4a^6 - 2a^7 + a - 1$ — многочлен седьмой степени; б) $5p^3 - p - 2$ — многочлен третьей степени; в) $1 - 3x$ — многочлен первой степени; г) $4xy + xy^2 - 5x^2 + y$ — многочлен третьей степени; д) $8x^4y + 5x^2y^3 - 11$ — многочлен пятой степени; е) $xy + yz + xz - 1$ — многочлен второй степени.

580. а) при $x = 1,97$; $x^2 + 4,23 = 1,97^2 + 4,23 = 8,1109$;

б) при $a = 2,3$; $a^4 + 2a = 27,9841 + 4,6 = 32,5841$.

581. 1) а) $2555 - 2 = 2553 = 37 \cdot 69$; б) $7111 - 7 = 7104 = 37 \cdot 192$; в) $8999 - 8 = 8991 = 37 \cdot 243$; г) $9666 - 9 = 9657 = 37 \cdot 261$.

2) Разность вида $\overline{abbb} - a$ можно представить в виде суммы: $1000a + 100b + 10b + b - a = 999a + 111b = 111 \times (9a + b) = 37 \cdot 3 \cdot (9a + b)$, значит всякая разность вида $\overline{abbb} - a$ делится на 37.

582. а) $0,3y = 70 \Rightarrow y = \frac{70}{0,3} = \frac{700}{3} = 233\frac{1}{3}$;

б) $\frac{5}{8}x = -1 \Rightarrow x = -1 \cdot \frac{8}{5} = -1,6$;

в) $\frac{1}{9}a = -\frac{3}{7} \Rightarrow a = -\frac{3}{7} \cdot 9 = -\frac{27}{7} = -3\frac{6}{7}$.

583. а) $\frac{5^3 \cdot 25^2}{5^8} = \frac{5^3 \cdot 5^4}{5^8} = \frac{5^7}{5^8} = \frac{1}{5}$;

б) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^4} = \frac{2^5 \cdot 2^3}{2^8} = \frac{2^8}{2^8} = 1$;

в) $\frac{4^5 \cdot 3^8}{6^9} = \frac{2^{10} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9} = \frac{2}{3}$.

584. $y = 0,01x \Rightarrow x = 100y$: а) при $y = 240 \Rightarrow x = 100 \cdot 240 = 24000$; б) при $y = -100 \Rightarrow x = 100 \times (-100) = -10000$.

26. Сложение и вычитание многочленов

585. а) $4x^3 - 5x - 7 + x^3 - 8x = (4x^3 + x^3) + (-5x - 8x) - 7 = 5x^3 - 13x - 7$;

б) $5y^2 - 9 - (7y^2 - y + 5) = 5y^2 - 9 - 7y^2 + y - 5 = (5y^2 - 7y^2) + (-9 - 5) + y = -2y^2 + y - 14$.

586. а) $2a^3 - 5a + 5 + a^3 - 4a - 2 = (2a^3 + a^3) + (-5a - 4a) + (5 - 2) = 3a^3 - 9a + 3$;

б) $2a^3 - 5a + 5 - (a^3 - 4a - 2) = (2a^3 - a^3) + (-5a + 4a) + (5 + 2) = a^3 - a + 7$;

в) $a^3 - 4a - 2 - (2a^3 - 5a + 5) = (a^3 - 2a^3) + (-4a + 5a) + (-5 - 2) = -a^3 + a - 7$.

587. а) $(1 + 3a) + (a^2 - 2a) = 1 + (3a - 2a) + a^2 = a^2 + a + 1$;

б) $(2x^2 + 3x) + (-x + 4) = 2x^2 + (3x - x) + 4 = 2x^2 + 2x + 4$;

$$\text{в)} (y^2 - 5y) + (5y - 2y^2) = (y^2 - 2y^2) + (-5y + 5y) = -y^2;$$

$$\text{г)} (b^2 - b + 7) - (b^2 + b + 8) = (b^2 - b^2) + (-b - b) + (7 - 8) = -2b - 1;$$

$$\text{д)} (8n^3 - 3n^2) - (7 + 8n^3 - 2n^2) = (8n^3 - 8n^3) + (-3n^2 + 2n^2) - 7 = -n^2 - 7;$$

$$\text{е)} (a^2 + 5a + 4) - (a^2 + 5a - 4) = (a^2 - a^2) + (5a - 5a) + (4 + 4) = 8.$$

588. а) $5, 2a - (4, 5a + 4, 8a^2) = 5, 2a - 4, 5a - 4, 8a^2 = = 0, 7a - 4, 8a^2;$

$$\text{б)} 8x^2 + (4,5 - x^2) - (5, 4x^2 - 1) = 8x^2 - x^2 - 5, 4x^2 + + 4,5 + 1 = 1, 6x^2 + 5,5;$$

$$\text{в)} -0, 8b^2 + 7, 4b + (5, 6b - 0, 2b^2) = -0, 8b^2 - 0, 2b^2 + + 7, 4b + 5, 6b = -b^2 + 13b;$$

$$\text{г)} (7, 3y - y^2 + 4) + 0, 5y^2 - (8, 7y - 2, 4y^2) = -y^2 + + 0, 5y^2 + 2, 4y^2 + 7, 3y - 8, 7y + 4 = 1, 9y^2 - 1, 4y + 4.$$

589. а) $18x^2 - (10x - 5 + 18x^2) = 18x^2 - 18x^2 - 10x + + 5 = -10x + 5;$

$$\text{б)} -12c^2 + 5c + (c + 11c^2) = -12c^2 + 11c^2 + 5c + c = = -c^2 + 6c;$$

$$\text{в)} (b^2 + b - 1) - (b^2 - b + 1) = b^2 - b^2 + b + b - 1 - 1 = 2b - 2;$$

$$\text{г)} (15 - 7y^2) - (y^3 - y^2 - 15) = -y^3 - 7y^2 + y^2 + 15 + + 15 = -y^3 - 6y^2 + 30.$$

590. а) Сумма: $a + b + a - b = 2a$. Разность: $a + b - - (a - b) = a + b - a + b = 2b$.

б) Сумма: $a - b + a + b = 2a$. Разность: $a - b - (a + + b) = a - b - a - b = -2b$.

в) Сумма: $-a - b + a - b = -2b$. Разность: $-a - b - - (a - b) = -a - b - a + b = -2a$.

г) Сумма: $a - b + b - a = 0$. Разность: $a - b - (b - a) = = a - b - b + a = 2a - 2b$.

591. а) Первое число: $2x + 1$, второе число: $2x + 3$. Их сумма: $2x + 1 + 2x + 3 = 4x + 4 = 4 \cdot (x + 1)$ — кратна 4.

б) Первое число: $2x + 1$, второе число: $2x + 3$, третье число $2x + 5$, четвертое число: $2x + 7$. Их сумма: $2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 + 2x + 7 = 8x + 16 = 8 \cdot (x + 2)$ — кратна 8.

592. а) $(x - y) + (y - z) + (z - x) = x - y + y - z + z - x = (x - x) + (y - y) + (z - z) = 0$;

б) $(a^2 - 5ab) - (7 - 3ab) + (2ab - a^2) = a^2 - 5ab - 7 + 3ab + 2ab - a^2 = (a^2 - a^2) + (-5ab + 3ab + 2ab) - 7 = -7$.

593. а) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = (6x^2 - 5x^2) + (9xy + 2xy) - y^2 = x^2 + 11xy - y^2$.

б) $M - (4ab - 3b^2) = a^2 - 7ab + 8b^2 \Rightarrow M = a^2 - 7ab + 8b^2 + 4ab - 3b^2 = a^2 + (-7ab + 4ab) + (8b^2 - 3b^2) = a^2 - 3ab + 5b^2$.

в) $(4c^4 - 7c^2 + 6) - M = 0 \Rightarrow M = 4c^4 - 7c^2 + 6$.

594. Пусть X — искомым многочлен: а) $X = 0 - (5x^2 - 3x - 9) = -5x^2 + 3x + 9$; б) $X = 18 - (5x^2 - 3x - 9) = -5x^2 + 3x + 18 + 9 = -5x^2 + 3x + 27$;

в) $X = 2x - 3 - (5x^2 - 3x - 9) = -5x^2 + 2x + 3x + 9 - 3 = -5x^2 + 5x + 6$; г) $X = x^2 - 5x + 6 - (5x^2 - 3x - 9) = x^2 - 5x^2 - 5x + 3x + 6 + 9 = -4x^2 - 2x + 15$.

595. а) $(a^2 - 0,45a + 1,2) + (0,8a^2 - 1,2a) - (1,6a^2 - 2a) = a^2 + 0,8a^2 - 1,6a^2 - 0,45a - 1,2a + 2a + 1,2 = 0,2a^2 + 0,35a + 1,2$; б) $(y^2 - 1,75y - 3,2) - (0,3y^2 + 4) - (2y - 7,2) = y^2 - 0,3y^2 - 1,75y - 2y - 3,2 - 4 + 7,2 = 0,7y^2 - 3,75y$; в) $6xy - 2x^2 - (3xy + 4x^2 + 1) - (-xy - 2x^2 - 1) = -2x^2 - 4x^2 + 2x^2 + 6xy - 3xy + xy - 1 + 1 = -4x^2 + 4xy$; г) $-(2ab^2 - ab + b) + 3ab^2 - 4b - (5ab - ab^2) = -2ab^2 + 3ab^2 + ab^2 + ab - 5ab - b - 4b = 2ab^2 - 4ab - 5b$.

596. а) $8a^2b + (-5a^2b + 4b^2) + (a^2b - 5b^2 + 2) = 8a^2b - 5a^2b + a^2b + 4b^2 - 5b^2 + 2 = 4a^2b - b^2 + 2$; б) $(xy + x^2 + y^2) - (x^2 + y^2 - 2xy) - xy = xy + 2xy - xy + x^2 - x^2 + y^2 - y^2 = 2xy$.

597. $(5, 7a^2b - 3, 1ab + 8b^3) - (6, 9ab - 2, 3a^2b + 8b^3) =$
 $= 5, 7a^2b + 2, 3a^2b - 3, 1ab - 6, 9ab + 8b^3 - 8b^3 = 8a^2b -$
 $- 10ab$: а) при $a = 2$ и $b = 5 \Rightarrow 8a^2b - 10ab = 8 \cdot 2^2 \times$
 $\times 5 - 10 \cdot 2 \cdot 5 = 160 - 100 = 60$; б) при $a = -2$ и
 $b = 3 \Rightarrow 8a^2b - 10ab = 8 \cdot (-2)^2 \cdot 3 - 10 \cdot (-2) \cdot 3 = 96 +$
 $+ 60 = 156$.

598. $5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2) = 5x^2 + 7x^2 -$
 $- 12x^2 - 3xy + 5xy = 2xy$: а) при $x = -0,25$ и $y =$
 $= 4 \Rightarrow 2xy = 2 \cdot (-0,25) \cdot 4 = -2$. б) при $x = -5$ и
 $y = 0,1 \Rightarrow 2xy = 2 \cdot (-5) \cdot 0,1 = -1$.

599. $0,7x^4 + 0,2x^2 - 5 - (-0,3x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 8) = 0,7x^4 +$
 $+ 0,2x^2 - 5 + 0,3x^4 - 0,2x^2 + 8 = x^4 + 3$. При любых
 значениях $x^4 > 0$, значит $x^4 + 3 > 3$.

600. 1) Ученик окажется прав, если переменная b
 сократится.

2) $(7a^3 - 6b^2a + 5ab^2) + (5a^3 + 7a^2b + 3ab^2) - (10a^3 +$
 $+ a^2b + 8ab^2) = 7a^3 + 5a^3 - 10a^3 - 6a^2b + 7a^2b - a^2b +$
 $+ 5ab^2 + 3ab^2 - 8ab^2 = 2a^3$: при $a = -0,25 \Rightarrow 2a^3 = 2 \times$
 $\times (-0,015625) = -0,03125$.

3) Ученик был не прав.

601. $x^2 + y^2 - 2xy + 1$: а) $y^2 + 1 - (x^2 + y^2 - 2xy + 1) =$
 $= y^2 + 1 - x^2 - y^2 + 2xy - 1 = -x^2 + 2xy$; б) $x^2 + 1 - (x^2 +$
 $+ y^2 - 2xy + 1) = x^2 + 1 - x^2 - y^2 + 2xy - 1 = -y^2 + 2xy$.

602. $(\frac{3}{5}x^2 - 0,4xy - 1,5y + 1) - (y^2 - \frac{2}{5}xy + 0,6x^2) =$
 $= 0,6x^2 - 0,4xy - 1,5y + 1 - y^2 + 0,4xy - 0,6x^2 =$
 $= (0,6x^2 - 0,6x^2) + (-0,4xy + 0,4xy) - y^2 - 1,5y + 1 =$
 $= -y^2 - 1,5y + 1$ — значение выражения не зависит
 от x .

603. а) $1,7 - 10b^2 - (1 - 3b^2) + (2,3 + 7b^2) = (-10b^2 +$
 $+ 3b^2 + 7b^2) + (1,7 - 1 + 2,3) = 3$ — значение выражения
 не зависит от значения переменной; б) $1 - b^2 - (3b -$
 $- 2b^2) + (1 + 3b - b^2) = (-b^2 + 2b^2 - b^2) + (-3b + 3b) +$
 $+ 1 + 1 = 2$ — значение выражения не зависит от
 значения переменной.

604. $x = 5a^2 + 6ab - b^2$; $y = -4a^2 + 2ab + 3b^2$; $z = 9a^2 + 4ab$: а) $x + y + z = 5a^2 + 6ab - b^2 - 4a^2 + 2ab + 3b^2 + 9a^2 + 4ab = (5a^2 - 4a^2 + 9a^2) + (6ab + 2ab + 4ab) + (-b^2 + 3b^2) = 10a^2 + 12ab + 2b^2$; б) $x - y - z = 5a^2 + 6ab - b^2 - (-4a^2 + 2ab + 3b^2) - (9a^2 + 4ab) = (5a^2 + 4a^2 - 9a^2) + (6ab - 2ab - 4ab) + (-b^2 - 3b^2) = -4b^2$.

605. а) $(23 + 3x) + (8x - 41) = 15 \Rightarrow 23 + 3x + 8x - 41 = (3x + 8x) + (23 - 41) = 11x - 18 \Rightarrow 11x - 18 = 15 \Rightarrow 11x = 33 \Rightarrow x = 3$;

б) $(19 + 2x) - (5x - 11) = 25 \Rightarrow 19 + 2x - 5x + 11 = (2x - 5x) + (19 + 11) = 30 - 3x \Rightarrow 30 - 3x = 25 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = 1\frac{2}{3}$;

в) $(3, 2y - 1,8) - (5, 2y + 3,4) = -5,8 \Rightarrow 3, 2y - 1,8 - 5, 2y - 3,4 = (3, 2y - 5, 2y) + (-1,8 - 3,4) = -2y - 5,2 \Rightarrow -2y - 5,2 = -5,8 \Rightarrow 2y = 0,6 \Rightarrow y = 0,3$;

г) $1 - (0,5x - 15,8) = 12,8 - 0,7x \Rightarrow 1 - 0,5x + 15,8 = 12,8 - 0,7x \Rightarrow 0,7x - 0,5x = 12,8 - 15,8 - 1 \Rightarrow 0,2x = -4 \Rightarrow x = -20$;

д) $3,8 - 1,5y + (4,5y - 0,8) = 2,4y + 3 \Rightarrow 3,8 - 1,5y + 4,5y - 0,8 = 2,4y + 3 \Rightarrow -1,5y + 4,5y - 2,4y = 3 + 0,8 - 3,8 \Rightarrow 0,6y = 0 \Rightarrow y = 0$;

е) $4,2y + 0,8 = 6,2y - (1,1y + 0,8) + 1,2 \Rightarrow 4,2y + 0,8 = 6,2y - 1,1y - 0,8 + 1,2 \Rightarrow 4,2y - 6,2y + 1,1y = -0,8 + 1,2 - 0,8 \Rightarrow -0,9y = -0,4 \Rightarrow y = \frac{4}{9}$.

606. а) $8y - 3 - (5 - 2y) = 4,3 \Rightarrow 8y - 3 - 5 + 2y = 4,3 \Rightarrow 8y + 2y = 4,3 + 3 + 5 \Rightarrow 10y = 12,3 \Rightarrow y = 1,23$

б) $0,5y - 1 - (2y + 4) = y \Rightarrow 0,5y - 1 - 2y - 4 = y \Rightarrow 0,5y - 2y - y = 4 + 1 \Rightarrow -2,5y = 5 \Rightarrow y = -2$

в) $-8x + (4 + 3x) = 10 - x \Rightarrow -8x + 4 + 3x = 10 - x \Rightarrow -8x + 3x + x = 10 - 4 \Rightarrow -4x = 6 \Rightarrow x = -1,5$

г) $1,3x - 2 - (3,3x + 5) = 2x + 1 \Rightarrow 1,3x - 2 - 3,3x - 5 = 2x + 1 \Rightarrow 1,3x - 3,3x - 2x = 1 + 5 + 2 \Rightarrow -4x = 8 \Rightarrow x = -2$

607. а) $3x^3 - 2x^2 - x + 4 = (3x^3 - x) + (4 - 2x^2)$;
 б) $-5y^4 + 4y^3 + 3y^2 - 2y = (4y^3 - 5y^4) + (3y^2 - 2y)$.

608. а) $x^3 + 2x^2 - 3x - 5 = 2x^2 - (3x + 5 - x^3)$;
 б) $3a^4 + 2a^3 + 5a^2 - 4 = 5a^2 - (4 - 3a^4 - 2a^3)$.

609. Известно, что выражение $n^3 + n$ кратно 30:
 а) $n^3 + 31n = n^3 + n + 30n$; $n^3 + n$ и $30n$ — кратно 30.
 Значит и значение выражения $n^3 + 31n$ будет кратно 30;
 б) $n^3 - 29n = n^3 + n - 30n$; $n^3 + n$ и $30n$ — кратно 30.
 Значит и значение выражения $n^3 - 29n$ будет кратно 30.

610. а) Пусть первое число x , тогда второе $x + 1$,
 третье $x + 2$. Их сумма: $x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 =$
 $= 3 \cdot (x + 1)$ — кратна 3.

б) Пусть первое число y , тогда второе $y + 1$, третье
 $y + 2$, четвёртое $y + 3$. Их сумма: $y + y + 1 + y + 2 +$
 $+ y + 3 = 4y + 6$.

3) $\frac{4y+6}{4} = y + 1,5$ — не целое число, значит сумма че-
 тырёх последовательных натуральных чисел не кратна
 4.

611. Пусть число десятков a , а единиц b . Увели-
 чим число десятков в 2 раза, получим $2a$, затем к
 произведению прибавим 5, $2a + 5$. Полученную сумму
 увеличим в 5 раз, $5 \cdot (2a + 5) = 10a + 25$, к новому
 произведению прибавим 10 и число единиц, $10a +$
 $+ 25 + 10 + b = 10a + 35 + b$. Вычтем из указанного
 результата 35, $10a + 35 + b - 35 = 10a + b$ — задуманное
 число.

612. а) $(2x^2)^3 \cdot \frac{1}{4}x^2 = 2^3 \cdot x^{2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{4}x^2 = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot x^6 x^2 = 2x^8$;
 б) $-0,2a^2b^3 \cdot (-5a^3b^2)^2 = -0,2a^2b^3 \cdot 5^2a^{3 \cdot 2}b^{2 \cdot 2} = -0,2 \times$
 $\times 25 \cdot a^2b^3a^6b^4 = -5a^8b^7$; в) $(-3y^4)^3 \cdot \frac{1}{9}y^5 = -3^3y^{4 \cdot 3} \times$
 $\times \frac{1}{3^2}y^5 = -3y^{12}y^5 = -3y^{17}$; г) $(-0,5c^4d)^3 \cdot (-4c^2d^2)^2 =$
 $= -0,5^3c^{4 \cdot 3}d^3 \cdot 4^2c^{2 \cdot 2}d^{2 \cdot 2} = -0,125 \cdot 16 \cdot c^{12}d^3c^4d^4 =$
 $= -2c^{16}d^7$; д) $(-pq)^6 \cdot (6p^2q)^3 = p^6q^6 \cdot 6^3 \cdot p^{2 \cdot 3}q^3 =$
 $= 216p^6q^6p^6q^3 = 216p^{12}q^9$; е) $(-3mn)^4 \cdot (-3mn^2)^6 =$
 $= 3^4m^4n^4 \cdot 3^6m^6n^{2 \cdot 6} = 3^{10}m^{10}n^4n^{12} = 59049m^{10}n^{16}$.

613. При $x = 1,4$ и $y = 0,157 \Rightarrow x^2 - y = 1,4^2 - 0,157 = 1,96 - 0,157 = 1,803$.

§10. Произведение одночлена и многочлена

27. Умножение одночлена на многочлен

614. а) $2x \cdot (x^2 - 7x - 3) = 2x \cdot x^2 - 2x \cdot 7x - 2x \cdot 3 = 2x^3 - 14x^2 - 6x$; б) $-4b^2 \cdot (5b^2 - 3b - 2) = -4b^2 \cdot 5b^2 + 4b^2 \cdot 3b + 4b^2 \cdot 2 = -20b^4 + 12b^3 + 8b^2$; в) $(3a^3 - a^2 + a)(-5a^3) = -3a^3 \cdot 5a^3 + a^2 \cdot 5a^3 - a \cdot 5a^3 = -15a^6 + 5a^5 - 5a^4$; г) $(y^2 - 2, 4y + 6) \cdot 1, 5y = y^2 \cdot 1, 5y - 2, 4y \cdot 1, 5y + 6 \cdot 1, 5y = 1, 5y^3 - 3, 6y^2 + 9y$; д) $-0, 5x^2 \cdot (-2x^2 - 3x + 4) = 0, 5x^2 \cdot 2x^2 + 0, 5x^2 \cdot 3x - 0, 5x^2 \cdot 4 = x^4 + 1, 5x^3 - 2x^2$; е) $(-3y^2 + 0, 6y)(-1, 5y^3) = 3y^2 \cdot 1, 5y^3 - 0, 6y \cdot 1, 5y^3 = 4, 5y^5 - 0, 9y^4$.

615. а) $3ab \cdot (a^2 - 2ab + b^2) = 3ab \cdot a^2 - 3ab \cdot 2ab + 3ab \cdot b^2 = 3a^3b - 6a^2b^2 + 3ab^3$; б) $-x^2y \cdot (x^2y^2 - x^2 - y^2) = -x^2y \cdot x^2y^2 + x^2y \cdot x^2 + x^2y \cdot y^2 = -x^4y^3 + x^4y + x^2y^3$; в) $2, 5a^2b \cdot (4a^2 - 2ab + 0, 2b^2) = 2, 5a^2b \times 4a^2 - 2, 5a^2b \cdot 2ab + 2, 5a^2b \cdot 0, 2b^2 = 10a^4b - 5a^3b^2 + 0, 5a^2b^3$; г) $(-2ax^2 + 3ax - a^2)(-a^2x^2) = 2ax^2 \times a^2x^2 - 3ax \cdot a^2x^2 + a^2 \cdot a^2x^2 = 2a^3x^4 - 3a^3x^3 + a^4x^2$; д) $(6, 3x^3y - 3y^2 - 0, 7x) \cdot 10x^2y^2 = 6, 3x^3y \cdot 10x^2y^2 - 3y^2 \cdot 10x^2y^2 - 0, 7x \cdot 10x^2y^2 = 63x^5y^3 - 30x^2y^4 - 7x^3y^2$; е) $-1, 4p^2q^6 \cdot (5p^3q - 1, 5pq^2 - 2q^3) = -1, 4p^2q^6 \cdot 5p^3q + 1, 4p^2q^6 \cdot 1, 5pq^2 + 1, 4p^2q^6 \cdot 2q^3 = -7p^5q^7 + 2, 1p^3q^8 + 2, 8p^2q^9$.

616. а) $\frac{2}{7}x \cdot (1, 4x^2 - 3, 5y) = \frac{2}{7}x \cdot 1, 4x^2 - \frac{2}{7}x \cdot 3, 5y = 0, 4x^3 - xy$; б) $-\frac{1}{3}c^2 \cdot (1, 2d^2 - 6c) = -\frac{1}{3}c^2 \cdot 1, 2d^2 + \frac{1}{3}c^2 \cdot 6c = -0, 4c^2d^2 + 2c^3$; в) $\frac{1}{2}ab \cdot (\frac{2}{3}a^2 - \frac{3}{4}ab + \frac{4}{5}b^2) = \frac{1}{2}ab \cdot \frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{2}ab \cdot \frac{3}{4}ab + \frac{1}{2}ab \cdot \frac{4}{5}b^2 = \frac{1}{3}a^3b - \frac{3}{8}a^2b^2 + \frac{2}{5}ab^3$; г) $-\frac{2}{5}a^2y^5 \cdot (5ay^2 - \frac{1}{2}a^2y - \frac{5}{6}a^3) = -\frac{2}{5}a^2y^5 \cdot 5ay^2 + \frac{2}{5}a^2y^5 \times \frac{1}{2}a^2y + \frac{2}{5}a^2y^5 \cdot \frac{5}{6}a^3 = -2a^3y^7 + \frac{1}{5}a^4y^6 + \frac{1}{3}a^5y^5$.

617. а) $-3x^2 \cdot (-x^3 + x - 5) = 3x^2 \cdot x^3 - 3x^2 \cdot x + 3x^2 \cdot 5 = 3x^5 - 3x^3 + 15x^2$; б) $(1 + 2a - a^2) \cdot 5a = 1 \cdot 5a + 2a \cdot 5a - a^2 \cdot 5a = 5a + 10a^2 - 5a^3$; в) $\frac{2}{3}x^2y \cdot (15x - 0,9y + 6) = \frac{2}{3}x^2y \times 15x - \frac{2}{3}x^2y \cdot 0,9y + \frac{2}{3}x^2y \cdot 6 = 10x^3y - 0,6x^2y^2 + 4x^2y$; г) $3a^4x \cdot (a^2 - 2ax + x^3 - 1) = 3a^4x \cdot a^2 - 3a^4x \cdot 2ax + 3a^4x \cdot x^3 - 3a^4x \cdot 1 = 3a^6x - 6a^5x^2 + 3a^4x^4 - 3a^4x$; д) $(x^2y - xy + xy^2 + y^3) \cdot 3xy^2 = x^2y \cdot 3xy^2 - xy \cdot 3xy^2 + xy^2 \cdot 3xy^2 + y^3 \cdot 3xy^2 = 3x^3y^3 - 3x^2y^3 + 3x^2y^4 + 3xy^5$; е) $-\frac{3}{7}a^4 \cdot (2,1b^2 - 0,7a + 35) = -\frac{3}{7}a^4 \cdot 2,1b^2 + \frac{3}{7}a^4 \times 0,7a - \frac{3}{7}a^4 \cdot 35 = -0,9a^4b^2 + 0,3a^5 - 15a^4$.

618. а) $3 \cdot (2x - 1) + 5 \cdot (3 - x) = 6x - 3 + 15 - 5x = (6x - 5x) + (-3 + 15) = x + 12$: при $x = -1,5 \Rightarrow x + 12 = -1,5 + 12 = 10,5$.

б) $25a - 4 \cdot (3a - 1) + 7 \cdot (5 - 2a) = 25a - 12a + 4 + 35 - 14a = (25a - 12a - 14a) + (4 + 35) = -a + 39$: при $a = 11 \Rightarrow -a + 39 = -11 + 39 = 28$.

в) $4y - 2 \cdot (10y - 1) + (8y - 2) = 4y - 20y + 2 + 8y - 2 = (4y - 20y + 8y) + (2 - 2) = -8y$: при $y = -0,1 \Rightarrow -8y = -8 \cdot (-0,1) = 0,8$.

г) $12 \cdot (2 - 3p) + 35p - 9 \cdot (p + 1) = 24 - 36p + 35p - 9p - 9 = (-36p + 35p - 9p) + (24 - 9) = -10p + 15$: при $p = 2 \Rightarrow -10p + 15 = -10 \cdot 2 + 15 = -20 + 15 = -5$.

619. а) $14b + 1 - 6 \cdot (2 - 11b) = 14b + 1 - 12 + 66b = (14b + 66b) + (1 - 12) = 80b - 11$; б) $25 \cdot (2 - 3c) + 16 \times (5c - 1) = 50 - 75c + 80c - 16 = (-75c + 80c) + (50 - 16) = 5c + 34$; в) $14 \cdot (7x - 1) - 7 \cdot (14x + 1) = 14 \cdot 7x - 14 - 7 \cdot 14x - 7 = (14 \cdot 7x - 7 \cdot 14x) + (-14 - 7) = -21$; г) $36 \cdot (2 - y) - 6 \cdot (5 - 2y) = 6 \cdot (12 - 6y - 5 + 2y) = 6 \cdot (7 - 4y) = 42 - 24y$.

620. а) $14y + 2y \cdot (6 - y) = 14y + 12y - 2y^2 = 26y - 2y^2$; б) $3y^2 - 2y \cdot (5 + 2y) = 3y^2 - 10y - 4y^2 = -10y - y^2$; в) $4x \cdot (x - 1) - 2 \cdot (2x^2 - 1) = 4x^2 - 4x - 4x^2 + 2 = -4x + 2$;

г) $5a \cdot (a^2 - 3a) - 3a \cdot (a^2 - 5a) = 5a^3 - 15a^2 - 3a^3 + 15a^2 = 2a^3$; д) $7b \cdot (4c - b) + 4c \cdot (c - 7b) = 28bc - 7b^2 + 4c^2 - 28bc = -7b^2 + 4c^2$; е) $-2y \cdot (x^3 - 2y) - (x^3y + 4y^2) = -2x^3y + 4y^2 - x^3y - 4y^2 = -3x^3y$; ж) $3m^2 \cdot (m + 5n) - 2n \cdot (8m^2 - n) = 3m^3 + 15m^2n - 16m^2n + 2n^2 = 3m^3 - m^2n + 2n^2$; з) $6m^2n^3 - n^2 \times (6m^2n + n - 1) = 6m^2n^3 - 6m^2n^3 - n^3 + n^2 = -n^3 + n^2$.

621. а) $6x \cdot (x - 3) - x \cdot (2 - x) = 6x^2 - 18x - 2x + x^2 = 7x^2 - 20x$; б) $-a^2 \cdot (3a - 5) + 4a \cdot (a^2 - a) = -3a^3 + 5a^2 + 4a^3 - 4a^2 = a^3 + a^2$; в) $ax \cdot (2x - 3a) - x \times (ax + 5a^2) = 2ax^2 - 3a^2x - ax^2 - 5a^2x = ax^2 - 8a^2x$; г) $-4m^2 \cdot (n^2 - m^2) + 3n^2 \cdot (m^2 - n^2) = -4m^2n^2 + 4m^4 + 3m^2n^2 - 3n^4 = 4m^4 - m^2n^2 - 3n^4$.

622. а) $-2x \cdot (x^2 - x + 3) + x \cdot (2x^2 + x - 5) = -2x^3 + 2x^2 - 6x + 2x^3 + x^2 - 5x = 3x^2 - 11x$: при $x = 3 \Rightarrow 3x^2 - 11x = 3 \cdot 3^2 - 11 \cdot 3 = 27 - 33 = -6$; при $x = -3 \Rightarrow 3x^2 - 11x = 3 \cdot (-3)^2 - 11 \cdot (-3) = 27 + 33 = 60$.

б) $x \cdot (x - y) - y \cdot (y^2 - x) = x^2 - xy - y^3 + xy = x^2 - y^3$: при $x = 4$ и $y = 2 \Rightarrow x^2 - y^3 = 4^2 - 2^3 = 16 - 8 = 8$.

623. а) $5x \cdot (2x - 6) - 2,5x \cdot (4x - 2) = 10x^2 - 30x - 10x^2 + 5x = -25x$: при $x = -8 \Rightarrow -25x = -25 \cdot (-8) = 200$; при $x = 10 \Rightarrow -25x = -25 \cdot 10 = -250$.

б) $5a \cdot (a - 4b) - 4b \cdot (b - 5a) = 5a^2 - 20ab - 4b^2 + 20ab = 5a^2 - 4b^2$: при $a = -0,6$ и $b = -0,5 \Rightarrow 5a^2 - 4b^2 = 5 \times (-0,6)^2 - 4 \cdot (-0,5)^2 = 5 \cdot 0,36 - 4 \cdot 0,25 = 1,8 - 1 = 0,8$.

624. а) $(3a^2)^2 - a^3 \cdot (1 - 5a) = 3^2a^{2 \cdot 2} - a^3 + 5a^4 = 9a^4 - a^3 + 5a^4 = 14a^4 - a^3$; б) $(-\frac{1}{2}b)^3 - b \cdot (1 - 2b - \frac{1}{8}b^2) = -\frac{1}{8}b^3 - b + 2b^2 + \frac{1}{8}b^3 = 2b^2 - b$; в) $x \times (16x - 2x^3) - (2x^2)^2 = 16x^2 - 2x^4 - 4x^4 = 16x^2 - 6x^4$; г) $(0,2c^3)^2 - 0,01c^4 \cdot (4c^2 - 100) = 0,04c^6 - 0,04c^6 + c^4 = c^4$.

625. ab — площадь оранжевого прямоугольника, ac — площадь серого прямоугольника. $ab + ac$ — сумма площадей оранжевого и серого прямоугольников. $ab + ac = a \cdot (b + c)$ — площадь прямоугольника со сторонами a и $b + c$.

626. $x \cdot (2x + 1) - x^2 \cdot (x + 2) + (x^3 - x + 3) = 2x^2 + x - x^3 - 2x^2 + x^3 - x + 3 = (2x^2 - 2x^2) + (x - x) + (-x^3 + x^3) + 3 = 3$ — значение выражения не зависит от x .

627. $y \cdot (3y^2 - y + 5) - (2y^3 + 3y - 16) - y \cdot (y^2 - y + 2) = 3y^3 - y^2 + 5y - 2y^3 - 3y + 16 - y^3 + y^2 - 2y = (3y^3 - 2y^3 - y^3) + (-y^2 + y^2) + (5y - 3y - 2y) + 16 = 16$ — значение выражения не зависит от y .

628. а) $a \cdot (b - c) + b \cdot (c - a) + c \cdot (a - b) = ab - ac + bc - ab + ac - bc = 0$; б) $a \cdot (b + c - bc) - b \cdot (c + a - ac) + c \cdot (b - a) = ab + ac - abc - bc - ab + abc + cb - ac = 0$.

629. $2x \cdot (x - 6) - 3 \cdot (x^2 - 4x + 1) = 2x^2 - 12x - 3x^2 + 12x - 3 = -x^2 - 3$, т. к. $x^2 \geq 0$, то $-x^2 \leq 0$, значит $-x^2 - 3 \leq -3$ — при любых значениях x принимает отрицательные значения.

630. а) $5x + 3 \cdot (x - 1) = 6x + 11 \Rightarrow 5x + 3x - 3 = 6x + 11 \Rightarrow 8x - 6x = 11 + 3 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$;

б) $3x - 5 \cdot (2 - x) = 54 \Rightarrow 3x - 10 + 5x = 54 \Rightarrow 8x = 64 \Rightarrow x = 8$;

в) $8 \cdot (y - 7) - 3 \cdot (2y + 9) = 15 \Rightarrow 8y - 56 - 6y - 27 = 15 \Rightarrow 2y = 15 + 56 + 27 \Rightarrow 2y = 98 \Rightarrow y = 49$;

г) $0,6 - 0,5 \cdot (y - 1) = y + 0,5 \Rightarrow 0,6 - 0,5y + 0,5 = y + 0,5 \Rightarrow 1,1 - 0,5y = y + 0,5 \Rightarrow 1,1 - 0,5 = y + 0,5 - 0,5 \Rightarrow 0,6 = y$;

д) $6 + (2 - 4x) + 5 = 3 \cdot (1 - 3x) \Rightarrow 6 + 2 - 4x + 5 = 3 - 9x \Rightarrow 9x - 4x = 3 - 6 - 2 - 5 \Rightarrow 5x = -10 \Rightarrow x = -2$;

е) $0,5 \cdot (2y - 1) - (0,5 - 0,2y) + 1 = 0 \Rightarrow y - 0,5 - 0,5 + 0,2y + 1 = 0 \Rightarrow 1,2y = 0 \Rightarrow y = 0$;

ж) $0,15 \cdot (x - 4) = 9,9 - 0,3 \cdot (x - 1) \Rightarrow 0,15x - 0,6 = 9,9 - 0,3x + 0,3 \Rightarrow 0,15x + 0,3x = 9,9 + 0,3 + 0,6 \Rightarrow 0,45x = 10,8 \Rightarrow x = 24$;

$$3) 3 \cdot (3x - 1) + 2 = 5 \cdot (1 - 2x) - 1 \Rightarrow 9x - 3 + 2 = 5 - 10x - 1 \Rightarrow 9x + 10x = 5 - 1 - 2 + 3 \Rightarrow 19x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{19}.$$

$$\text{631. a) } 3x \cdot (2x - 1) - 6x \cdot (7 + x) = 90 \Rightarrow 6x^2 - 3x - 42x - 6x^2 = 90 \Rightarrow -45x = 90 \Rightarrow x = -2;$$

$$6) 1,5x \cdot (3 + 2x) = 3x \cdot (x + 1) - 30 \Rightarrow 4,5x + 3x^2 = 3x^2 + 3x - 30 \Rightarrow 4,5x - 3x + 3x^2 - 3x^2 = -30 \Rightarrow 1,5x = -30 \Rightarrow x = -20;$$

$$b) 5x \cdot (12x - 7) - 4x \cdot (15x - 11) = 30 + 29x \Rightarrow 60x^2 - 35x - 60x^2 + 44x = 30 + 29x \Rightarrow -35x + 44x - 29x = 30 \Rightarrow -20x = 30 \Rightarrow x = -1,5;$$

$$r) 24x - 6x \cdot (13x - 9) = -13 - 13x \cdot (6x - 1) \Rightarrow 24x - 78x^2 + 54x = -13 - 78x^2 + 13x \Rightarrow 24x + 54x - 13x - 78x^2 + 78x^2 = -13 \Rightarrow 65x = -13 \Rightarrow x = -0,2.$$

$$\text{632. a) } 3 \cdot (-2x + 1) - 2 \cdot (x + 13) = 7x - 4 \cdot (1 - x) \Rightarrow -6x + 3 - 2x - 26 = 7x - 4 + 4x \Rightarrow 7x + 4x + 6x + 2x = -26 + 3 + 4 \Rightarrow 19x = -19 \Rightarrow x = -1;$$

$$6) -4 \cdot (5 - 2a) + 3 \cdot (a - 4) = 6 \cdot (2 - a) - 5a \Rightarrow -20 + 8a + 3a - 12 = 12 - 6a - 5a \Rightarrow 8a + 3a + 6a + 5a = 12 + 20 + 12 \Rightarrow 22a = 44 \Rightarrow a = 2;$$

$$b) 3y \cdot (4y - 1) - 2y \cdot (6y - 5) = 9y - 8 \cdot (3 + y) \Rightarrow 12y^2 - 3y - 12y^2 + 10y = 9y - 24 - 8y \Rightarrow -3y + 10y - 9y + 8y = -24 \Rightarrow 6y = -24 \Rightarrow y = -4;$$

$$r) 15x + 6x \cdot (2 - 3x) = 9x \cdot (5 - 2x) - 36 \Rightarrow 15x + 12x - 18x^2 = 45x - 18x^2 - 36 \Rightarrow 15x + 12x - 45x - 18x^2 + 18x^2 = -36 \Rightarrow -18x = -36 \Rightarrow x = 2.$$

$$\text{633. a) } 2 \cdot (3 - 5c) + 1 = 4 \cdot (1 - c) \Rightarrow 6 - 10c + 1 = 4 - 4c \Rightarrow 10c - 4c = 6 + 1 - 4 \Rightarrow 6c = 3 \Rightarrow c = 0,5;$$

$$6) -3 \cdot (2x + 1) = 8x + 5 + 20 \Rightarrow -6x - 3 = 8x + 25 \Rightarrow -6x - 8x = 25 + 3 \Rightarrow -14x = 28 \Rightarrow x = -2;$$

$$b) 3 \cdot (5x + 7) = 61 - 10x \Rightarrow 15x + 21 = 61 - 10x \Rightarrow 15x + 10x = 61 - 21 \Rightarrow 25x = 40 \Rightarrow x = 1,6;$$

$$r) 8 - y = 2 \cdot (7 + y) \Rightarrow 8 - y = 14 + 2y \Rightarrow 2y + y = 8 - 14 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2.$$

- 634.** а) $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 14$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 3x + 4x = 3 \cdot 4 \cdot 14 \Rightarrow 7x = 168 \Rightarrow x = 24$;
- б) $\frac{a}{2} - \frac{a}{8} = 5$ — умножим обе части на 8 $\Rightarrow 4a - a = 5 \cdot 8 \Rightarrow 3a = 40 \Rightarrow a = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$;
- в) $\frac{y}{4} = y - 1$ — умножим обе части на 4 $\Rightarrow y = 4y - 4 \Rightarrow 3y = 4 \Rightarrow y = 1\frac{1}{3}$;
- г) $2z + 3 = \frac{2z}{5}$ — умножим обе части на 5 $\Rightarrow 10z + 15 = 2z \Rightarrow 8z = -15 \Rightarrow z = -\frac{15}{8} = -1\frac{7}{8}$;
- д) $\frac{2c}{3} - \frac{4c}{5} = 7$ — умножим обе части на 15 $\Rightarrow 10c - 12c = 15 \cdot 7 \Rightarrow -2c = 105 \Rightarrow c = -52,5$;
- е) $\frac{5x}{9} + \frac{x}{3} + 4 = 0$ — умножим обе части на 9 $\Rightarrow 5x + 3x + 36 = 0 \Rightarrow 8x = -36 \Rightarrow x = -4,5$;
- ж) $\frac{4a}{9} + 1 = \frac{5a}{12}$ — умножим обе части на 36 $\Rightarrow 16a + 36 = 15a \Rightarrow a = -36$;
- з) $\frac{5m}{12} - \frac{m}{8} = \frac{1}{3}$ — умножим обе части на 24 $\Rightarrow 10m - 3m = 8 \Rightarrow 7m = 8 \Rightarrow m = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$;
- и) $\frac{3n}{14} + \frac{n}{2} = \frac{2}{7}$ — умножим обе части на 14 $\Rightarrow 3n + 7n = 4 \Rightarrow 10n = 4 \Rightarrow n = 0,4$.
- 635.** а) $\frac{6x-5}{7} = \frac{2x-1}{3} + 42$ — умножим обе части на 21 $\Rightarrow 18x - 15 = 14x - 7 + 42 \Rightarrow 18x - 14x = 15 - 7 + 42 \Rightarrow 4x = 50 \Rightarrow x = 12,5$;
- б) $\frac{5-x}{2} + \frac{3x-1}{5} = 4$ — умножим обе части на 10 $\Rightarrow 25 - 5x + 6x - 2 = 40 \Rightarrow x = 40 - 25 + 2 = 17$;
- в) $\frac{5x-7}{12} - \frac{x-5}{8} = 5$ — умножим обе части на 24 $\Rightarrow 10x - 14 - (3x - 15) = 120 \Rightarrow 10x - 14 - 3x + 15 = 120 \Rightarrow 7x = 120 + 14 - 15 \Rightarrow 7x = 119 \Rightarrow x = 17$;
- г) $\frac{4y-11}{15} + \frac{13-7y}{20} = 2$ — умножим обе части на 60 $\Rightarrow 4 \cdot (4y - 11) + 3 \cdot (13 - 7y) = 120 \Rightarrow 16y - 44 + 39 - 21y = 120 \Rightarrow -5y = 120 + 44 - 39 \Rightarrow -5y = 125 \Rightarrow y = -25$;
- д) $\frac{5-6y}{3} + \frac{y}{8} = 0$ — умножим обе части на 24 $\Rightarrow 8 \cdot (5 - 6y) + 3y = 0 \Rightarrow 40 - 48y + 3y = 0 \Rightarrow 45y = 40 \Rightarrow y = \frac{8}{9}$;
- е) $\frac{y}{4} - \frac{3-2y}{5} = 0$ — умножим обе части на 20 $\Rightarrow 5y - 12 + 8y = 0 \Rightarrow 13y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{13}$.

636. а) $\frac{3x+5}{5} - \frac{x+1}{3} = 1$ — умножим обе части на 15 $\Rightarrow 9x + 15 - 5x - 5 = 15 \Rightarrow 4x = 15 - 15 + 5 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = 1\frac{1}{4}$;

б) $\frac{2p-1}{6} - \frac{p+1}{3} = p$ — умножим обе части на 6 $\Rightarrow 2p - 1 - 2p - 2 = 6p \Rightarrow 6p = -3 \Rightarrow p = -\frac{1}{2}$;

в) $\frac{6y-1}{15} - \frac{y}{5} = \frac{2y}{3}$ — умножим обе части на 15 $\Rightarrow 6y - 1 - 3y = 10y \Rightarrow 10y - 6y + 3y = -1 \Rightarrow 7y = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{7}$;

г) $\frac{12-x}{4} - \frac{2-x}{3} = \frac{x}{6}$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 36 - 3x - 8 + 4x = 2x \Rightarrow 2x - 4x + 3x = 36 - 8 \Rightarrow x = 28$.

637. а) $1 - \frac{x-3}{2} = \frac{2-x}{3} + 4$ — умножим обе части на 6 $\Rightarrow 6 - 3x + 9 = 4 - 2x + 24 \Rightarrow 3x - 2x = 6 + 9 - 4 - 24 \Rightarrow x = -13$;

б) $\frac{a+13}{10} - \frac{2a}{5} = \frac{3-a}{15} + \frac{a}{2}$ — умножим обе части на 30 $\Rightarrow 3a + 39 - 12a = 6 - 2a + 15a \Rightarrow 15a - 2a + 12a - 3a = 39 - 6 \Rightarrow 22a = 33 \Rightarrow a = 1,5$;

в) $\frac{2m+1}{4} + 3 = \frac{m}{6} - \frac{6-m}{12}$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 6m + 3 + 36 = 2m - 6 + m \Rightarrow 6m - 2m - m = -6 - 3 - 36 \Rightarrow 3m = -45 \Rightarrow m = -15$;

г) $\frac{x+1}{9} - \frac{x-1}{6} = 2 - \frac{x+3}{2}$ — умножим обе части на 18 $\Rightarrow 2x + 2 - 3x + 3 = 36 - 9x - 27 \Rightarrow 2x - 3x + 9x = 36 - 27 - 3 - 2 \Rightarrow 8x = 4 \Rightarrow x = 0,5$.

638. а) $\frac{6y+7}{4} + \frac{8-5y}{3} = 5$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 18y + 21 + 32 - 20y = 60 \Rightarrow 18y - 20y = 60 - 32 - 21 \Rightarrow -2y = 7 \Rightarrow y = -3,5$;

б) $\frac{5a-1}{3} = \frac{2a-3}{5} - 1$ — умножим обе части на 15 $\Rightarrow 25a - 5 = 6a - 9 - 15 \Rightarrow 25a - 6a = 5 - 9 - 15 \Rightarrow 19a = -19 \Rightarrow a = -1$;

в) $\frac{11x-4}{7} - \frac{x-9}{2} = 5$ — умножим обе части на 14 $\Rightarrow 22x - 8 - 7x + 63 = 70 \Rightarrow 22x - 7x = 70 - 63 + 8 \Rightarrow 15x = 15 \Rightarrow x = 1$;

г) $\frac{2c-1}{9} + \frac{c}{4} = \frac{c+3}{6}$ — умножим обе части на 36 $\Rightarrow 8c - 4 + 9c = 6c + 18 \Rightarrow 8c + 9c - 6c = 18 + 4 \Rightarrow 11c = 22 \Rightarrow c = 2$;

д) $\frac{3p-1}{24} - \frac{2p+6}{36} - 1 = 0$ — умножим обе части на 72 $\Rightarrow 9p - 3 - 4p - 12 - 72 = 0 \Rightarrow 9p - 4p = 72 + 12 + 3 \Rightarrow 5p = 87 \Rightarrow p = 17,4$;

е) $5 - \frac{1-2x}{4} = \frac{3x+20}{6} + \frac{x}{3}$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 60 - 3 + 6x = 6x + 40 + 4x \Rightarrow 6x + 4x - 6x = 60 - 3 - 40 \Rightarrow 4x = 17 \Rightarrow x = 4\frac{1}{4}$.

639. Периметр треугольника 44 см. Одна из его сторон равна $2x$, тогда вторая $2x + 4$ и третья x . Значит $2x + 2x + 4 + x = 44 \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow 2x + 4 = 20$. Ответ: 20 см 16 см и 8 см.

640. Пусть площадь одного из них $1,5x$, тогда площадь второго x и площадь третьего $1,5x + 6$. Значит $166 = 1,5x + x + 1,5x + 6 \Rightarrow 4x = 160 \Rightarrow x = 40 \Rightarrow 1,5x = 60 \Rightarrow 1,5x + 6 = 66$. Ответ: 40 м², 60 м² и 66 м².

641. Пусть трое выиграли x флоринов. Первый выиграл $\frac{1}{4}x$, второй $\frac{1}{7}x$. Значит $x = \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 17 \Rightarrow 28x - 7x - 4x = 476 \Rightarrow 17x = 476 \Rightarrow x = 28$. Ответ: 28 флоринов.

642. Пусть во втором сарае было x т сена, тогда в первом $3x$ т. Значит $\frac{5}{7}(3x - 2) = x + 2 \Rightarrow 15x - 10 = 7x + 14 \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 3x = 9$. Ответ: в первом сарае было 3 т сена, во втором 9 т.

643. Пусть бригада должна была скосить луг за n дней. Тогда площадь луга равна $50n$. Значит $60 \cdot (n - 1) = 50n \Rightarrow 60n - 60 = 50n \Rightarrow 10n = 60 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow 50n = 300$. Ответ: 300 га.

644. Пусть спортсменка с первоначальной скоростью пробегала дистанцию за t мин. Тогда длина дистанции равна $250t$ м. Значит $250t = 300 \cdot (t - 1) \Rightarrow 250t = 300t - 300 \Rightarrow 50t = 300 \Rightarrow t = 6 \Rightarrow 250t = 1500$. Ответ: длина дистанции 1500 метров.

645. Пусть туристы затратили на путь от турбазы до привала t ч. Значит расстояние от турбазы до привала $4,5t$. $15 \text{ мин} = 0,25 \text{ ч}$. Значит $4,5t = 4 \cdot (t + 0,25) \Rightarrow 4,5t = 4t + 1 \Rightarrow 0,5t = 1 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow 4,5t = 9$. Ответ: На расстоянии 9 км от тур базы был сделан привал.

646. Пусть мотоциклист догонит велосипедиста за t часов. Тогда велосипедист проедет $12t$ км. Значит $12t + 60 = 30t \Rightarrow 18t = 60 \Rightarrow t = \frac{60}{18} = \frac{10}{3} \Rightarrow 12t = 12 \times \frac{10}{3} = 40$. Ответ: 40 км.

647. Пусть легковая машина догонит грузовую за t ч. Тогда грузовая машина пройдет путь $60t$. Значит $60t = 90 \cdot (t - 2) \Rightarrow 60t = 90t - 180 \Rightarrow 30t = 180 \Rightarrow t = 6 \Rightarrow 60t = 360$. Ответ: На расстоянии 360 км от пункта А легковая машина догонит грузовую.

648. Пусть соли изначально было x г. После того как добавили 10 грамм соли стало $x + 10$. Концентрация нового раствора равна $\frac{x+10}{200}$. Значит $\frac{x+10}{200} = \frac{x}{190} + 0,045 \Rightarrow 190x + 1900 = 200x + 1710 \Rightarrow 10x = 190 \Rightarrow x = 19$. Ответ: 19 г соли было первоначально в растворе.

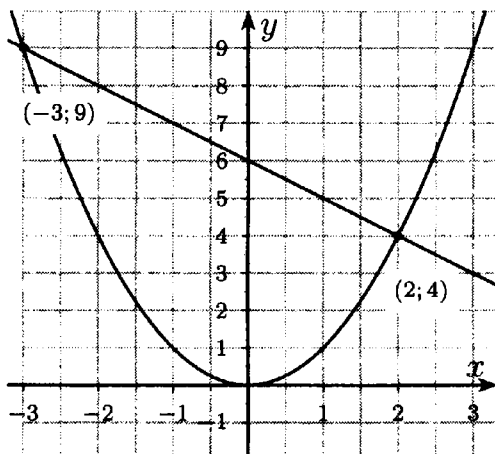
649. Пусть олова было x кг. Тогда изначальное содержание олова в сплаве было $\frac{x}{16}$. После добавления 2 кг олова содержание его увеличилось на 5%. Значит $\frac{x+2}{18} = \frac{x}{16} + 0,05 \Rightarrow 16x + 32 = 18x + 14,4 \Rightarrow 2x = 17,6 \Rightarrow x = 8,8$. Ответ: 8,8 кг.

650. а) $y = 5x + 29$ и $y = -3x - 11 \Rightarrow 5x + 29 = -3x - 11 \Rightarrow 8x = -40 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow y = -3x - 11 = 15 - 11 = 4 \Rightarrow (-5; 4)$ — координаты точки пересечения.

б) $y = 1,2x$ и $y = 1,8x + 9,3 \Rightarrow 1,2x = 1,8x + 9,3 \Rightarrow 0,6x = -9,3 \Rightarrow x = -15,5 \Rightarrow y = 1,2x = 1,2 \times (-15,5) = -18,6 \Rightarrow (-15,5; -18,6)$ — координаты точки пересечения.

651. а) 2 и 4; б) 1, 2 и 4; в) 1 и 3; г) 1, 3, и 4.

652. $x = 2$; $x = -3$.



653. а) $(\frac{1}{3}a^5y^3)^2 \cdot (-ay)^3 = \frac{1}{9}a^{10}y^6 \cdot (-a^3y^3) = -\frac{1}{9}a^{13}y^9$;
б) $-0,1a^4b^7 \cdot (-30a^2b)^2 = -0,1 \cdot 900 \cdot a^4b^7a^4b^2 = -90a^8b^9$.

28. Вынесение общего множителя за скобки

654. а) $mx + my = m \cdot (x + y)$; б) $kx - px = (k - p) \cdot x$;
в) $-ab + ac = a \cdot (-b + c)$; г) $-ma - na = (m + n) \cdot (-a)$.

655. а) $5x + 5y = 5 \cdot (x + y)$; б) $4a - 4b = 4 \cdot (a - b)$;
в) $3c + 15d = 3 \cdot (c + 5d)$; г) $-6m - 9n = -3 \cdot (2m + 3n)$;
д) $ax + ay = a \cdot (x + y)$; е) $bc - bd = b \cdot (c - d)$;
ж) $ab + a = a \cdot (b + 1)$; з) $cy - c = c \cdot (y - 1)$; и) $-ma - a = -a \cdot (m + 1)$.

656. а) $7a + 7y = 7 \cdot (a + y)$; б) $-8b + 8c = -8 \cdot (b - c)$;
в) $12x + 48y = 12 \cdot (x + 4y)$; г) $-9m - 27n = -9 \cdot (m + 3n)$;
д) $12a + 12 = 12 \cdot (a + 1)$; е) $-10 - 10c = -10 \cdot (1 + c)$.

657. а) $7ax + 7bx = 7x \cdot (a + b)$; б) $3by - 6b = 3b \cdot (y - 2)$;
в) $-5mn + 5n = 5n \cdot (-m + 1)$; г) $3a + 9ab = 3a \cdot (1 + 3b)$;
д) $5y^2 - 15y = 5y \cdot (y - 3)$; е) $3x + 6x^2 = 3x \cdot (1 + 2x)$;
ж) $a^2 - ab = a \cdot (a - b)$; з) $8mn - 4m^2 = 4m \cdot (2n - m)$;
и) $-6ab + 9b^2 = 3b \cdot (-2a + 3b)$; к) $x^2y - xy^2 = xy \cdot (x - y)$;
л) $ab - a^2b = ab \cdot (1 - a)$; м) $-p^2q^2 - pq = -pq \cdot (pq + 1)$.

658. а) $a^2 + a = a \cdot (a + 1)$; б) $x^3 - x^2 = x^2 \cdot (x - 1)$; в) $c^5 + c^7 = c^5 \cdot (1 + c^2)$; г) $a^3 - a^7 = a^3 \cdot (1 - a^4)$; д) $3m^2 + 9m^3 = 3m^2 \cdot (1 + 3m)$; е) $9p^3 - 8p = p \cdot (9p^2 - 8)$; ж) $4c^2 - 12c^4 = 4c^2 \cdot (1 - 3c^2)$; з) $5x^5 - 15x^3 = 5x^3 \times (x^2 - 3)$; и) $-12y^4 - 16y = -4y \cdot (3y^3 + 4)$.

659. а) $14x + 21y = 7 \cdot (2x + 3y)$; б) $15a + 10b = 5 \times (3a + 2b)$; в) $8ab - 6ac = 2a \cdot (4b - 3c)$; г) $9xa + 9xb = 9x \cdot (a + b)$; д) $6ab - 3a = 3a \cdot (2b - 1)$; е) $4x - 12x^2 = 4x \cdot (1 - 3x)$; ж) $m^4 - m^2 = m^2 \cdot (m^2 - 1)$; з) $c^3 + c^4 = c^3 \cdot (1 + c)$; и) $7x - 14x^3 = 7x \cdot (1 - 2x^2)$; к) $16y^3 + 12y^2 = 4y^2 \cdot (4y + 3)$; л) $18ab^3 - 9b^4 = 9b^3 \times (2a - b)$; м) $4x^3y^2 - 6x^2y^3 = 2x^2y^2 \cdot (2x - 3y)$.

660. а) $3,28x - x^2 = x \cdot (3,28 - x)$: при $x = 2,28 \Rightarrow \Rightarrow x \cdot (3,28 - x) = 2,28 \cdot (3,28 - 2,28) = 2,28$;

б) $a^2y + a^3 = a^2 \cdot (y + a)$: при $a = -1,5$ и $y = -8,5 \Rightarrow a^2 \times (y + a) = (-1,5)^2 \cdot (-1,5 - 8,5) = -2,25 \cdot 10 = -22,5$;

в) $ay^2 - y^3 = y^2 \cdot (a - y)$: при $a = 8,8$ и $y = -1,2 \Rightarrow \Rightarrow y^2 \cdot (a - y) = (-1,2)^2 \cdot (8,8 + 1,2) = 1,44 \cdot 10 = 14,4$;

г) $-mb - m^2 = -m \cdot (b + m)$: при $m = 3,48$ и $b = 96,52 \Rightarrow -m \cdot (b + m) = -3,48 \cdot (96,52 + 3,48) = -3,48 \cdot 100 = -348$.

661. а) $x^2 + 8x = 0 \Rightarrow x \cdot (x + 8) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = -8$; б) $5x^2 - x = 0 \Rightarrow x \cdot (5x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \frac{1}{5}$; в) $6y^2 - 30y = 0 \Rightarrow 6y \cdot (y - 5) = 0 \Rightarrow \Rightarrow y = 0$ или $y = 5$; г) $3x^2 - 1,2x = 0 \Rightarrow 3x \cdot (x - 0,4) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 0,4$; д) $6x^2 - 0,5x = 0 \Rightarrow 0,5x \cdot (12x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \frac{1}{12}$; е) $\frac{1}{4}y^2 + y = 0 \Rightarrow y \cdot (\frac{1}{4}y + 1) = 0 \Rightarrow y = 0$ или $y = -4$; ж) $x - 10x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot (1 - 10x) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 0,1$; з) $6x - 0,2x^2 = 0 \Rightarrow 0,2x \cdot (30 - x) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 30$; и) $y^2 + \frac{2}{3}y = 0 \Rightarrow y \cdot (y + \frac{2}{3}) = 0 \Rightarrow y = 0$ или $y = -\frac{2}{3}$.

662. а) $5x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x \cdot (5x + 3) = 0 \Rightarrow 5x + 3 = 0$ или $x = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{5}$ или $x = 0$; б) $x^2 - 11x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 11) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 11$; в) $6x^2 - 3,6x = 0 \Rightarrow 6x \cdot (x - 0,6) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 0,6$; г) $0,3x^2 - 3x = 0 \Rightarrow 0,3x \cdot (x - 10) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 10$; д) $5x^2 - 0,8x = 0 \Rightarrow 5x \cdot (x - 0,16) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 0,16$; е) $7x^2 - 0,28x = 0 \Rightarrow 7x \cdot (x - 0,04) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 0,04$.

663. а) $16^5 + 16^4 = 16^4 \cdot (16 + 1) = 16^4 \cdot 17$ — кратно 17; б) $38^9 - 38^8 = 38^8 \cdot (38 - 1) = 38^8 \cdot 37$ — кратно 37; в) $36^5 - 6^9 = 6^{10} - 6^9 = 6^9 \cdot (6 - 1) = 6^9 \cdot 5 = 6^8 \cdot 30$ — кратно 30; г) $5^{18} - 25^8 = 5^{18} - 5^{16} = 5^{16}(25 - 1) = 5^{16} \times 24 = 5^{15} \cdot 120$ — кратно 120.

664. а) $x^5 + x^4 - x^3 = x^3 \cdot (x^2 + x - 1) = x^3 \cdot ((x+1)x - 1)$; б) $y^7 - y^5 - y^2 = y^2 \cdot (y^5 - y^3 - 1) = y^2 \cdot (y^3 \cdot (y^2 - 1) - 1)$; в) $a^4 + a^5 - a^8 = a^4 \cdot (1 + a - a^4) = a^4 \cdot (1 + a \cdot (1 - a^3))$; г) $-b^{10} - b^{15} - b^{20} = -b^{10}(1 + b^5 + b^{10}) = -b^{10}(1 + b^5 \times (1 + b^5))$.

665. а) $7^8 - 7^7 + 7^6 = 7^6 \cdot (7^2 - 7 + 1) = 7^6 \cdot (49 - 6) = 7^6 \cdot 43$; б) $2^{13} - 2^{10} - 2^9 = 2^9 \cdot (2^4 - 2 - 1) = 2^9 \cdot (16 - 3) = 2^9 \cdot 13$; в) $27^4 - 9^5 + 3^9 = 3^{12} - 3^{10} + 3^9 = 3^9 \cdot (3^3 - 3 + 1) = 3^9 \cdot (27 - 2) = 3^9 \cdot 25$; г) $16^4 - 2^{13} - 4^5 = 2^{16} - 2^{13} - 2^{10} = 2^{10}(2^6 - 2^3 - 1) = 2^{10}(64 - 8 - 1) = 2^{10} \cdot 55 = 2^9 \cdot 110$.

666. а) $x^3 - 3x^2 + x = x \cdot (x^2 - 3x + 1)$; б) $m^2 - 2m^3 - m^4 = m^2 \cdot (1 - 2m - m^2)$; в) $4a^5 - 2a^3 + a = a \cdot (4a^4 - 2a^2 + 1)$; г) $6x^2 - 4x^3 + 10x^4 = 2x^2 \cdot (3 - 2x + 5x^2)$; д) $15a^3 - 9a^2 + 6a = 3a \cdot (5a^2 - 3a + 2)$; е) $-3m^2 - 6m^3 + 12m^5 = -3m^2 \cdot (1 + 2m - 4m^3)$.

667. а) $c^3 - c^4 + 2c^5 = c^3 \cdot (1 - c + 2c^2)$; б) $5m^4 - m^3 + 2m^2 = m^2 \cdot (5m^2 - m + 2)$; в) $4x^4 + 8x^3 - 2x^2 = 2x^2 \times (2x^2 + 4x - 1)$; г) $5a - 5a^2 - 10a^4 = 5a \cdot (1 - a - 2a^3)$.

668. а) $3a^3 - 15a^2b + 5ab^2 = a \cdot (3a^2 - 15ab + 5b^2)$;
 б) $20x^4 - 25x^2y^2 - 10x^3 = 5x^2 \cdot (4x^2 - 5y^2 - 2x)$;
 в) $-6am^2 + 9m^3 - 12m^4 = -3m^2 \cdot (2a - 3m + 4m^2)$;
 г) $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3 = 6ab \cdot (2a - 3b - 5b^2)$; д) $4ax^3 + 8a^2x^2 - 12a^3x = 4ax \cdot (x^2 + 2ax - 3a^2)$; е) $-3x^4y^2 - 6x^2y^2 + 9x^2y^4 = -3x^2y^2 \cdot (x^2 + 2 - 3y^2)$.

669. а) $4c^4 - 6x^2c^2 + 8c = 2c \cdot (2c^3 - 3x^2c + 4)$; б) $10a^2x - 15a^3 - 20a^4x = 5a^2 \cdot (2x - 3a - 4a^2x)$; в) $3ax - 6ax^2 - 9a^2x = 3ax \cdot (1 - 2x - 3a)$; г) $8a^4b^3 - 12a^2b^4 + 16a^3b^2 = 4a^2b^2 \cdot (2a^2b - 3b^2 + 4a)$.

670. а) $2a \cdot (x + y) + b \cdot (x + y) = (2a + b)(x + y)$;
 б) $y \cdot (a - b) - (a - b) = (y - 1)(a - b)$; в) $(c + 3) - x \times (c + 3) = (1 - x)(c + 3)$; г) $9 \cdot (p - 1) + (p - 1)^2 = (9 + p - 1)(p - 1) = (8 + p)(p - 1)$; д) $(a + 3)^2 - a \times (a + 3) = (a + 3 - a)(a + 3) = 3 \cdot (a + 3)$; е) $-3b \times (b - 2) + 7(b - 2)^2 = (-3b + 7 \cdot (b - 2))(b - 2) = (-3b + 7b - 14)(b - 2) = (4b - 14)(b - 2)$.

671. а) $a \cdot (b - c) + d \cdot (c - b) = a \cdot (b - c) - d \cdot (b - c) = (a - d)(b - c)$; б) $x \cdot (y - 5) - y \cdot (5 - y) = x \cdot (y - 5) + y \cdot (y - 5) = (x + y)(y - 5)$; в) $3a \cdot (2x - 7) + 5b \cdot (7 - 2x) = 3a \cdot (2x - 7) - 5b \cdot (2x - 7) = (3a - 5b)(2x - 7)$; г) $(x - y)^2 - a \cdot (y - x) = (x - y)^2 + a \cdot (x - y) = (x - y + a)(x - y)$; д) $3(a - 2)^2 - (2 - a) = 3(a - 2)^2 + (a - 2) = (3a - 6 + 1)(a - 2) = (3a - 5)(a - 2)$; е) $2 \cdot (3 - b) + 5(b - 3)^2 = 2 \cdot (3 - b) + 5(3 - b)^2 = (2 + 15 - 5b)(3 - b) = (17 - 5b)(3 - b)$.

672. а) $8m \cdot (a - 3) + n \cdot (a - 3) = (8m + n)(a - 3)$;
 б) $(p^2 - 5) - q \cdot (p^2 - 5) = (p^2 - 5)(1 - q)$; в) $x \cdot (y - 9) + y \cdot (9 - y) = x \cdot (y - 9) - y \cdot (y - 9) = (x - y)(y - 9)$;
 г) $7 \cdot (c + 2) + (c + 2)^2 = (7 + c + 2)(c + 2) = (c + 9)(c + 2)$;
 д) $(a - b)^2 - 3 \cdot (b - a) = (a - b)^2 + 3 \cdot (a - b) = (a - b + 3)(a - b)$; е) $-(x + 2y) - 4(x + 2y)^2 = (x + 2y)(-1 - 4 \cdot (x + 2y)) = (x + 2y)(-1 - 4x - 8y)$.

673. Пусть велосипедист проехал путь из A в B за t ч. Тогда путь из B в A велосипедист проехал за $t - 0,25$ ч. Значит $12t = 18 \cdot (t - 0,25) \Rightarrow 12t = 18t - 4,5 \Rightarrow 6t = 4,5 \Rightarrow t = 0,75 \Rightarrow 12t = 9$. Ответ: 9 км.

674. а) $\frac{3x-5}{2} + \frac{8x-12}{7} = 9$ — умножим обе части на 14 $\Rightarrow 21x - 35 + 16x - 24 = 126 \Rightarrow 21x + 16x = 126 + 35 + 24 \Rightarrow 37x = 185 \Rightarrow x = 5$;

б) $\frac{21-4x}{9} - \frac{8x+15}{3} = 2$ — умножим обе части на 9 $\Rightarrow 21 - 4x - 24x - 45 = 18 \Rightarrow 28x = 21 - 45 - 18 \Rightarrow 28x = -42 \Rightarrow x = -1,5$.

675. $a - b = 0,5 \Rightarrow -(a - b) = b - a = -0,5$; а) $b - a = -0,5$; б) $\frac{1}{b-a} = \frac{1}{-0,5} = -2$; в) $(a - b)^2 = 0,5^2 = 0,25$; г) $(b - a)^2 = (a - b)^2 = 0,25$; д) $(a - b)^3 = 0,5^3 = 0,125$; е) $(b - a)^3 = -0,5^3 = -0,125$.

676. а) $(a - b)(a + b)$; б) $a^2 + b^2$; в) $(a + b)^2$; г) $b^2 - c^2$; д) $(b - c)^3$; е) $b^3 + c^3$.

§11. Произведение многочленов

29. Умножение многочлена на многочлен

677. а) $(x + m)(y + n) = xy + xn + my + mn$; б) $(a - b)(x + y) = ax + ay - bx - by$; в) $(a - x)(b - y) = ab - ay - bx + xy$; г) $(x + 8)(y - 1) = xy - x + 8y - 8$; д) $(b - 3)(a - 2) = ab - 2b - 3a + 6$; е) $(-a + y)(-1 - y) = a + ay - y - y^2$.

678. а) $(x + 6)(x + 5) = x^2 + 5x + 6x + 30 = x^2 + 11x + 30$; б) $(a - 4)(a + 1) = a^2 + a - 4a - 4 = a^2 - 3a - 4$; в) $(2 - y)(y - 8) = 2y - 16 - y^2 + 8y = 10y - 16 - y^2$; г) $(a - 4)(2a + 1) = 2a^2 + a - 8a - 4 = 2a^2 - 7a - 4$; д) $(2y - 1)(3y + 2) = 6y^2 + 4y - 3y - 2 = 6y^2 + y - 2$; е) $(5x - 3)(4 - 3x) = 20x - 15x^2 - 12 + 9x = 29x - 15x^2 - 12$.

679. а) $(m-n)(x+c) = mx + mc - nx - nc$; б) $(k-p)(k-n) = k^2 - kn - pk + pn$; в) $(a+3)(a-2) = a^2 - 2a + 3a - 6 = a^2 + a - 6$; г) $(5-x)(4-x) = 20 - 5x - 4x + x^2 = x^2 - 9x + 20$; д) $(1-2a)(3a+1) = 3a + 1 - 6a^2 - 2a = a + 1 - 6a^2$; е) $(6m-3)(2-5m) = 12m - 30m^2 - 6 + 15m = 27m - 30m^2 - 6$.

680. а) $(x^2+y)(x+y^2) = x^3 + x^2y^2 + yx + y^3$; б) $(m^2-n)(m^2+2n^2) = m^4 + 2n^2m^2 - nm^2 - 2n^3$; в) $(4a^2+b^2)(3a^2-b^2) = 12a^4 - 4a^2b^2 + 3a^2b^2 - b^4 = 12a^4 - a^2b^2 - b^4$; г) $(5x^2-4x)(x+1) = 5x^3 + 5x^2 - 4x^2 - 4x = 5x^3 + x^2 - 4x$; д) $(a-2)(4a^3-3a^2) = 4a^4 - 3a^3 - 8a^3 + 6a^2 = 4a^4 - 11a^3 + 6a^2$; е) $(7p^2-2p)(8p-5) = 56p^3 - 35p^2 - 16p^2 + 10p = 56p^3 - 51p^2 + 10p$.

681. а) $(2x^2-y)(x^2+y) = 2x^4 + 2x^2y - x^2y - y^2 = 2x^4 + x^2y - y^2$; б) $(7x^2+a^2)(x^2-3a^2) = 7x^4 - 21x^2a^2 + a^2x^2 - 3a^4 = 7x^4 - 20a^2x^2 - 3a^4$; в) $(11y^2-9)(3y-2) = 33y^3 - 22y^2 - 27y + 18$; г) $(5a-3a^3)(4a-1) = 20a^2 - 5a - 12a^4 + 3a^3$.

682. а) $(x+10)^2 = (x+10)(x+10) = x^2 + 10x + 10x + 100 = x^2 + 20x + 100$; б) $(1-y)^2 = (1-y)(1-y) = 1 - y - y + y^2 = 1 - 2y + y^2$; в) $(3a-1)^2 = (3a-1)(3a-1) = 9a^2 - 3a - 3a + 1 = 9a^2 - 6a + 1$; г) $(5-6b)^2 = (5-6b)(5-6b) = 25 - 30b - 30b + 36b^2 = 25 - 60b + 36b^2$.

683. а) $(x^2+xy-y^2)(x+y) = x^3 + x^2y + x^2y + xy^2 - xy^2 - y^3 = x^3 + 2x^2y - y^3$; б) $(n^2-np+p^2)(n-p) = n^3 - n^2p - n^2p + np^2 + np^2 - p^3 = n^3 - 2n^2p + 2np^2 - p^3$; в) $(a+x)(a^2-ax-x^2) = a^3 - a^2x - ax^2 + a^2x - ax^2 - x^3 = a^3 - 2ax^2 - x^3$; г) $(b-c)(b^2-bc-c^2) = b^3 - b^2c - bc^2 - b^2c + bc^2 + c^3 = b^3 - 2b^2c + c^3$; д) $(a^2-2a+3)(a-4) = a^3 - 4a^2 - 2a^2 + 8a + 3a - 12 = a^3 - 6a^2 + 11a - 12$; е) $(5x-2)(x^2-x-1) = 5x^3 - 5x^2 - 5x - 2x^2 + 2x + 2 = 5x^3 - 7x^2 - 3x + 2$; ж) $(2-2x+x^2)(x+5) = 2x + 10 - 2x^2 - 10x + x^3 + 5x^2 = x^3 + 3x^2 - 8x + 10$;

$$3) (3y - 4)(y^2 - y + 1) = 3y^3 - 3y^2 + 3y - 4y^2 + 4y - 4 = 3y^3 - 7y^2 + 7y - 4.$$

684. а) $(c^2 - cd - d^2)(c + d) = c^3 + c^2d - c^2d - cd^2 - cd^2 - d^3 = c^3 - 2cd^2 - d^3$; б) $(x - y)(x^2 - xy - y^2) = x^3 - x^2y - xy^2 - x^2y + xy^2 + y^3 = x^3 - 2x^2y + y^3$; в) $(4a^2 + a + 3)(a - 1) = 4a^3 - 4a^2 + a^2 - a + 3a - 3 = 4a^3 - 3a^2 + 2a - 3$; г) $(3 - x)(3x^2 + x - 4) = 9x^2 + 3x - 12 - 3x^3 - x^2 + 4x = -3x^3 + 8x^2 + 7x - 12$.

685. а) $y^2 \cdot (y + 5)(y - 3) = y^2 \cdot (y^2 - 3y + 5y - 15) = y^2 \cdot (y^2 + 2y - 15) = y^4 + 2y^3 - 15y^2$; б) $2a^2 \cdot (a - 1)(3 - a) = 2a^2 \cdot (3a - a^2 - 3 + a) = 2a^2 \cdot (4a - a^2 - 3) = 8a^3 - 2a^4 - 6a^2$; в) $-3b^3 \cdot (b + 2)(1 - b) = -3b^3 \cdot (b - b^2 + 2 - 2b) = -3b^3 \cdot (-b^2 - b + 2) = 3b^5 + 3b^4 - 6b^3$; г) $-0,5c^2 \cdot (2c - 3)(4 - c^2) = -0,5c^2 \cdot (8c - 2c^3 - 12 + 3c^2) = c^5 - 1,5c^4 - 4c^3 + 6c^2$.

686. а) $(x + 1)(x + 2)(x + 3) = (x^2 + 2x + x + 2)(x + 3) = (x^2 + 3x + 2)(x + 3) = x^3 + 3x^2 + 3x^2 + 9x + 2x + 6 = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$; б) $(a - 1)(a - 4)(a + 5) = (a^2 - 4a - a + 4)(a + 5) = (a^2 - 5a + 4)(a + 5) = a^3 + 5a^2 - 5a^2 - 25a + 4a + 20 = a^3 - 21a + 20$.

687. а) $(3b - 2)(5 - 2b) + 6b^2 = 15b - 6b^2 - 10 + 4b + 6b^2 = 19b - 10$; б) $(7y - 4)(2y + 3) - 13y = 14y^2 + 21y - 8y - 12 - 13y = 14y^2 - 12$; в) $x^3 - (x^2 - 3x)(x + 3) = x^3 - x^3 - 3x^2 + 3x^2 + 9x = 9x$; г) $5b^3 + (a^2 + 5b)(ab - b^2) = 5b^3 + a^3b - a^2b^2 + 5ab^2 - 5b^3 = a^3b - a^2b^2 + 5ab^2$; д) $(a - b)(a + 2) - (a + b)(a - 2) = a^2 + 2a - ab - 2b - a^2 + 2a - ab + 2b = 4a - 2ab$; е) $(x + y)(x - y) - (x - 1)(x - 2) = x^2 - xy + xy - y^2 - x^2 + 2x + x - 2 = -y^2 + 3x - 2$.

688. $(3a - 2b)(2a - 3b) - 6a \cdot (a - b) + 7ab = 6a^2 - 9ab - 4ab + 6b^2 - 6a^2 + 6ab + 7ab = 6b^2$.

3. Только переменной b .

689. $a = 3x - 1$; $b = x + 1$; $c = 2x + 4$; $d = 6x - 5$;
 $ac - bd = (3x - 1)(2x + 4) - (x + 1)(6x - 5) = 6x^2 + 12x - 2x - 4 - 6x^2 + 5x - 6x + 5 = 9x + 1$;

690. а) $(x-3)(x+7) - (x+5)(x-1) = x^2 + 7x - 3x - 21 - x^2 + x - 5x + 5 = -16$; б) $x^4 - (x^2 - 7)(x^2 + 7) = x^4 - x^4 - 7x^2 + 7x^2 + 49 = 49$.

691. а) $(c-8)(c+3) = c^2 + 3c - 8c - 24 = c^2 - 5c - 24$;
б) $(m-4)(m+7) = m^2 + 7m - 4m - 28 = m^2 + 3m - 28$.

692. а) $(x-3)(x+7) - 13 = x^2 + 7x - 3x - 21 - 13 = x^2 + 4x - 34$, $(x+8)(x-4) - 2 = x^2 - 4x + 8x - 32 - 2 = x^2 + 4x - 34 \Rightarrow (x-3)(x+7) - 13 = (x+8)(x-4) - 2$;
б) $16 - (a+3)(a+2) = 16 - a^2 - 2a - 3a - 6 = -a^2 - 5a + 10$,
 $4 - (6+a)(a-1) = 4 - 6a + 6 - a^2 + a = -a^2 - 5a + 10 \Rightarrow 16 - (a+3)(a+2) = 4 - (6+a)(a-1)$.

693. а) $(x-5)(x+8) - (x+4)(x-1) = x^2 + 8x - 5x - 40 - x^2 + x - 4x + 4 = -36$ — не зависит от x ;
б) $x^4 - (x^2 - 1)(x^2 + 1) = x^4 - x^4 - x^2 + x^2 + 1 = 1$ — не зависит от x .

694. $(y-6)(y+8) - 2 \cdot (y-25) = y^2 + 8y - 6y - 48 - 2y + 50 = y^2 + 2$, т. к. $y^2 \geq 0$, то $y^2 + 2 \geq 2$ принимает положительное значение при любом y .

695. а) $n \cdot (n-1) - (n+3)(n+2) = n^2 - n - n^2 - 2n - 3n - 6 = -6n - 6 = -6 \cdot (n+1)$ — делится на 6; б) $n \cdot (n+2) - (n-7)(n-5) = n^2 + 2n - n^2 + 5n + 7n - 35 = 14n - 35 = 7 \cdot (2n-5)$ — делится на 7.

696. $a = 2n+1$, $b = 2n+3$, $c = 2n+5$, $d = 2n+7$ — четыре последовательных нечётных числа, $cd - ab = (2n+5)(2n+7) - (2n+1)(2n+3) = 4n^2 + 14n + 10n + 35 - 4n^2 - 6n - 2n - 3 = 16n + 32 = 16 \cdot (n+2)$ — кратно 16.

697. а) $(3x-1)(5x+4) - 15x^2 = 17 \Rightarrow 15x^2 + 12x - 5x - 4 - 15x^2 = 17 \Rightarrow 7x = 21 \Rightarrow x = 3$;

б) $(1-2x)(1-3x) = (6x-1)x - 1 \Rightarrow 1 - 3x - 2x + 6x^2 = 6x^2 - x - 1 \Rightarrow 1 - 5x = -x - 1 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = 0,5$;

в) $12 - x \cdot (x-3) = (6-x)(x+2) \Rightarrow 12 - x^2 + 3x = 6x + 12 - x^2 - 2x \Rightarrow 6x - 2x - 3x = 12 - 12 \Rightarrow x = 0$;

$$\text{г)} (x+4)(x+1) = x - (x-2)(2-x) \Rightarrow x^2 + x + 4x + 4 = x - 2x + x^2 + 4 - 2x \Rightarrow x + 4x + 2x - x + 2x = 4 - 4 \Rightarrow x = 0;$$

$$\text{698. а)} 5 + x^2 = (x+1)(x+6) \Rightarrow 5 + x^2 = x^2 + 6x + x + 6 \Rightarrow 7x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{7};$$

$$\text{б)} 2x \cdot (x-8) = (x+1)(2x-3) \Rightarrow 2x^2 - 16x = 2x^2 - 3x + 2x - 3 \Rightarrow 15x = 3 \Rightarrow x = 0,2;$$

$$\text{в)} (3x-2)(x+4) - 3 \cdot (x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 12x - 2x - 8 - 3x^2 + 3x - 15x + 15 = 0 \Rightarrow 10x - 12x = 8 - 15 \Rightarrow -2x = -7 \Rightarrow x = 3,5;$$

$$\text{г)} x^2 + x \cdot (6-2x) = (x-1)(2-x) - 2 \Rightarrow x^2 + 6x - 2x^2 = 2x - x^2 - 2 + x - 2 \Rightarrow 6x - 2x - x = -4 \Rightarrow 3x = -4 \Rightarrow x = -1\frac{1}{3};$$

$$\text{699. а)} n \cdot (n+5) - (n-3)(n+2) = n^2 + 5n - n^2 - 2n + 3n + 6 = 6n + 6 = 6 \cdot (n+1); \text{ б)} (n-1)(n+1) - (n-7)(n-5) = n^2 + n - n - 1 - n^2 + 5n + 7n - 35 = 12n - 36 = 12 \cdot (n-3).$$

$$\text{700. } n, n+1, n+2 \text{ — три последовательных натуральных числа. Известно что, } n^2 + 65 = (n+1)(n+2) \Rightarrow n^2 + 65 = n^2 + 2n + n + 2 \Rightarrow 3n = 63 \Rightarrow n = 21, \text{ значит } n = 21, n+1 = 22, n+2 = 23. \text{ Ответ: } 21, 22, 23.$$

$$\text{701. } 2n+1, 2n+3, 2n+5 \text{ — три последовательных нечётных числа. Известно что, } (2n+3)(2n+5) - (2n+3)(2n+1) = 76 \Rightarrow (2n+3)(2n+5-2n-1) = 76 \Rightarrow 4 \cdot (2n+3) = 76 \Rightarrow 8n+12 = 76 \Rightarrow n = 8, \text{ значит } 2n+1 = 17, 2n+3 = 19, 2n+5 = 21. \text{ Ответ: } 17, 19, 21.$$

$$\text{702. Пусть одна из сторон прямоугольника равна } a, \text{ значит другая смежная её сторона равна } \frac{70}{2} - a = 35 - a. \text{ Известно что, } a \cdot (35 - a) + 50 = (a-5)(35 - a + 5) \Rightarrow 35a - a^2 + 50 = 40a - a^2 - 200 + 5a \Rightarrow 10a = 250 \Rightarrow a = 25 \Rightarrow 35 - a = 10. \text{ Ответ: длина } 25, \text{ ширина } 10.$$

703. Пусть сторона квадрата равняется x . Известно что, $x^2 + 30 = (x + 3)(x - 2) \Rightarrow x^2 + 30 = x^2 + 3x - 2x - 6 \Rightarrow x = 36$. Ответ: 36 см.

704. Пусть срок выполнения планового задания t дней. Известно что, $54t + 18 = 60 \cdot (t - 1) \Rightarrow 54t + 18 = 60t - 60 \Rightarrow 6t = 78 \Rightarrow t = 13 \Rightarrow t - 1 = 12$. Ответ: бригада работала 12 дней.

705. Пусть за t дней бригаде нужно было вспахать поле. Тогда поле было $112t$ га. Известно что, $112t = 120 \cdot (t - 1) \Rightarrow 8t = 120 \Rightarrow t = 15 \Rightarrow 112t = 1680$. Ответ: 1680 га.

706. а) $\frac{x-2}{5} = \frac{2}{3} - \frac{3x-2}{6}$ — умножим обе части на 30 $\Rightarrow 6x - 12 = 20 - 15x + 10 \Rightarrow 21x = 42 \Rightarrow x = 2$;
б) $\frac{2x-5}{4} - 1 = \frac{x+1}{3}$ — умножим обе части на 12 $\Rightarrow 6x - 15 - 12 = 4x + 4 \Rightarrow 2x = 31 \Rightarrow x = 15,5$.

707. а) сумма квадратов a и b ; б) квадрат суммы a и b ; в) разность кубов a и b ; г) куб разности a и b .

30. Разложение многочлена на множители способом группировки

708. а) $x \cdot (b+c) + 3b+3c = x \cdot (b+c) + 3 \cdot (b+c) = (x+3)(b+c)$; б) $y \cdot (a-c) + 5a-5c = y \cdot (a-c) + 5 \cdot (a-c) = (y+5)(a-c)$; в) $p \cdot (c-d) + c-d = (p+1)(c-d)$; г) $a \cdot (p-q) + q-p = a \cdot (p-q) - (p-q) = (a-1)(p-q)$.

709. а) $m x + m y + 6x + 6y = m \cdot (x+y) + 6 \cdot (x+y) = (m+6)(x+y)$; б) $9x + a y + 9y + a x = x \times (9+a) + y \cdot (9+a) = (x+y)(9+a)$; в) $7a - 7b + a n - b n = 7 \cdot (a-b) + n \cdot (a-b) = (7+n)(a-b)$; г) $a x + a y - x - y = a \cdot (x+y) - (x+y) = (a-1)(x+y)$; д) $1 - b x - x + b = (1+b) - (x+b x) = (1+b) - x \cdot (1+b) = (1+b)(1-x)$; е) $x y + 2 y - 2 x - 4 = (x y + 2 y) - (2 x + 4) = y \cdot (x+2) - 2 \cdot (x+2) = (y-2)(x+2)$.

710. а) $ab - 8a - bx + 8x = (ab - bx) - (8a - 8x) = b \times (a - x) - 8 \cdot (a - x) = (b - 8)(a - x)$; б) $ax - b + bx - a = (ax + bx) - (a + b) = x \cdot (a + b) - (a + b) = (x - 1)(a + b)$; в) $ax - y + x - ay = (ax - ay) + (x - y) = a \cdot (x - y) + (x - y) = (a + 1)(x - y)$; г) $ax - 2bx + ay - 2by = (ax + ay) - (2bx + 2by) = a \cdot (x + y) - 2b \cdot (x + y) = (a - 2b)(x + y)$.

711. а) $x^3 + x^2 + x + 1 = x^2 \cdot (x + 1) + (x + 1) = (x^2 + 1)(x + 1)$; б) $y^5 - y^3 - y^2 + 1 = y^3 \cdot (y^2 - 1) - (y^2 - 1) = (y^3 - 1)(y^2 - 1)$; в) $a^4 + 2a^3 - a - 2 = a^3 \cdot (a + 2) - (a + 2) = (a^3 - 1)(a + 2)$; г) $b^6 - 3b^4 - 2b^2 + 6 = (b^6 - 3b^4) - (2b^2 - 6) = b^4 \cdot (b^2 - 3) - 2 \cdot (b^2 - 3) = (b^4 - 2)(b^2 - 3)$; д) $a^2 - ab - 8a + 8b = (a^2 - 8a) - (ab - 8b) = a \cdot (a - 8) - b \cdot (a - 8) = (a - b)(a - 8)$; е) $ab - 3b + b^2 - 3a = (ab - 3a) + (b^2 - 3b) = a \cdot (b - 3) + b \cdot (b - 3) = (a + b)(b - 3)$; ж) $11x - xy + 11y - x^2 = (11x - x^2) + (11y - xy) = x \cdot (11 - x) + y \cdot (11 - x) = (x + y)(11 - x)$; з) $kn - mn - n^2 + mk = (kn + mk) - (n^2 + mn) = k \times (n + m) - n \cdot (n + m) = (k - n)(n + m)$.

712. а) $mn - mk + xk - xn = (mn - mk) - (xn - xk) = m \cdot (n - k) - x \cdot (n - k) = (m - x)(n - k)$; б) $x^2 + 7x - ax - 7a = x \cdot (x + 7) - a \cdot (x + 7) = (x - a)(x + 7)$; в) $3m - mk + 3k - k^2 = m \cdot (3 - k) + k \cdot (3 - k) = (m + k)(3 - k)$; г) $xk - xy - x^2 + yk = (xk + yk) - (xy + x^2) = k \cdot (x + y) - x \cdot (x + y) = (k - x)(x + y)$.

713. а) $p^2q^2 + pq - q^3 - p^3 = (p^2q^2 - q^3) + (pq - p^3) = q^2 \cdot (p^2 - q) - p \cdot (p^2 - q) = (q^2 - p)(p^2 - q)$: при $p = 0,5$ и $q = -0,5 \Rightarrow ((-0,5)^2 - 0,5)(0,5^2 + 0,5) = (0,25 - 0,5)(0,5 + 0,25) = -0,25 \cdot 0,75 = -0,1875$.

б) $3x^3 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy = (3x^3 + xy) - (6x^2y^2 + 2y^3) = x \times (3x^2 + y) - 2y^2 \cdot (3x^2 + y) = (x - 2y^2)(3x^2 + y)$: при $x = \frac{2}{3}$ и $y = \frac{1}{2} \Rightarrow (\frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{1}{4})(3 \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2}) = (\frac{2}{3} - \frac{1}{2})(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{11}{6} = \frac{11}{36}$.

714. а) $2a + ac^2 - a^2c - 2c = (2a - 2c) - (a^2c - ac^2) = 2 \times$
 $\times (a - c) - ac \cdot (a - c) = (2 - ac)(a - c)$: при $a = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ и
 $c = -1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3} \Rightarrow (2 - ac)(a - c) = (2 + \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{3})(\frac{4}{3} + \frac{5}{3}) =$
 $= (2 + \frac{20}{9}) \cdot 3 = \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$;

б) $x^2y - y + xy^2 - x = (x^2y + xy^2) - (x + y) = xy \times$
 $\times (x + y) - (x + y) = (xy - 1)(x + y)$: при $x = 4$ и
 $y = 0,25 \Rightarrow (xy - 1)(x + y) = (1 - 1)(4,25) = 0$.

715. а) $ax - y + x - ay = (ax - ay) + (x - y) = a \times$
 $\times (x - y) + (x - y) = (a + 1)(x - y)$; б) $ax - 2by + ay -$
 $- 2bx = (ay - 2by) + (ax - 2bx) = y \cdot (a - 2b) + x \cdot (a -$
 $- 2b) = (x + y)(a - 2b)$.

716. а) $ac^2 - ad + c^3 - cd - bc^2 + bd = (ac^2 + c^3 -$
 $- bc^2) - (ad + cd - bd) = c^2 \cdot (a + c - b) - d \cdot (a + c -$
 $- b) = (c^2 - d)(a + c - b)$; б) $ax^2 + ay^2 - bx^2 - by^2 +$
 $+ b - a = (ax^2 - bx^2) + (ay^2 - by^2) - (a - b) = x^2 \times$
 $\times (a - b) + y^2 \cdot (a - b) - (a - b) = (x^2 + y^2 - 1)(a - b)$;
 в) $an^2 + cn^2 - ap + ap^2 - cp + cp^2 = (an^2 + cn^2) - (ap +$
 $+ cp) + (ap^2 + cp^2) = n^2 \cdot (a + c) - p \cdot (a + c) + p^2 \cdot (a +$
 $+ c) = (n^2 - p + p^2)(a + c)$; г) $xy^2 - by^2 - ax + ab +$
 $+ y^2 - a = (xy^2 - ax) - (by^2 - ab) + (y^2 - a) = x \cdot (y^2 -$
 $- a) - b \cdot (y^2 - a) + (y^2 - a) = (x - b + 1)(y^2 - a)$.

717. а) $x^2y + x + xy^2 + y + 2xy + 2 = x \cdot (xy + 1) +$
 $+ y \cdot (xy + 1) + 2 \cdot (xy + 1) = (x + y + 2)(xy + 1)$;
 б) $x^2 - xy + x - xy^2 + y^3 - y^2 = (x^2 - xy^2) - (xy - y^3) +$
 $+ (x - y^2) = x \cdot (x - y^2) - y \cdot (x - y^2) + (x - y^2) = (x -$
 $- y + 1)(x - y^2)$.

718. а) $x^2 + 6x + 5 = x^2 + 5x + x + 5 = x \cdot (x + 5) +$
 $+ (x + 5) = (x + 1)(x + 5)$; б) $x^2 - x - 6 = (x^2 - 3x) +$
 $+ (2x - 6) = x \cdot (x - 3) + 2 \cdot (x - 3) = (x + 2)(x - 3)$;
 в) $a^2 - 5a + 4 = (a^2 - 4a) - (a - 4) = a \cdot (a - 4) - (a -$
 $- 4) = (a - 1)(a - 4)$; г) $a^2 - 6a - 16 = (a^2 - 8a) +$
 $+ (2a - 16) = a \cdot (a - 8) + 2 \cdot (a - 8) = (a + 2)(a - 8)$.

719. Пусть изначально число коров в стаде, было x , тогда стало $x + 60$. Сначала получали в день $12,8x$ литров молока в день, потом стали получать $15x$ литров. Значит $12,8x + 1340 = (x + 60) \cdot 15 \Rightarrow 12,8x + 1340 = 15x + 900 \Rightarrow 2,2x = 440 \Rightarrow x = 200 \Rightarrow x + 60 = 260$. Ответ: 260.

720. а) $4 - x \cdot (x + 8) = 11 - x^2 \Rightarrow 4 - x^2 - 8x = 11 - x^2 \Rightarrow -8x = 11 - 4 \Rightarrow 8x = -7 \Rightarrow x = -\frac{7}{8}$;

б) $4x \cdot (3x - 1) - 2x \cdot (6x + 8) = 5 \Rightarrow 12x^2 - 4x - 12x^2 - 16x = 5 \Rightarrow -20x = 5 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$.

721. а) $(x - y)^2$; б) $3 + ab$; в) $7 - 2ab$.

31. Деление с остатком

722. а) $138 = 19 \cdot 7 + 5$ — частное 19, остаток 5; б) $-16 = -6 \cdot 3 + 2$ — частное -6 , остаток 2; в) $-4 = -1 \cdot 5 + 1$ — частное -1 , остаток 1.

723. $-10 = -1 \cdot 11 + 1$.

724. $-11, -4, 3, 10$: $-11 = -2 \cdot 7 + 3$; $-4 = -1 \cdot 7 + 3$; $3 = 0 \cdot 7 + 3$; $10 = 1 \cdot 7 + 3$.

725. В году 365 дней, пусть год начинается с воскресенья, значит нужно подсчитать, сколько недель в 364 днях: $364 : 7 = 52$. А в 52 неделях 52 воскресенья. Значит максимальное количество воскресений в году 53.

726. $m = 35q + 15 = 5 \cdot (7q + 3)$; $\frac{m}{5} = \frac{5 \cdot (7q + 3)}{5} = 7q + 3$ — число m делится на 5. $\frac{m}{7} = \frac{35q + 15}{7} = 5q + 2\frac{1}{7}$ — число m не делится на 7.

727. Пусть искомое число $a = bc + d$. Предположим что все числа a, b, c, d — не чётные, значит произведение bc — тоже не чётное, тогда сумма $bc + d$ — чётное, значит a должно быть чётным, противоречие, a, b, c, d не могут быть все не чётными.

728. Пусть искомые числа: $a = 3q + 1$; $b = 3s + 2$. Так как $ab + 1 = (3q + 1)(3s + 2) + 1 = 9qs + 3s + 3q + 2 + 1 = 3 \cdot (3qs + s + q + 1)$ — кратно 3.

729. Да, верно. $ab \cdot (a + b)(a - b)$ — если a или b делится на 3, то очевидно, что произведение кратно 3. Если a и b не делятся на 3, тогда остаток от деления равен 1 или 2. Если остатки одинаковы, тогда $a - b$ кратно 3, если же один равен 1, а другой 2, тогда $a + b$ делится на 3.

730. $a = 12q + 5 = 4 \cdot 3 \cdot q + 4 \cdot 1 + 1 = 4 \cdot (3q + 1) + 1$ — остаток равен 1.

731. Пусть первое число $a = 9q + 7$, а второе $x = 9y + 5$: $ax = (9q + 7)(9y + 5) = 81qy + 45q + 63y + 9 \cdot 5 + 8 = 9 \cdot (9qy + 5q + 7y + 3) + 8$ — остаток 8.

732. Пусть искомое число a , тогда $a = 5 \cdot (q + 4) + 1$; и $a = 7q + 1$. Значит $5 \cdot (q + 4) + 1 = 7q + 1 \Rightarrow 5q + 21 = 7q + 1 \Rightarrow 2q = 20 \Rightarrow q = 10 \Rightarrow a = 7q + 1 = 71$.
Ответ: 71.

733. Докажем сначала делимость 2 произведения $n \times (2n + 1)(7n + 1)$. При n нечётном сумма $7n + 1$ является чётным числом. При n чётном очевидно, что произведение кратно 2. Осталось доказать делимость на 3. Рассмотрим 3 случая:

1) n делится на 3, очевидно, что и произведение делится на 3.

2) n даёт остаток при делении на 3 равный 1. Значит число n можно представить в виде $n = 3q + 1$. Докажем что при таком значении n сумма $2n + 1$ кратна 3. Так как $2 \cdot (3q + 1) + 1 = 6q + 2 + 1 = 6q + 3 = 3 \cdot (2q + 1)$, значит и $n \cdot (2n + 1)(7n + 1)$ — кратно 3.

3) n даёт остаток при делении на 3 равный 2. Значит число n можно представить в виде $n = 3q + 2$. Докажем что при таком значении n сумма $7n + 1$ кратна 3. Так как $7 \cdot (3q + 2) + 1 = 21q + 14 + 1 = 21q + 15 = 3 \cdot (7q + 5)$, значит и $n \cdot (2n + 1)(7n + 1)$ — кратно 3.

Дополнительные упражнения к главе IV

734. а) $2x^2 + 6x = 2 \cdot (x + 3)$ — при любом значении x является чётным. В результате сложения чётного и не чётного получится не чётное число. Ответ: не при каких x , значение выражения не окажется чётным числом.

б) $x^2 + x$ при чётном x является чётным, при нечётном x , так же является чётным, так как сумма двух нечётных чисел чётна. $x^2 + x + 2$ в результате суммы двух чётных чисел получится чётное число. Ответ: не при каких x , значение выражения не окажется не чётным числом.

735. а) $8a^2 - 6a^3x + 3ax^2 - x^3$; б) $-6a^3x + 8a^2 + 3ax^2 - x^3$.

736. а) $(-2x^2 + x + 1) - (x^2 - x + 7) - (4x^2 + 2x + 8) = -2x^2 + x + 1 - x^2 + x - 7 - 4x^2 - 2x - 8 = -7x^2 - 14$;

б) $(3a^2 - a + 2) + (-3a^2 + 3a - 1) - (a^2 - 1) = 3a^2 - a + 2 - 3a^2 + 3a - 1 - a^2 + 1 = -a^2 + 2a + 2$; в) $2a - 3b + c - (4a + 7b + c + 3) = 2a - 3b + c - 4a - 7b - c - 3 = -2a - 10b - 3$;

г) $2xy - y^2 + (y^2 - xy) - (x^2 + xy) = 2xy - y^2 + y^2 - xy - x^2 - xy = -x^2$.

737. а) $(1 - x + 4x^2 - 8x^3) + (2x^3 + x^2 - 6x - 3) - (5x^3 + 8x^2) = 1 - x + 4x^2 - 8x^3 + 2x^3 + x^2 - 6x - 3 - 5x^3 - 8x^2 = -11x^3 - 3x^2 - 7x - 2$; б) $(0,5a - 0,6b + 5,5) - (-0,5a + 0,4b) + (1,3b - 4,5) = 0,5a - 0,6b + 5,5 + 0,5a - 0,4b + 1,3b - 4,5 = a + 0,3b + 1$.

738. если $A = 2x - 1$; $B = 3x + 1$; $C = 5x$, то $A + B - C = 2x - 1 + 3x + 1 - 5x = 0$ и $C - B - A = 5x - 3x - 1 - 2x + 1 = 0$, значит $A + B - C = C - B - A$.

739. а) $(y^2 - 5y + 1) - 0 = y^2 - 5y + 1$; б) $(y^2 - 5y + 1) - 5 = y^2 - 5y + 1 - 5 = y^2 - 5y - 4$; в) $(y^2 - 5y + 1) - y^2 = -5y + 1$; г) $(y^2 - 5y + 1) - (4y^2 - y + 7) = y^2 - 4y^2 - 5y + y + 1 - 7 = -3y^2 - 4y - 6$.

$$\boxed{740.} \quad 1\frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{8}x^3 - 1\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{5}{7} - (0,75x^4 - 0,125x^3 - 2,25x^2 + 0,4x - \frac{3}{7}) = 1,75x^4 - 0,125x^3 - 1,25x^2 + 0,4x + \frac{5}{7} - 0,75x^4 + 0,125x^3 + 2,25x^2 - 0,4x + \frac{3}{7} = x^4 + x^2 + 1\frac{1}{7} > 0.$$

$$\boxed{741.} \quad 1,6a^5 - 1\frac{1}{3}a^4 - 3,4a^3 - a^2 - 1 - 1\frac{3}{5}a^5 - \frac{2}{3}a^4 + 3\frac{2}{5}a^3 = -2a^4 - a^2 - 1 < 0.$$

$$\boxed{742.} \quad \text{а) } \overline{xy} = 10x + y; \text{ б) } \overline{yx} = 10y + x; \text{ в) } \overline{a0b} = 100a + b; \text{ г) } \overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d.$$

$$\boxed{743.} \quad \text{а) } \overline{abc} + \overline{cba} = 100a + 10b + c + 100c + 10b + a = 101a + 20b + 101c; \text{ б) } \overline{abc} + \overline{bc} = 100a + 10b + c + 10b + c = 100a + 20b + 2c; \text{ в) } \overline{abc} - \overline{ba} = 100a + 10b + c - 10b - a = 99a + c; \text{ г) } \overline{abc} - \overline{ac} = 100a + 10b + c - 10a - c = 90a + 10b.$$

$$\boxed{744.} \quad \text{а) } \overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11 \times (a + b) - \text{сумма кратна } a + b; \text{ б) } \overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - 10b - a = 9a - 9b = 9 \cdot (a - b) - \text{разность кратна } 9.$$

$$\boxed{745.} \quad \text{а) } (4 - 2x) + (5x - 3) = (x - 2) - (x + 3) \Rightarrow 4 - 2x + 5x - 3 = x - 2 - x - 3 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2; \text{ б) } 5 - 3y - (4 - 2y) = y - 8 - (y - 1) \Rightarrow 5 - 3y - 4 + 2y = y - 8 - y + 1 \Rightarrow -y = -8 \Rightarrow y = 8; \text{ в) } 7 - 1,5a + (0,5a - 5,5) = 2a + 0,75 - (0,5 + 0,5a) \Rightarrow 7 - 1,5a + 0,5a - 5,5 = 2a + 0,75 - 0,5 - 0,5a \Rightarrow 2,5a = 1,25 \Rightarrow a = 0,5;$$

$$\text{г) } -3,6 - (1,5x + 1) = -4x - 0,8 - (0,4x - 2) \Rightarrow -3,6 - 1,5x - 1 = -4x - 0,8 - 0,4x + 2 \Rightarrow 2,9x = 5,8 \Rightarrow x = 2;$$

$$\boxed{746.} \quad \text{Пусть первое число } 2x, \text{ тогда второе } 4x, \text{ третье } 5x \text{ и четвёртое } 6x. \text{ Значит } (5x + 6x) - (4x + 2x) = 4,8 \Rightarrow 11x - 6x = 4,8 \Rightarrow 5x = 4,8 \Rightarrow x = 0,96 \Rightarrow 2x = 1,92; 4x = 3,84; 5x = 4,8; 6x = 5,76;$$

$$\boxed{747.} \quad \text{Пусть задуманное число } x. \text{ Если к задуманному числу приписать справа } 0 \text{ получится } 10x. \text{ Значит } 143 - 10x = 3x \Rightarrow 13x = 143 \Rightarrow x = 11;$$

748. Пусть задуманное число x . Если к задуманному числу приписать справа 9 получится $10x + 9$. Значит $10x + 9 + 2x = 633 \Rightarrow 12x = 624 \Rightarrow x = 52$;

749. Пусть искомое число x . Если к трёхзначному задуманному числу приписать слева 5 получится $x + 5000$. Значит $x + 5000 - 3032 = 9x \Rightarrow 8x = 1968 \Rightarrow x = 246$;

750. Пусть x искомое трёхзначное число, которое оканчивается цифрой 7. Если последнюю цифру переставить на первое место получится $\frac{x-7}{10} + 7000$. Значит $\frac{x-7}{10} + 700 = x + 324 \Rightarrow x - 7 + 7000 = 10x + 3240 \Rightarrow 9x = 3753 \Rightarrow x = 417$;

751. а) $(x^4 + 7x^2y^2 - 5y^4)(-0,2xy^2) = -0,2x^5y^2 - 1,4x^3y^4 + xy^6$; б) $(b^7 - \frac{1}{2}b^5c + \frac{2}{3}b^3c^3 - \frac{2}{5}c^5)(-30bc^3) = -30b^8c^3 + 15b^6c^4 - 20b^4c^6 + 12bc^8$;
в) $(\frac{1}{3}a^5b - ab + \frac{1}{7})(-21a^2b^2) = -7a^7b^3 + 21a^3b^3 - 3a^2b^2$;
г) $(0,5x^7y^{12} - 6xy - 1)(-\frac{1}{6}xy) = -\frac{1}{12}x^8y^{13} + x^2y^2 + \frac{1}{6}xy$.

752. а) $5 \cdot (4x^2 - 2x + 1) - 2 \cdot (10x^2 - 6x - 1) = 20x^2 - 10x + 5 - 20x^2 + 12x + 2 = 2x + 7$; б) $7 \cdot (2y^2 - 5y - 3) - 4 \cdot (3y^2 - 9y - 5) = 14y^2 - 35y - 21 - 12y^2 + 36y + 20 = 2y^2 + y - 1$; в) $a \cdot (3b - 1) - b \cdot (a - 3) - 2 \cdot (ab - a + b) = 3ab - a - ab + 3b - 2ab + 2a - 2b = a + b$;
г) $x^2 \cdot (4 - y^2) + y^2 \cdot (x^2 - 7) - 4x \cdot (x - 3) = 4x^2 - x^2y^2 + x^2y^2 - 7y^2 - 4x^2 + 12x = -7y^2 + 12x$.

753. а) $3 \cdot (x^2 - x + 1) - 0,5x \cdot (4x - 6) = 3x^2 - 3x + 3 - 2x^2 + 3x = x^2 + 3 > 0$; б) $y \cdot (2 + y - y^3) - \frac{2}{3}(6 + 3y + 1,5y^2) = 2y + y^2 - y^4 - 4 - 2y - y^2 = -y^4 - 4 < 0$.

754. а) $5 \cdot (y + \frac{2}{3}) - 3 = 4 \cdot (3y - \frac{1}{2}) \Rightarrow 5y + \frac{10}{3} - 3 = 12y - 2 \Rightarrow 15y + 10 - 9 = 36y - 6 \Rightarrow 21y = 7 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$;
б) $7 \cdot (2y - 2) - 2 \cdot (3y - 3,5) = 9 \Rightarrow 14y - 14 - 6y + 7 = 9 \Rightarrow 8y = 16 \Rightarrow y = 2$;

в) $21,5 \cdot (4x - 1) + 8 \cdot (12,5 - 9x) = 82 \Rightarrow 86x - 21,5 + 100 - 72x = 82 \Rightarrow 14x = 3,5 \Rightarrow x = 0,25$;

г) $12,5 \cdot (3x - 1) + 132,4 = (2,8 - 4x) \cdot 0,5 \Rightarrow 37,5x - 12,5 + 132,4 = 1,4 - 2x \Rightarrow 39,5x = -118,5 \Rightarrow x = -3$;
 д) $\frac{3x+6}{2} - \frac{7x-14}{3} - \frac{x+1}{9} = 0 \Rightarrow 27x + 54 - 42x + 84 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow -17x + 136 = 0 \Rightarrow 17x = 136 \Rightarrow x = 8$;
 е) $\frac{1-6x}{2} - \frac{2x+19}{12} = \frac{23-2x}{3} \Rightarrow 6 - 36x - 2x - 19 = 92 - 8x \Rightarrow 30x = -105 \Rightarrow x = -3,5$;

755. Пусть в первом сосуде было x кг раствора, тогда во втором $x + 2$. После того как растворы слили в третий сосуд, в нём стало $x + x + 2 = 2x + 2$ кг раствора. В первом сосуде было $0,1x$ кг соли, во втором $0,3x + (x + 2)$ кг соли. Значит $\frac{0,1x + 0,3 \cdot (x + 2)}{2x + 2} = 0,25 \Rightarrow 0,1x + 0,3x + 0,6 = 0,5x + 0,5 \Rightarrow 0,1x = 0,1 \Rightarrow x = 1$.
 Ответ: 1 кг.

756. Пусть в первую бригаду привезли x кг цемента, тогда во вторую $x + 50$. Значит $x - 150 \cdot 3 = 1,5x + (x + 50 - 200 \cdot 3) \Rightarrow x - 450 = 1,5x - 825 \Rightarrow 0,5x = 375 \Rightarrow x = 750 \Rightarrow x + 50 = 800$. Ответ: 750 кг и 800 кг.

757. Пусть через t часов после отправления первого теплохода произойдёт встреча со вторым теплоходом. Значит $162 - 45 \cdot (t + 0,75) - 36t = 0 \Rightarrow 162 - 45t - 33,75 - 36t = 0 \Rightarrow 81t = 128,25 \Rightarrow t = 1 \frac{47,25}{81} = 1 \frac{1,75}{3} \Rightarrow \frac{1,75}{3} \text{ ч} = \frac{1,75}{3} \cdot 60 = 35 \text{ мин.} \Rightarrow t + 45 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 35 \text{ мин} + 45 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$ Ответ: через 2 ч 20 мин.

758. Пусть теплоходы встретятся через t часов. Значит $40t = 60 \cdot (t - 1 \frac{1}{4}) \Rightarrow 40t = 60t - 75 \Rightarrow 20t = 75 \Rightarrow t = 3,75 \Rightarrow t - 1 \frac{1}{4} = 2,5 \Rightarrow 40t = 150$. Ответ: Через 2,5 ч после своего отправления на расстоянии 150 км от A второй теплоход догонит первый.

759. Пусть скорость первого автобуса v_1 , а скорость второго v_2 и расстояние между городами S . Тогда $3,5v_1 = S$ и $3,5v_2 = \frac{5}{6}S$. Также известно, что скорость первого на 10 км/ч больше $v_1 = v_2 + 10$. Следовательно

$\frac{5}{6} \cdot 3,5v_1 = 3,5v_2 \Rightarrow v_1 = 1,2v_2 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 1,2v_2 \\ v_1 = v_2 + 10 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1,2v_2 = v_2 + 10 \Rightarrow v_2 = 50 \text{ км/ч} \Rightarrow v_1 = 50 + 10 =$
 $= 60 \text{ км/ч} \Rightarrow S = 3,5v_1 = 3,5 \cdot 60 = 210 \text{ км. Ответ:}$
 50 км/ч и 60 км/ч скорости автобусов. Расстояние
 между городами 210 км.

760. Пусть скорость первого мотоциклиста v_1 , а второго v_2 . Известно, что $v_1 = 1,5v_2$ и расстояние между городами 120 км (2 ч 24 мин = 2,4 ч.) Тогда,
 $(v_2 + 1,5v_2) \cdot 2,4 = 2 \cdot 120 \Rightarrow 2,5v_2 = 100 \Rightarrow v_2 =$
 $= 40 \Rightarrow v_1 = 60 \Rightarrow 120 - 2,4v_2 = 120 - 96 = 24 \text{ км.}$
 Ответ: 40 км/ч и 60 км/ч скорости мотоциклов, 24 км
 расстояние от места встречи до B .

761. Пусть скорость катера x . Тогда, $4 \cdot (x + 1,5) =$
 $= 2,4 \cdot (2 \cdot (x - 1,5)) \Rightarrow 4x + 6 = 4,8x - 7,2 \Rightarrow 0,8x =$
 $= 13,2 \Rightarrow x = 16,5 \text{ км/ч; Ответ: } 16,5 \text{ км/ч.}$

762. Пусть скорость течения x . Значит $6 \cdot (15 + x) +$
 $+ 20 = 10 \cdot (15 - x) \Rightarrow 90 + 6x + 20 = 150 - 10x \Rightarrow$
 $\Rightarrow 16x = 40 \Rightarrow x = 2,5$. Ответ: скорость течения
 2,5 км/ч.

763. Пусть кооператив должен был изготавливать по
 x сорочек каждый день, тогда он выпускал $x + 10$
 сорочек в день. Значит $7 \cdot (x + 10) = 8x \Rightarrow x = 70$.
 Ответ: 70 сорочек.

764. Пусть x т пшеницы было первого сорта, тогда
 $1400 - x$ второго сорта. Значит $0,98x + 0,97 \cdot (1400 - x) =$
 $= 1364 \Rightarrow 0,98x + 1358 - 0,97x = 1364 \Rightarrow 0,01x =$
 $= 6 \Rightarrow x = 600 \Rightarrow 1400 - x = 800$. Ответ: 600 т и
 800 т.

765. Пусть бригада должна была закончить работу
 через t дней. Значит $80t = (80 + 10)(t - 1) + 30 \Rightarrow 80t =$
 $= 90t - 90 + 30 \Rightarrow 10t = 60 \Rightarrow t = 6 \Rightarrow 80t = 480$.
 Ответ: 480 га.

766. Пусть первоначально было соли x г, после того как добавили, стало $x + 20$ г, масса всего раствора $480 + 20 = 500$ г. Значит $\frac{x}{480} + 0,0375 = \frac{x+20}{500} \Rightarrow x + 18 = 0,96x + 19,2 \Rightarrow 0,04x = 1,2 \Rightarrow x = 30$. Ответ: 30 г.

767. а) $a^{20} - a^{10} + a^5 = a^5 \cdot (a^{15} - a^5 + 1) = a^5 \cdot (1 + a^5 \cdot (a^{10} - 1))$; б) $b^{60} + b^{40} - b^{20} = b^{20}(b^{40} + b^{20} - 1) = b^{20}(b^{20}(b^{20} + 1) - 1)$; в) $a^{10} - a^8 - a^6 = a^6 \cdot (a^4 - a^2 - 1) = a^6 \cdot (a^2 \cdot (a^2 - 1) - 1)$; г) $b^{40} + b^{20} + b^{10} = b^{10}(b^{30} + b^{10} + 1) = b^{10}(b^{10}(b^{20} + 1) + 1)$.

768. а) $7^{16} + 7^{14} = 7^{14}(7^2 + 1) = 7^{14} \cdot 50$; б) $5^{31} - 5^{29} = 5^{29}(5^2 - 1) = 5^{29} \cdot 24 = 5^{27} \cdot 600$; в) $25^9 + 5^{17} = 5^{18} + 5^{17} = 5^{16}(25 + 5) = 5^{16} \cdot 30$; г) $27^{10} - 9^{14} = 3^{30} - 3^{28} = 3^{28}(3^2 - 1) = 3^{28} \cdot 8 = 3^{27} \cdot 24$; д) $12^{13} - 12^{12} + 12^{11} = 12^{11}(12^2 - 12 + 1) = 12^{11}(144 - 11) = 12^{11} \cdot 19 \cdot 7$; е) $11^9 - 11^8 + 11^7 = 11^7 \cdot (11^2 - 11 + 1) = 11^7 \cdot (121 - 10) = 11^7 \cdot 37 \cdot 3$.

769. а) $(a - 3b)(a + 2b) + 5a \cdot (a + 2b) = (a + 2b)(a - 3b + 5a) = 3 \cdot (a + 2b)(2a - b)$; б) $(x + 8y)(2x - 5b) - 8y \cdot (2x - 5b) = (x + 8y - 8y)(2x - 5b) = x \cdot (2x - 5b)$; в) $7a^2 \cdot (a - x) + (6a^2 - ax)(x - a) = 7a^2 \cdot (a - x) + (ax - 6a^2)(a - x) = (a - x)(7a^2 + ax - 6a^2) = (a - x)(a^2 + ax)$; г) $11b^2 \cdot (3b - y) - (6y - 3b^2)(y - 3b) = 11b^2 \cdot (3b - y) - (3b^2 - 6y)(3b - y) = (11b^2 - 3b^2 + 6y)(3b - y) = 2 \times (4b^2 + 3y)(3b - y)$.

770. а) $5cx + c^2 = c \cdot (5x + c)$: при $x = 0,17$ и $c = 1,15 \Rightarrow c \cdot (5x + c) = 1,15 \cdot (5 \cdot 0,17 + 1,15) = 1,15 \times (0,85 + 1,15) = 1,15 \cdot 2 = 2,3$;

б) $4a^2 - ab = a \cdot (4a - b)$: при $a = 1,47$ и $b = 5,78 \Rightarrow a \cdot (4a - b) = 1,47 \cdot (4 \cdot 1,47 - 5,78) = 1,47 \cdot (5,88 - 5,78) = 1,47 \cdot 0,1 = 0,147$.

771. а) $1,2x^2 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (1,2x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = -\frac{5}{6}$; б) $1,6x + x^2 = 0 \Rightarrow x \cdot (1,6 + x) = 0 \Rightarrow x = 0$

или $x = -1,6$; в) $0,5x^2 - x = 0 \Rightarrow x \cdot (0,5x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 2$; г) $5x^2 = x \Rightarrow x \cdot (5x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \frac{1}{5}$; д) $1,6x^2 = 3x \Rightarrow x \times (1,6x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \frac{3}{1,6} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$; е) $x = x^2 \Rightarrow x \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 1$.

772. а) $(3a + 6)^2 = (3 \cdot (a + 2))^2 = 3^2 \cdot (a + 2)^2 = 9 \cdot (a + 2)^2$; б) $(12b - 4)^2 = (4 \cdot (3b - 1))^2 = 4^2 \times (3b - 1)^2 = 16 \cdot (3b - 1)^2$; в) $(7x + 7y)^2 = 7^2 \times (x + y)^2 = 49 \cdot (x + y)^2$; г) $(-3p + 6)^3 = 3^3 \times (-p + 2)^3 = 27 \cdot (-p + 2)^3$; д) $(5q - 30)^3 = 5^3 \times (q - 6)^3 = 125 \cdot (q - 6)^3$; е) $(2a - 8)^4 = 2^4 \cdot (a - 4)^4 = 16 \cdot (a - 4)^4$.

773. Имеем $a^2 - a = a \cdot (a - 1)$. При чётном a очевидно, что произведение делится на 2. При не чётном a , $a - 1$ — чётное число, значит произведение $a \cdot (a - 1)$ при любом целом a делится на 2.

774. Имеем $a^2 + a = a \cdot (a + 1)$. При чётном a очевидно, что произведение делится на 2. При не чётном a , $a + 1$ — чётное число, значит произведение $a \cdot (a + 1)$ при любом целом a делится на 2.

775. $\overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 11 \cdot (9a - 9c)$;

776. а) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} = 2^n \cdot (1 + 2 + 4) = 2^n \times 7 = 2^{n-1} \cdot 14$; $n \geq 1$ так как $n \in \mathbb{N}$; б) $5^n + 5^{n+1} = 5^{n-1}(25 + 5) = 5^{n-1} \cdot 30$; $n \geq 1$ так как $n \in \mathbb{N}$.

777. а) $(x + y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 = x^3 + y^3$; б) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 = x^3 - y^3$; в) $(a + b)(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) = a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + a^3b - a^2b^2 + ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$; г) $(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 - a^3b - a^2b^2 - ab^3 - b^4 = a^4 - b^4$.

778. а) $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1)(a - 14) = a^3 + 2a^2 - 7a - 14 - 2a^2 + 28a + a - 14 = a^3 + 22a - 28$;

6) $(2-b)(1+2b) + (1+b)(b^3-3b) = 2+4b-b-2b^2 + b^3-3b+b^4-3b^2 = b^4+b^3-5b^2+2$; в) $2x^2 - (x-2y)(2x+y) = 2x^2 - 2x^2 - xy + 4xy + 2y^2 = 2y^2 + 3xy$;
 г) $(m-3n)(m+2n) - m \cdot (m-n) = m^2 + 2mn - 3mn - 6n^2 - m^2 + mn = -6n^2$; д) $(a-2b)(b+4a) - 7b \cdot (a+b) = ab + 4a^2 - 2b^2 - 8ab - 7ab - 7b^2 = 4a^2 - 14ab - 9b^2$;
 е) $(p-q)(p+3q) - (p^2+3q^2) = p^2 + 3pq - pq - 3q^2 - p^2 - 3q^2 = 2pq - 6q^2$.

779. $(y+8)(y-7) - 4 \cdot (0,25y-16) = y^2 - 7y + 8y - 56 - y + 64 = y^2 + 8 > 0$.

780. а) $(3^5-3^4)(3^3+3^2) = 3^4 \cdot (3-1) \cdot 3^2 \cdot (3+1) = 3^6 \cdot 2 \cdot 4 = 3^5 \cdot 24$; б) $(2^{10}+2^8)(2^5-2^3) = 2^8 \cdot (4+1) \times \times 2^3 \cdot (4-1) = 2^{11} \cdot 15 = 2^9 \cdot 60$; в) $(16^3-8^3)(4^3+2^3) = (2^{12}-2^9)(2^6+2^3) = 2^9 \cdot (8-1) \cdot 2^3 \cdot (8+1) = 2^{12} \cdot 63$;
 г) $(125^2+25^2)(5^2-1) = (5^6+5^4)(25-1) = 5^4 \cdot (25+1) \cdot 24 = 5^4 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 3 = 5^4 \cdot 39 \cdot 16$.

781. а) $126y^3 + (x-5y)(x^2+25y^2+5xy) = 126y^3 + x^3 + 25xy^2 + 5x^2y - 5x^2y - 125y^3 - 25xy^2 = y^3 + x^3$;
 при $x = -3$ и $y = -2 \Rightarrow y^3 + x^3 = -8 - 27 = -35$;

б) $m^3+n^3-(m^2-2mn-n^2)(m-n) = m^3+n^3-(m^3-2m^2n-mn^2-m^2n+2mn^2+n^3) = 3m^2n-mn^2$: при $m = -3$ и $n = 4 \Rightarrow 3m^2n - mn^2 = 3 \cdot 9 \cdot 4 + 3 \cdot 16 = 108 + 48 = 156$.

782. а) $(a-3)(a^2-8a+5) - (a-8)(a^2-3a+5) = a^3 - 8a^2 + 5a - 3a^2 + 24a - 15 - (a^3 - 3a^2 + 5a - 8a^2 + 24a - 40) = a^3 - 11a^2 + 29a - 15 - a^3 + 11a^2 - 29a + 40 = 25$;

б) $(x^2-3x+2)(2x+5) - (2x^2+7x+17)(x-4) = 2x^3 - 6x^2 + 4x + 5x^2 - 15x + 10 - (2x^3 + 7x^2 + 17x - 8x^2 - 28x - 68) = 2x^3 - x^2 - 11x + 10 - 2x^3 + x^2 + 11x + 68 = 78$;

в) $(b^2+4b-5)(b-2) + (3-b)(b^2+5b+2) = b^3 + 4b^2 - 5b - 2b^2 - 8b + 10 + 3b^2 + 15b + 6 - b^3 - 5b^2 - 2b = 16$.

783. а) пусть $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ — пять последовательных натуральных чисел, тогда $n+n+1+n+2+n+3+n+4 = 5n+10 = 5 \cdot (n+2)$;

б) пусть $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, $2n + 7$ — четыре последовательных нечётных числа, тогда $2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 + 2n + 7 = 8n + 16 = 8 \cdot (n + 2)$.

784. Пусть n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$ — четыре последовательных натуральных числа, тогда $n \cdot (n + 1) + 38 = (n + 2)(n + 3) \Rightarrow n^2 + n + 38 = n^2 + 2n + 3n + 6 \Rightarrow 4n = 32 \Rightarrow n = 8$, $n + 1 = 9$, $n + 2 = 10$, $n + 3 = 11$.

785. а) пусть n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$ — четыре последовательных натуральных числа, тогда $(n + 1)(n + 2) - n \cdot (n + 3) = n^2 + 2n + n + 2 - n^2 - 3n = 2$;

б) пусть $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$ — три последовательных нечётных числа, тогда $(2n + 3)^2 - (2n + 1)(2n + 5) = 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 10n - 2n - 5 = 4$.

786. Пусть сторона квадрата равняется a см, тогда ширина прямоугольника $a - 2$, а длина $a + 5$. Значит $a^2 + 50 = (a - 2)(a + 5) \Rightarrow a^2 + 50 = a^2 + 3a - 10 \Rightarrow 3a = 60 \Rightarrow a = 20 \Rightarrow a^2 = 400$. Ответ: 400 см^2 .

787. Пусть сторона получившегося квадрата равна x . Тогда длина исходного прямоугольника $x + 4$, а ширина $x - 5$. Значит $x^2 - 40 = (x + 4)(x - 5) \Rightarrow x^2 - 40 = x^2 - 5x + 4x - 20 \Rightarrow x = 20 \Rightarrow (x + 4)(x - 5) = 24 \cdot 15 = 360 \text{ см}^2$. Ответ: 360 см^2 .

788. Пусть длина прямоугольника равняется a , ширина — b , $a + b$ — половина периметра $a + b = \frac{36}{2} = 18$. Значит $(a + 1)(b + 2) = ab + 30 \Rightarrow ab + 2a + b + 2 = ab + 30 \Rightarrow 2a + b = 28 \Rightarrow a + b = 18 \Rightarrow b = 18 - a \Rightarrow 2a + 18 - a = 28 \Rightarrow a = 10 \Rightarrow b = 18 - a = 8 \Rightarrow ab = 80 \text{ м}^2$. Ответ: 80 м^2 .

789. Пусть ширина прямоугольника равна a , тогда длина $\frac{30}{2} - a = 15 - a$. Значит $(a + 5)(15 - a - 3) + 8 = a \cdot (15 - a) \Rightarrow 12a - a^2 + 60 - 5a + 8 = 15a - a^2 \Rightarrow 8a = 68 \Rightarrow a = 8,5 \Rightarrow 15 - a = 6,5 \Rightarrow a \cdot b = 55,25 \text{ см}^2$. Ответ: $55,25 \text{ см}^2$.

790. а) $a^2 + ab - 7a - 7b = a \cdot (a + b) - 7 \cdot (a + b) = (a - 7)(a + b)$: при $a = 6,6$ и $b = 0,4 \Rightarrow (a - 7)(a + b) = (6,6 - 7) \cdot (6,6 + 0,4) = -0,4 \cdot 7 = -2,8$;

б) $x^2 - xy - 4x + 4y = x \cdot (x - y) - 4 \cdot (x - y) = (x - 4)(x - y)$: при $x = 0,5$ и $y = 2,5 \Rightarrow (x - 4)(x - y) = (0,5 - 4)(0,5 - 2,5) = 3,5 \cdot 2 = 7$;

в) $5a^2 - 5ax - 7a + 7x = 5a \cdot (a - x) - 7 \cdot (a - x) = (5a - 7)(a - x)$: при $a = 4$ и $x = -3 \Rightarrow (5a - 7)(a - x) = (5 \cdot 4 - 7)(4 + 3) = 13 \cdot 7 = 91$;

г) $xb - xc + 3c - 3b = x \cdot (b - c) - 3 \cdot (b - c) = (x - 3)(b - c)$: при $x = 2$, $b = 12,5$ и $c = 8,3 \Rightarrow (x - 3)(b - c) = (2 - 3)(12,5 - 8,3) = -4,2$;

д) $ay - ax - 2x + 2y = a \cdot (y - x) + 2 \cdot (y - x) = (a + 2)(y - x)$: при $a = -2$, $x = 9,1$ и $y = -6,4 \Rightarrow (a + 2)(y - x) = (-2 + 2)(-6,4 - 9,1) = 0$;

е) $3ax - 4by - 4ay + 3bx = 3x \cdot (a + b) - 4y \cdot (a + b) = (3x - 4y)(a + b)$: при $a = 3$, $b = -13$, $x = -1$ и $y = -2 \Rightarrow (3x - 4y)(a + b) = (-3 + 8)(3 - 13) = -5 \times 10 = -50$.

791. а) $a^3 - 2a^2 + 2a - 4 = a^2 \cdot (a - 2) + 2 \cdot (a - 2) = (a^2 + 2)(a - 2)$; б) $x^3 - 12 + 6x^2 - 2x = x^2 \cdot (x + 6) - 2 \cdot (x + 6) = (x^2 - 2)(x + 6)$; в) $c^4 - 2c^2 + c^3 - 2c = c^3 \cdot (c + 1) - 2c \cdot (c + 1) = (c^3 - 2c)(c + 1)$; г) $-y^6 - y^5 + y^4 + y^3 = -y^5 \cdot (y + 1) + y^3 \cdot (y + 1) = (y^3 - y^5)(y + 1)$; д) $a^2b - b^2c + a^2c - bc^2 = a^2 \cdot (b + c) - bc \cdot (b + c) = (a^2 - bc)(b + c)$; е) $2x^3 + xy^2 - 2x^2y - y^3 = 2x^2 \cdot (x - y) + y^2 \cdot (x - y) = (2x^2 + y^2)(x - y)$; ж) $16ab^2 - 10c^3 + 32ac^2 - 5b^2c = 16a \cdot (b^2 + 2c^2) - 5c \cdot (b^2 + 2c^2) = (16a - 5c)(b^2 + 2c^2)$; з) $6a^3 - 21a^2b + 2ab^2 - 7b^3 = 2a \cdot (3a^2 + b^2) - 7b \cdot (3a^2 + b^2) = (2a - 7b)(3a^2 + b^2)$.

792. а) $ma - mb + na - nb + pa - pb = m \cdot (a - b) + n \cdot (a - b) + p \cdot (a - b) = (m + n + p)(a - b)$; б) $ax - bx - cx + ay - by - cy = x \cdot (a - b - c) + y \cdot (a - b - c) = (x + y)(a - b - c)$; в) $x^2 + ax^2 - y - ay + cx^2 - cy = x^2 \cdot (1 + a + c) - y \cdot (1 + a + c) = (x^2 - y)(1 + a + c)$;

$$\text{г) } ax^2 + 2y - bx^2 + ay + 2x^2 - by = x^2 \cdot (a - b + 2) + y \times \times (2 + a - b) = (x^2 + y)(a - b + 2).$$

793. а) $x^2 - 10x + 24 = x^2 - 6x - 4x + 24 = x \cdot (x - 4) - 6 \cdot (x - 4) = (x - 6)(x - 4)$; б) $x^2 - 13x + 40 = x^2 - 5x - 8x + 40 = x \cdot (x - 5) - 8 \cdot (x - 5) = (x - 8)(x - 5)$; в) $x^2 + 8x + 7 = x^2 + 7x + x + 7 = x \cdot (x + 7) + (x + 7) = (x + 1)(x + 7)$; г) $x^2 + 15x + 54 = x^2 + 9x + 6x + 54 = x \cdot (x + 9) + 6 \cdot (x + 9) = (x + 6)(x + 9)$; д) $x^2 + x - 12 = x^2 - 3x + 4x - 12 = x \cdot (x - 3) + 4 \times \times (x - 3) = (x + 4)(x - 3)$; е) $x^2 - 2x - 35 = x^2 - 7x + 5x - 35 = x \cdot (x - 7) + 5 \cdot (x - 7) = (x + 5)(x - 7)$.

794. а) $a \cdot (x + 6) + x \cdot (x - 3a)$ при $x = 2a - 3 \Rightarrow a \times \times (2a - 3 + 6) + (2a - 3)(2a - 3 - 3a) = a \cdot (2a + 3) + + (2a - 3)(-a - 3) = 2a^2 + 3a - 2a^2 - 6a + 3a + 9 = 9$; б) $x \cdot (x - 3a) + a \cdot (a + x) + 4$ при $x = a + 3 \Rightarrow (a + 3)(a + + 3 - 3a) + a \cdot (a + a + 3) + 4 = (a + 3)(3 - 2a) + a \cdot (2a + + 3) + 4 = 3a - 2a^2 + 9 - 6a + 2a^2 + 3a + 4 = 9 + 4 = 13$;

795. а) $(y^4 + y^3)(y^2 - y) = y^3 \cdot (y + 1) \cdot y \cdot (y - 1) = = y^4 \cdot (y + 1)(y - 1)$; б) $(a^2 + 3a)(a^2 + 3a + 2) = a \cdot (a + + 3)(a^2 + a + 2a + 2) = a \cdot (a + 3)(a \cdot (a + 1) + 2 \cdot (a + 1)) = = a \cdot (a + 3)(a + 2)(a + 1) = a \cdot (a + 1)(a + 2)(a + 3)$; в) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 - a^3b + a^2b^2 + + a^3b - a^2b^2 + ab^3 + a^2b^2 - ab^3 + b^4 = a^4 + a^2b^2 + b^2$; г) $(c^4 - c^2 + 1)(c^4 + c^2 + 1) = c^8 + c^6 + c^4 - c^6 - c^4 - - c^2 + c^4 + c^2 + 1 = c^8 + c^4 + 1$.

796. $(x^3 + 4x^2 - 17x + 41)(x + a) = x^4 + 4x^3 - 17x^2 + 41x + + ax^3 + 4ax^2 - 17ax + 41a$. Чтобы многочлен не содержал x^3 необходимо, чтобы выполнялось равенство: $4x^3 + + ax^3 = 0$. Значит $a = -4$.

797. Если $b + c = 10$, то $(10a + b)(10a + c) = 100a^2 + + 10ca + 10ab + bc = 100a^2 + 10a \cdot (c + b) + bc = 100a^2 + + 100a + bc = 100a \cdot (a + 1) + bc$: а) $23 \cdot 27 = 100 \times \times 2 \cdot (2 + 1) + 3 \cdot 7 = 200 \cdot 3 + 21 = 621$; б) $42 \times \times 48 = 100 \cdot 4 \cdot (4 + 1) + 2 \cdot 8 = 400 \cdot 5 + 16 = 2016$;

в) $59 \cdot 51 = 100 \cdot 5 \cdot (5 + 1) + 9 \cdot 1 = 500 \cdot 6 + 9 = 3009$;

г) $84 \cdot 86 = 100 \cdot 8 \cdot (8 + 1) + 6 \cdot 4 = 800 \cdot 9 + 24 = 7224$.

798. а) $(a + c)(b + c) + (a - c)(b - c) = ab + ac + cb + c^2 + ab - ac - cb + c^2 = 2ab + 2c^2 = 2 \cdot (ab + c^2)$: при $ab + c^2 = 0 \Rightarrow 2 \cdot (ab + c^2) = 0$;

б) $(a + 1)(b + 1) - (a - 1)(b - 1) = ab + a + b + 1 - ab + a + b - 1 = 2a + 2b = 2 \cdot (a + b)$: при $a + b = 9 \Rightarrow 2 \cdot (a + b) = 18$.

ГЛАВА V. ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

§12. Квадрат суммы и квадрат разности

32. Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений

799. а) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$; б) $(p - q)^2 = p^2 - 2pq + q^2$; в) $(b + 3)^2 = b^2 + 6b + 9$; г) $(10 - c)^2 = 100 - 20c + c^2$; д) $(y - 9)^2 = y^2 - 18y + 81$; е) $(9 - y)^2 = 81 - 18y + y^2$; ж) $(a + 12)^2 = a^2 + 24a + 144$; з) $(15 - x)^2 = 225 - 30x + x^2$; и) $(b - 0,5)^2 = b^2 - b + 0,25$; к) $(0,3 - m)^2 = 0,09 - 0,6m + m^2$.

800. а) $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$; б) $(c - d)^2 = c^2 - 2cd + d^2$; в) $(x + 9)^2 = x^2 + 18x + 81$; г) $(8 - a)^2 = 64 - 16a + a^2$; д) $(a - 25)^2 = a^2 - 50a + 625$; е) $(40 + b)^2 = 1600 + 80b + b^2$; ж) $(0,2 - x)^2 = 0,04 - 0,4x + x^2$; з) $(k - 0,5)^2 = k^2 - k + 0,25$.

801. Площадь серого квадрата равна сумме площадей всей фигуры и оранжевого квадрата без площади двух прямоугольников со сторонами a и b .

802. $n^2 + (n + 2)^2 + (n + 9)^2 = n^2 + n^2 + 4n + 4 + n^2 + 18n + 81 = 3n^2 + 22n + 85$, $(n - 1)^2 + (n + 5)^2 + (n + 7)^2 + 10 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 10n + 25 + n^2 + 14n + 49 + 10 = 3n^2 + 22n + 85$;

803. а) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$; б) $(7y - 6)^2 = 49y^2 - 84y + 36$; в) $(10 + 8k)^2 = 100 + 160k + 64k^2$; г) $(5y - 4x)^2 = 25y^2 - 40xy + 16x^2$; д) $(5a + \frac{1}{5}b)^2 = 25a^2 + 2ab + \frac{1}{25}b^2$; е) $(\frac{1}{4}m - 2n)^2 = \frac{1}{16}m^2 - mn + 4n^2$; ж) $(0,3x - 0,5a)^2 = 0,09x^2 - 0,3ax + 0,25a^2$; з) $(10c + 0,1y)^2 = 100c^2 + 2cy + 0,01y^2$.

804. а) $(7 - 8b)^2 = 49 - 112b + 64b^2$; б) $(0,6 + 2x)^2 = 0,36 + 2,4x + 4x^2$; в) $(\frac{1}{3}x - 3y)^2 = \frac{1}{9}x^2 - 2xy + 9y^2$; г) $(4a + \frac{1}{8}b)^2 = 16a^2 + ab + \frac{1}{64}b^2$; д) $(0,1m + 5n)^2 = 0,01m^2 + mn + 25n^2$; е) $(12a - 0,3c)^2 = 144a^2 - 7,2ac + 0,09c^2$.

805. а) $(-x + 5)^2 = x^2 - 10x + 25$; б) $(-z - 2)^2 = z^2 + 4z + 4$; в) $(-n + 4)^2 = n^2 - 8n + 16$; г) $(-m - 10)^2 = m^2 + 20m + 100$.

806. а) $(x + y)^2 = (y + x)^2 = (-x - y)^2$; б) $(x - y)^2 = (y - x)^2 = (-y + x)^2 = (-x + y)^2$.

807. а) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2 = (b - a)^2$; б) $(-a - b)^2 = (-a)^2 + 2 \cdot (-a)(-b) + (-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

808. а) $(-9a + 4b)^2 = 81a^2 - 72ab + 16b^2$; б) $(-11x - 7y)^2 = 121x^2 + 154xy + 49y^2$; в) $(-0,8x - 0,5b)^2 = 0,64x^2 + 0,8bx + 0,25b^2$; г) $(-1\frac{1}{3}p + 6q)^2 = (-\frac{4}{3}p + 6q)^2 = \frac{16}{9}p^2 - 16pq + 36q^2$; д) $(0,08a - 50b)^2 = 0,0064a^2 - 8ab + 2500b^2$; е) $(-0,5x - 60y)^2 = 0,25x^2 + 60xy + 3600y^2$.

809. а) $(-3a + 10b)^2 = 9a^2 - 60ab + 100b^2$; б) $(-6m - n)^2 = 36m^2 + 12mn + n^2$; в) $(0,8x - 0,3y)^2 = 0,64x^2 - 0,48xy + 0,09y^2$; г) $(5a + \frac{1}{15}b)^2 = 25a^2 + \frac{2}{3}ab + \frac{1}{225}b^2$; д) $(-0,2p - 10q)^2 = 0,04p^2 + 4pq + 100q^2$; е) $(0,8x - 0,1y)^2 = 0,64x^2 - 0,16xy + 0,01y^2$.

810. а) $(100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$; б) $(100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$; в) $61^2 = (60 + 1)^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$; г) $199^2 = (200 - 1)^2 = 40000 - 400 + 1 = 39601$; д) $999^2 = (1000 - 1)^2 = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$; е) $702^2 = (700 + 2)^2 = 490000 + 2800 + 4 = 492804$; ж) $9,9^2 = (10 - 0,1)^2 = 100 - 2 + 0,01 = 98,01$; з) $10,2^2 = (10 + 0,2)^2 = 100 + 4 + 0,04 = 104,04$.

811. а) $(x^2 - 5)^2 = (x^2)^2 - 10x^2 + 25 = x^4 - 10x^2 + 25$; б) $(7 - y^3)^2 = 49 - 14y^3 + y^6$; в) $(2a + b^4)^2 = 4a^2 + 4ab^4 + b^8$; г) $(-3p + q^3)^2 = 9p^2 - 6pq^3 + q^6$.

812. а) $(a^2 - 3a)^2 = a^4 - 6a^3 + 9a^2$; б) $(\frac{1}{2}x^3 + 6x)^2 = \frac{1}{4}x^6 + 6x^4 + 36x^2$; в) $(c^2 - 0,7c^3)^2 = c^4 - 1,4c^5 + 0,49c^6$; г) $(4y^3 - 0,5y^2)^2 = 16y^6 - 4y^5 + 0,25y^4$; д) $(1\frac{1}{2}a^5 + 8a^2)^2 = (\frac{3}{2}a^5 + 8a^2)^2 = \frac{9}{4}a^{10} + 24a^7 + 64a^4$; е) $(0,6b - 60b^2)^2 = 0,36b^2 - 72b^3 + 3600b^4$.

813. а) $(a^2 - 2b)^2 = a^4 - 4a^2b + 4b^2$; б) $(x^3 + 3y^4)^2 = x^6 + 6x^3y^4 + 9y^8$; в) $(7a^6 + 12a)^2 = 49a^{12} + 168a^7 + 144a^2$; г) $(15x - x^3)^2 = 225x^2 - 30x^4 + x^6$.

814. а) $*$ = a ; б) $*$ = a ; в) $*$ = 10 ; г) $*$ = $6a^2$; д) $*$ = $0,4x^3$; е) $*$ = $15ab$.

815. а) $(12a - 1)^2 - 1 = 144a^2 - 24a + 1 - 1 = 144a^2 - 24a$; б) $(2a + 6b)^2 - 24ab = 4a^2 + 24ab + 36b^2 - 24ab = 4a^2 + 36b^2$; в) $121 - (11 - 9x)^2 = 121 - 121 + 198x - 81x^2 = 198x - 81x^2$; г) $a^2b^2 - (ab - 7)^2 = a^2b^2 - a^2b^2 + 14ab - 49 = 14ab - 49$; д) $b^2 + 49 - (b - 7)^2 = b^2 + 49 - b^2 + 14b - 49 = 14b$; е) $a^4 - 81 - (a^2 + 9)^2 = a^4 - 81 - a^4 - 18a^2 - 81 = -18a^2 - 162$.

816. а) $18a + (a - 9)^2 = 18a + a^2 - 18a + 81 = a^2 + 81$; б) $(5x - 1)^2 - 25x^2 = 25x^2 - 10x + 1 - 25x^2 = -10x + 1$; в) $4x^2 - (2x - 3)^2 = 4x^2 - 4x^2 + 12x - 9 = 12x - 9$; г) $(a + 2b)^2 - 4b^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 - 4b^2 = a^2 + 4ab$.

817. а) $(x - 3)^2 + x \cdot (x + 9) = x^2 - 6x + 9 + x^2 + 9x = 2x^2 + 3x + 9$; б) $(2a + 5)^2 - 5 \cdot (4a + 5) = 4a^2 + 20a + 25 - 20a - 25 = 4a^2$; в) $9b \cdot (b - 1) - (3b + 2)^2 = 9b^2 - 9b - 9b^2 - 12b - 4 = -21b - 4$; г) $(b - 4)^2 + (b - 1)(2 - b) = b^2 - 8b + 16 + 2b - b^2 - 2 + b = -5b + 14$; д) $(a + 3)(5 - a) - (a - 1)^2 = 5a - a^2 + 15 - 3a - a^2 + 2a - 1 = -2a^2 + 4a + 14$;

$$\text{e) } (5 + 2y)(y - 3) - (5 - 2y)^2 = 5y - 15 + 2y^2 - 6y - 25 + 20y - 4y^2 = -2y^2 + 19y - 40.$$

$$\boxed{818.} \text{ a) } (x - 10)^2 - x \cdot (x + 80) = x^2 - 20x + 100 - x^2 - 80x = -100x + 100: \text{ при } x = 0,97 \Rightarrow -100x + 100 = -100 \cdot 0,97 + 100 = -97 + 100 = 3;$$

$$\text{б) } (2x + 9)^2 - x \cdot (4x + 31) = 4x^2 + 36x + 81 - 4x^2 - 31x = 5x + 81: \text{ при } x = -16,2 \Rightarrow 5x + 81 = -5 \times 16,2 + 81 = -81 + 81 = 0;$$

$$\text{в) } (2x + 0,5)^2 - (2x - 0,5)^2 = 4x^2 + 2x + 0,25 - 4x^2 + 2x - 0,25 = 4x: \text{ при } x = -3,5 \Rightarrow 4x = -4 \cdot 3,5 = -14;$$

$$\text{г) } (0,1x - 8)^2 + (0,1x + 8)^2 = 0,01x^2 - 1,6x + 64 + 0,01x^2 + 1,6x + 64 = 0,02x^2 + 128: \text{ при } x = -10 \Rightarrow 0,02 \cdot (-10)^2 + 128 = 0,02 \cdot 100 + 128 = 2 + 128 = 130;$$

$$\boxed{819.} \text{ a) } (x - 6)^2 - x \cdot (x + 8) = 2 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 - x^2 - 8x = 2 \Rightarrow -20x = -34 \Rightarrow x = 1,7;$$

$$\text{б) } 9x \cdot (x + 6) - (3x + 1)^2 = 1 \Rightarrow 9x^2 + 54x - 9x^2 - 6x - 1 = 1 \Rightarrow 48x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{24};$$

$$\text{в) } y \cdot (y - 1) - (y - 5)^2 = 2 \Rightarrow y^2 - y - y^2 + 10y - 25 = 2 \Rightarrow 9y = 27 \Rightarrow y = 3;$$

$$\text{г) } 16y \cdot (2 - y) + (4y - 5)^2 = 0 \Rightarrow 32y - 16y^2 + 16y^2 - 40y + 25 = 0 \Rightarrow -8y = -25 \Rightarrow y = 3\frac{1}{8};$$

$$\boxed{820.} \text{ a) } (x - 5)^2 - x^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 - x^2 = 3 \Rightarrow 10x = 22 \Rightarrow x = 2,2;$$

$$\text{б) } (2y + 1)^2 - 4y^2 = 5 \Rightarrow 4y^2 + 4y + 1 - 4y^2 = 5 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1;$$

$$\text{в) } 9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 1 - 9x^2 + 12x - 4 = 0 \Rightarrow 12x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{12};$$

$$\text{г) } x + (5x + 2)^2 = 25 \cdot (1 + x^2) \Rightarrow x + 25x^2 + 20x + 4 = 25 + 25x^2 \Rightarrow 21x = 21 \Rightarrow x = 1.$$

$$\boxed{821.} \text{ a) } 7(4a - 1)^2 = 7 \cdot (16a^2 - 8a + 1) = 112a^2 - 56a + 7;$$

$$\text{б) } -3(5y - x)^2 = -3 \cdot (25y^2 - 10xy + x^2) = -75y^2 + 30xy - 3x^2; \text{ в) } -10(\frac{1}{2}b + 2)^2 = -10 \cdot (0,25b^2 + 2b + 4) = -2,5b^2 - 20b - 40; \text{ г) } 3(a - 1)^2 + 8a = 3 \cdot (a^2 - 2a + 1) + 8a = 3a^2 - 6a + 3 + 8a = 3a^2 + 2a + 3;$$

$$\text{д) } 9c^2 - 4 + 6(c - 2)^2 = 9c^2 - 4 + 6 \cdot (c^2 - 4c + 4) = \\ = 9c^2 - 4 + 6c^2 - 24c + 24 = 15c^2 - 24c + 20; \text{ е) } 10ab - \\ - 4(2a - b)^2 + 6b^2 = 10ab - 4 \cdot (4a^2 - 4ab + b^2) + 6b^2 = \\ = 10ab - 16a^2 + 16ab - 4b^2 + 6b^2 = 26ab - 16a^2 + 2b^2.$$

$$\text{822. а) } 5(3a + 7)^2 = 5 \cdot (9a^2 + 42a + 49) = 45a^2 + \\ + 210a + 245; \text{ б) } -6(4 - b)^2 = -6 \cdot (16 - 8b + b^2) = \\ = -96 + 48b - 6b^2; \text{ в) } -3(2 - x)^2 - 10x = -3 \cdot (4 - 4x + \\ + x^2) - 10x = -12 + 12x - 3x^2 - 10x = -12 + 2x - 3x^2; \\ \text{г) } 12a^2 - 4(1 - 2a)^2 + 8 = 12a^2 - 4 \cdot (1 - 4a + 4a^2) + \\ + 8 = 12a^2 - 4 + 16a - 16a^2 + 8 = -4a^2 + 16a + 4.$$

$$\text{823. а) } a(a + 9b)^2 = a \cdot (a^2 + 18ab + 81b^2) = a^3 + 18a^2b + \\ + 81ab^2; \text{ б) } 6x(x^2 + 5x)^2 = 6x \cdot (x^4 + 10x^3 + 25x^2) = \\ = 6x^5 + 60x^4 + 150x^3; \text{ в) } (a + 2)(a - 1)^2 = (a + 2)(a^2 - \\ - 2a + 1) = a^3 - 2a^2 + a + 2a^2 - 4a + 2 = a^3 - 3a + 2; \\ \text{г) } (x - 4)(x + 2)^2 = (x - 4)(x^2 + 4x + 4) = x^3 + 4x^2 + \\ + 4x - 4x^2 - 16x - 16 = x^3 - 12x - 16.$$

$$\text{824. а) } (a + b)^2 + (a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + \\ + b^2 = 2a^2 + 2b^2 = 2 \cdot (a^2 + b^2); \text{ б) } (a + b)^2 - (a - b)^2 = \\ = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab; \text{ в) } (a + b)^2 - \\ - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2; \text{ г) } (a + b)^2 - 2b \times \\ \times (a + b) = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab - 2b^2 = a^2 - b^2.$$

$$\text{825. } (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + \\ + a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2 = (a^2c^2 + a^2d^2) + (b^2c^2 + b^2d^2) = \\ = a^2 \cdot (c^2 + d^2) + b^2 \cdot (c^2 + d^2) = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2).$$

$$\text{826. а) } (x + 1)^2 = 120 + (x - 3)^2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = \\ = 120 + x^2 - 6x + 9 \Rightarrow 8x = 128 \Rightarrow x = 16;$$

$$\text{б) } (2x + 10)^2 = 4(x - 5)^2 \Rightarrow 4x^2 + 40x + 100 = 4 \cdot (x^2 - \\ - 10x + 25) \Rightarrow 4x^2 + 40x + 100 = 4x^2 - 40x + 100 \Rightarrow \\ \Rightarrow 80x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$\text{827. а) } (a + 2)^3 = a^3 + 3a^2 \cdot 2 + 3a \cdot 2^2 + 8 = a^3 + 6a^2 + \\ + 12a + 8; \text{ б) } (2x + y)^3 = 8x^3 + 3 \cdot 4 \cdot x^2y + 3 \cdot 2xy^2 + \\ + y^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3; \text{ в) } (a + 3b)^3 = a^3 + \\ + 3a^2 \cdot 3b + 3a \cdot (3b)^2 + 27b^3 = a^3 + 9a^2b + 27ab^2 + 27b^3.$$

828. а) $(b-4)^3 = b^3 - 3b^2 \cdot 4 + 3b \cdot 16 - 64 = b^3 - 12b^2 + 48b - 64$; б) $(1-2c)^3 = 1 - 3 \cdot 2c + 3 \cdot 4c^2 - 8c^3 = 1 - 6c + 12c^2 - 8c^3$; в) $(2a-3)^3 = 8a^3 - 3 \times \times 4a^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2a \cdot 9 - 27 = 8a^3 - 36a^2 + 54a - 27$.

829. а) $(x+3)^3 - (x-3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 - x^3 + 9x^2 - 27x + 27 = 18x^2 + 54$; б) $(a-2b)^3 + 6ab \cdot (a-2b) = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3 + 6a^2b - 12ab^2 = a^3 - 8b^3$.

830. а) $(2m)^2 - (7n)^2$; б) $(x-8y)^2$; в) $3 \cdot (6a \cdot b^2)$; г) $(a+b)(a-b)$.

831. $a^3 + 2a + a^2 + 2 = (a^3 + a^2) + (2a + 2) = a^2 \cdot (a + 1) + 2 \cdot (a + 1) = (a^2 + 2)(a + 1)$;

832. Пусть скорость первого поезда равна v , тогда скорость второго $v + 10$. Поезда за 5 часов прошли путь $1020 - 170 = 850$. Значит $(v + v + 10) \cdot 5 = 850 \Rightarrow \Rightarrow 10v + 50 = 850 \Rightarrow v = 80 \Rightarrow v + 10 = 90$. Ответ: 80 км/ч и 90 км/ч.

33. Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности

833. а) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$; б) $p^2 - 2pq + q^2 = (p - q)^2$; в) $a^2 + 12a + 36 = (a + 6)^2$; г) $64 + 16b + b^2 = (8 + b)^2$; д) $1 - 2z + z^2 = (1 - z)^2$; е) $n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2$.

834. а) $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$; б) $25b^2 + 10b + 1 = (5b + 1)^2$; в) $9x^2 - 24xy + 16y^2 = (3x - 4y)^2$; г) $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 - 2mn = (\frac{1}{2}m - 2n)^2$; д) $10xy + 0,25x^2 + 100y^2 = (0,5x + 10y)^2$; е) $9a^2 - ab + \frac{1}{36}b^2 = (3a - \frac{1}{6}b)^2$.

835. а) $81a^2 - 18ab + b^2 = (9a - b)^2$; б) $1 + y^2 - 2y = (1 - y)^2$; в) $8ab + b^2 + 16a^2 = (b + 4a)^2$; г) $100x^2 + y^2 + 20xy = (10x + y)^2$; д) $b^2 + 4a^2 - 4ab = (b - 2a)^2$; е) $28xy + 49x^2 + 4y^2 = (7x + 2y)^2$.

836. а) $16a^2 + 56a + 49 = (4a + 7)^2$; б) $36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$; в) $25a^2 + 5ab + \frac{1}{4}b^2 = (5a + \frac{1}{2}b)^2$; г) $0,01b^2 + 2bc + 100c^2 = (0,1b + 10c)^2$.

837. а) $(3b + 2a)^2 = 9b^2 + 12ab + 4a^2$; б) $(3x + 7y)^2 = 9x^2 + 42xy + 49y^2$.

838. а) $b^2 + 20b + 100 = (b + 10)^2$; б) $b^2 + 14b + 49 = (b + 7)^2$; в) $16x^2 + 24xy + 9y^2 = (4x + 3y)^2$; г) $9p^2 - 42pq + 49q^2 = (3p - 7q)^2$.

839. а) $-1 + 4a - 4a^2 = -(1 - 4a + 4a^2) = -(1 - 2a)^2$; б) $-42a + 9a^2 + 49 = (3a - 7)^2$; в) $24ab - 16a^2 - 9b^2 = -(16a^2 - 24ab + 9b^2) = -(4a - 3b)^2$; г) $-44ax + 121a^2 + 4x^2 = (11a - 2x)^2$; д) $4cd - 25c^2 - 0,16d^2 = -(25c^2 - 4cd + 0,16d^2) = -(5c - 0,4d)^2$; е) $-0,49x^2 - 1,4xy - y^2 = -(0,49x^2 + 1,4xy + y^2) = -(0,7x + y)^2$.

840. а) $y^2 - 2y + 1 = (y - 1)^2$: при $y = 101 \Rightarrow (y - 1)^2 = (101 - 1)^2 = 100^2 = 10000$; при $y = -11 \Rightarrow (y - 1)^2 = (-11 - 1)^2 = (-12)^2 = 144$; при $y = 0,6 \Rightarrow (y - 1)^2 = (0,6 - 1)^2 = (-0,4)^2 = 0,16$;

б) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$: при $x = 12,5 \Rightarrow (2x - 5)^2 = (2 \cdot 12,5 - 5)^2 = 20^2 = 400$; при $x = 0 \Rightarrow (2x - 5)^2 = (2 \cdot 0 - 5)^2 = (-5)^2 = 25$; при $x = -2 \Rightarrow (2x - 5)^2 = (2 \cdot (-2) - 5)^2 = (-4 - 5)^2 = (-9)^2 = 81$;

в) $25a^2 + 49 + 70a = (5a + 7)^2$: при $a = 0,4 \Rightarrow (5a + 7)^2 = (5 \cdot 0,4 + 7)^2 = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$; при $a = -2 \Rightarrow (5a + 7)^2 = (-2 \cdot 5 + 7)^2 = (-10 + 7)^2 = (-3)^2 = 9$; при $a = -1,6 \Rightarrow (5a + 7)^2 = (-1,6 \cdot 5 + 7)^2 = (-8 + 7)^2 = 1$.

841. а) верно; б) $x^2 + 20x + 100 = (x + 10)^2 \geq 0$: при $x = -10$; $(x + 10)^2 = 0$ — не верно.

842. а) $x^2 - 30x + 225 = (x - 15)^2 \geq 0$; б) $-x^2 + 2xy - y^2 = -(x^2 - 2xy + y^2) = -(x - y)^2 \leq 0$.

843. а) $x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2 \geq 0$; б) $16 + 8x + x^2 = (4 + x)^2 \geq 0$; в) $-x^2 - 4x - 4 = -(x^2 + 4x + 4) = -(x + 2)^2 \leq 0$; г) $-x^2 + 18x - 81 = -(x^2 - 18x + 81) = -(x - 9)^2 \leq 0$.

844. а) $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 = (\frac{1}{2}x + 3)^2$; б) $25a^2 - 30ab + 9b^2 = (5a - 3b)^2$; в) $p^2 - 2p + 4$ — невозможно представить в виде квадрата двучлена; г) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2 = (\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y)^2$; д) $100b^2 + 9c^2 - 60bc = (10b - 3c)^2$; е) $49x^2 + 12xy + 64y^2$ — невозможно представить в виде квадрата двучлена.

845. а) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4 = (x^2 - 4y^2)^2$; б) $\frac{1}{16}x^4 + 2x^2a + 16a^2 = (\frac{1}{4}x^2 + 4a)^2$; в) $\frac{1}{4}a^2 + 2ab^2 + 4b^4 = (\frac{1}{2}a + 2b^2)^2$; г) $a^2x^2 - 2abx + b^2 = (ax - b)^2$.

846. а) $4a^6 - 4a^3b^2 + b^4 = (2a^3)^2 - 2 \cdot (2a^3) \cdot (b^2) + (b^2)^2 = (2a^3 - b^2)^2$; б) $b^8 - a^2b^4 + \frac{1}{4}a^4 = (b^4)^2 - 2 \times (b^4) \cdot (\frac{1}{2}a^2) + (\frac{1}{2}a^2)^2 = (b^4 - \frac{1}{2}a^2)^2$.

847. $x^2 + 6x + 10 = x^2 + 6x + 9 + 1 = (x + 3)^2 + 1 \geq 1$;

848. а) $x^2 + 2x + 2 = x^2 + 2x + 1 + 1 = (x + 1)^2 + 1 \geq 1$;
б) $4y^2 - 4y + 6 = 4y^2 - 4y + 1 + 5 = (2y - 1)^2 + 5 \geq 5$;
в) $a^2 + b^2 - 2ab + 1 = (a - b)^2 + 1 \geq 1$; г) $9x^2 + 4 - 6xy + 4y^2 = (9x^2 - 6xy + y^2) + 3y^2 + 4 = (3x - y)^2 + 3y^2 + 4 \geq 4$.

849. а) квадрат разности a и $10b$; б) разность квадратов a и $10b$; в) произведение суммы a и $10b$ и разности a и $10b$.

850. а) $(3a + \frac{1}{3}b)^2$; б) $(0,5m)^2 + (5,3n)^2$; в) $(0,6x^2) \times (9y^2)$.

851. а) $(x^2 + 4xy - y^2)(2y - x) = 2x^2y - x^3 + 8xy^2 - 4x^2y - 2y^3 + xy^2 = -x^3 - 2x^2y + 9xy^2 - 2y^3$; б) $(3 - a)(a^3 - 4a^2 - 5a) = 3a^3 - 12a^2 - 15a - a^4 + 4a^3 + 5a^2 = 7a^3 - 7a^2 - 15a - a^4$; в) $(a^2 - 4ab + b^2)(2a - b) = 2a^3 - a^2b - 8a^2b + 4ab^2 + 2ab^2 - b^3 = 2a^3 - 9a^2b + 6ab^2 - b^3$;

$$\text{г) } (x-p)(x^2+px+p^2) = x^3+px^2+p^2x-px^2-p^2x-p^3 = x^3-p^3.$$

$$\text{852. а) } 4x^4 = (2x^2)^2; \text{ б) } 0,25a^4 = (0,5a^2)^2; \text{ в) } 36m^6 = (6m^3)^2; \text{ г) } a^2b^4 = (ab^2)^2; \text{ д) } 9a^4b^2 = (3a^2b)^2; \text{ е) } 0,16x^6y^4 = (0,4x^3y^2)^2.$$

$$\text{853. а) } (3+a)^3 = 27+27a+9a^2+a^3; \text{ б) } (x-2)^3 = x^3-6x^2+12x-8.$$

§13. Разность квадратов.

Сумма и разность кубов

34. Умножение разности двух выражений на их сумму

$$\text{854. а) } (x-y)(x+y) = x^2-y^2; \text{ б) } (p+q)(p-q) = p^2-q^2; \text{ в) } (p-5)(p+5) = p^2-25; \text{ г) } (x+3)(x-3) = x^2-9; \text{ д) } (2x-1)(2x+1) = 4x^2-1; \text{ е) } (7+3y)(3y-7) = 9y^2-49; \text{ ж) } (n-3m)(3m+n) = n^2-9m^2; \text{ з) } (2a-3b)(3b+2a) = 4a^2-9b^2; \text{ и) } (8c+9d)(9d-8c) = 81d^2-64c^2.$$

$$\text{855. а) } (y-4)(y+4) = y^2-16; \text{ б) } (p-7)(7+p) = p^2-49; \text{ в) } (4+5y)(5y-4) = 25y^2-16; \text{ г) } (7x-2)(7x+2) = 49x^2-4; \text{ д) } (8b+5a)(5a-8b) = 25a^2-64b^2; \text{ е) } (10x-6c)(10x+6c) = 100x^2-36c^2.$$

856. Площадь прямоугольника со сторонами $a-b$ и $a+b$ равна разности площадей квадратов со сторонами a и b .

$$\text{857. а) } (x^2-5)(x^2+5) = x^4-25; \text{ б) } (4+y^2)(y^2-4) = y^4-16; \text{ в) } (9a-b^2)(b^2+9a) = 81a^2-b^4; \text{ г) } (0,7x+y^2)(0,7x-y^2) = 0,49x^2-y^4; \text{ д) } (10p^2-0,3q^2)(10p^2+0,3q^2) = 100p^4-0,09q^4; \text{ е) } (a^3-b^2)(a^3+b^2) = a^6-b^4; \text{ ж) } (c^4+d^2)(d^2-c^4) = d^4-c^8; \text{ з) } (5x^2+2y^3)(5x^2-2y^3) = 25x^4-4y^6; \text{ и) } (1,4c-0,7y^3)(0,7y^3+1,4c) = 1,96c^2-0,49y^6; \text{ к) } (1,3a^5-0,1b^4)(1,3a^5+0,1b^4) = 1,69a^{10}-0,01b^8.$$

858. а) $(2a + b)(2a - b) = 4a^2 - b^2$; б) $(4y - 3x)(4y + 3x) = 16y^2 - 9x^2$; в) $(11a^5 - b^4)(b^4 + 11a^5) = 121a^{10} - b^8$; г) $m^4 - 225c^{10} = (m^2 - 15c^5)(15c^2 + m^2)$.

859. а) $(3x^2 - 1)(3x^2 + 1) = 9x^4 - 1$; б) $(5a - b^3)(b^3 + 5a) = 25a^2 - b^6$; в) $(\frac{3}{7}m^3 + \frac{1}{4}n^3)(\frac{3}{7}m^3 - \frac{1}{4}n^3) = \frac{9}{49}m^6 - \frac{1}{16}n^6$; г) $(\frac{1}{15} - \frac{1}{8}p^6)(\frac{1}{8}p^6 + \frac{1}{15}) = \frac{1}{225} - \frac{1}{64}p^{12}$; д) $(0, 4y^3 + 5a^2)(5a^2 - 0, 4y^3) = 25a^4 - 0, 16y^6$; е) $(1, 2c^2 - 7a^2)(1, 2c^2 + 7a^2) = 1, 44c^4 - 49a^4$; ж) $(\frac{5}{8}x + y^5)(y^5 - \frac{5}{8}x) = y^{10} - \frac{25}{64}x^2$; з) $(\frac{1}{7}p^5 - 0,01)(0,01 + \frac{1}{7}p^5) = \frac{1}{49}p^{10} - 0,0001$.

860. а) $(100 - 1)(100 + 1) = 100^2 - 1 = 10000 - 1 = 9999$; б) $(80 + 3)(80 - 3) = 80^2 - 9 = 6400 - 9 = 6391$; в) $64 \cdot 56 = (60 - 4)(60 + 4) = 60^2 - 16 = 3600 - 16 = 3584$; г) $201 \cdot 199 = (200 - 1)(200 + 1) = 40000 - 1 = 39999$; д) $74 \cdot 66 = (70 - 4) \cdot (70 + 4) = 4900 - 16 = 4884$; е) $1002 \cdot 998 = (1000 - 2)(1000 + 2) = 1000000 - 4 = 999996$; ж) $1,05 \cdot 0,95 = (1 - 0,05)(1 + 0,05) = 1 - 0,0025 = 0,9975$; з) $60,1 \cdot 59,9 = (60 - 0,1)(60 + 0,1) = 3600 - 0,01 = 3599,99$.

861. а) $52 \cdot 48 = (50 - 2)(50 + 2) = 2500 - 4 = 2496$; б) $37 \cdot 43 = (40 - 3) \cdot (40 + 3) = 1600 - 9 = 1591$; в) $6,01 \times 5,99 = (6 - 0,01)(6 + 0,01) = 36 - 0,0001 = 35,9999$; г) $2,03 \cdot 1,97 = (2 - 0,03)(2 + 0,03) = 4 - 0,0009 = 3,9991$; д) $17,3 \cdot 16,7 = (17 - 0,3)(17 + 0,3) = 289 - 0,09 = 288,91$; е) $29,8 \cdot 30,2 = (30 - 0,2)(30 + 0,2) = 900 - 0,04 = 899,96$; ж) $9,7 \cdot 10,3 = (10 - 0,3)(10 + 0,3) = 100 - 0,09 = 99,91$; з) $50,2 \cdot 49,8 = (50 - 0,2)(50 + 0,2) = 2500 - 0,04 = 2499,96$; и) $4,6 \cdot 5,4 = (5 - 0,4)(5 + 0,4) = 25 - 0,16 = 24,84$.

862. а) $(-y + x)(x + y) = (x - y)(x + y) = x^2 - y^2$; б) $(-a + b)(b - a) = (b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$; в) $(-b - c)(b - c) = -(b + c)(b - c) = -(b^2 - c^2) = c^2 - b^2$;

г) $(x+y)(-x-y) = -(x+y)^2 = -(x^2 + 2xy + y^2) = -x^2 - 2xy - y^2$; д) $(x-y)(y-x) = -(x-y)^2 = -(x^2 - 2xy + y^2) = -x^2 + 2xy - y^2$; е) $(-a-b)(-a-b) = (a+b)(a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

863. а) $(-3xy+a)(3xy+a) = a^2 - 9x^2y^2$; б) $(-1 - 2a^2b)(1 - 2a^2b) = -(1 + 2a^2b)(1 - 2a^2b) = -(1 - 4a^4b^2) = 4a^4b^2 - 1$; в) $(12a^3 - 7x)(-12a^3 - 7x) = -(12a^3 - 7x)(12a^3 + 7x) = -(144a^6 - 49x^2) = 49x^2 - 144a^6$; г) $(-10p^4 + 9)(9 - 10p^4) = (9 - 10p^4)^2 = 81 - 180p^4 + 100p^8$; д) $(0, 2x + 10y)(10y - 0, 2x) = 100y^2 - 0,04x^2$; е) $(1, 1y - 0,3)(0,3 + 1, 1y) = 1,21y^2 - 0,09$.

864. а) $(-m^2 + 8)(m^2 + 8) = 64 - m^4$; б) $(5y - y^2)(y^2 + 5y) = 25y^2 - y^4$; в) $(6n^2 + 1)(-6n^2 + 1) = 1 - 36n^4$; г) $(-7ab - 0,2)(0,2 - 7ab) = (7ab + 0,2)(7ab - 0,2) = 49a^2b^2 - 0,04$.

865. а) $(7 - 6x)(7 + 6x) = 49 - 36x^2$ — наибольшее значение при $x = 0$; $49 - 36x^2 = 49$; б) $(4 - \frac{1}{3}b)(\frac{1}{3}b + 4) = 16 - \frac{1}{9}b^2$ — наибольшее значение при $b = 0$; $16 - \frac{1}{9}b^2 = 16$; в) $(\frac{1}{3} - 2y)(\frac{1}{3} + 2y) = \frac{1}{9} - 4y^2$ — наибольшее значение при $y = 0$; $\frac{1}{9} - 4y^2 = \frac{1}{9}$; г) $(4a + 1\frac{1}{7})(1\frac{1}{7} - 4a) = \frac{64}{49} - 16a^2$ — наибольшее значение при $a = 0$; $\frac{64}{49} - 16a^2 = \frac{64}{49}$.

866. а) $(5a - 0,2)(0,2 + 5a) = 25a^2 - 0,04$ — наименьшее значение $-0,04$ при $a = 0$; б) $(12 - 7y)(7y + 12) = 144 - 49y^2$ — наибольшее значение 144 при $y = 0$; в) $(13a - 0,3)(0,3 + 13a) = 169a^2 - 0,09$ — наименьшее значение $-0,09$ при $a = 0$; г) $(10 - 9m)(9m + 10) = 100 - 81m^2$ — наибольшее значение 100 при $m = 0$.

867. а) $2 \cdot (x - 3)(x + 3) = 2 \cdot (x^2 - 9) = 2x^2 - 18$; б) $y \cdot (y + 4)(y - 4) = y \cdot (y^2 - 16) = y^3 - 16y$; в) $5x \cdot (x + 2)(x - 2) = 5x \cdot (x^2 - 4) = 5x^3 - 20x$; г) $-3a \cdot (a + 5)(5 - a) = -3a \cdot (25 - a^2) = 3a^3 - 75a$; д) $(0, 5x - 7)(7 + 0, 5x)(-4x) = -4x \cdot (0,25x^2 - 49) = 196x - x^3$; е) $-5y \cdot (-3y - 4)(3y - 4) = 5y \cdot (3y + 4)(3y - 4) = 5y \cdot (9y^2 - 16) = 45y^3 - 80y$.

868. а) $(b+a)(b-a)^2 = (b+a)(b-a)(b-a) = (b^2 - a^2)(b-a) = b^3 - ab^2 - a^2b + a^3$; б) $(x+y)^2 \cdot (y-x) = (x+y)(x+y)(y-x) = (x+y)(y^2 - x^2) = xy^2 - x^3 + y^3 - yx^2$; в) $(a-4)(a+4)^2 = (a-4)(a+4)(a+4) = (a^2 - 16)(a+4) = a^3 + 4a^2 - 16a - 64$; г) $(3p+1)^2 \cdot (1-3p) = (3p+1)(3p+1)(1-3p) = (1-9p^2)(3p+1) = 3p+1 - 27p^3 - 9p^2$.

869. а) $(b-2)(b+2)(b^2+4) = (b^2-4)(b^2+4) = b^4 - 16$; б) $(3-y)(3+y)(9+y^2) = (9-y^2)(9+y^2) = 81 - y^4$; в) $(a^2+1)(a+1)(a-1) = (a^2+1)(a^2-1) = a^4 - 1$; г) $(c^4+1)(c^2+1)(c^2-1) = (c^4+1)(c^4-1) = c^8 - 1$; д) $(x-3)^2(x+3)^2 = ((x-3)(x+3))^2 = (x^2-9)^2 = x^4 - 18x^2 + 81$; е) $(y+4)^2(y-4)^2 = ((y+4)(y-4))^2 = (y^2-16)^2 = y^4 - 32y^2 + 256$; ж) $(a-5)^2(5+a)^2 = ((a-5)(5+a))^2 = (a^2-25)^2 = a^4 - 50a^2 + 625$; з) $(c+4)^2(4-c)^2 = ((c+4)(4-c))^2 = (16-c^2)^2 = 256 - 32c^2 + c^4$.

870. а) $(0,8x+15)(0,8x-15)+0,36x^2 = 0,64x^2 - 225 + 0,36x^2 = x^2 - 225$; б) $5b^2 + (3-2b)(3+2b) = 5b^2 + 9 - 4b^2 = b^2 + 9$; в) $2x^2 - (x+1)(x-1) = 2x^2 - x^2 + 1 = x^2 + 1$; г) $(3a-1)(3a+1) - 17a^2 = 9a^2 - 1 - 17a^2 = -8a^2 - 1$; д) $100x^2 - (5x-4)(4+5x) = 100x^2 - 25x^2 + 16 = 75x^2 + 16$; е) $22c^2 + (-3c-7)(3c-7) = 22c^2 - (3c+7)(3c-7) = 22c^2 - 9c^2 + 49 = 13c^2 + 49$.

871. а) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2) = (x^2-y^2)(x^2+y^2) = x^4 - y^4$; б) $(2a+b)(4a^2+b^2)(2a-b) = (4a^2+b^2)(4a^2-b^2) = 16a^4 - b^4$; в) $(c^3+b)(c^3-b)(c^6+b^2) = (c^6-b^2)(c^6+b^2) = c^{12} - b^4$; г) $(3m-2)(3m+2)+4 = 9m^2 - 4 + 4 = 9m^2$; д) $25n^2 - (7+5n)(7-5n) = 25n^2 - (49 - 25n^2) = 50n^2 - 49$; е) $6x^2 - (x-0,5)(x+0,5) = 6x^2 - (x^2 - 0,25) = 5x^2 + 0,25$.

872. $(x-1)(x+1) = x^2 - 1 < x^2$.

873. а) $(x-2)(x+2) - x \cdot (x+5) = x^2 - 4 - x^2 - 5x = -4 - 5x$; б) $m \cdot (m-4) + (3-m)(3+m) = m^2 - 4m + 9 - m^2 = 9 - 4m$; в) $(4x-a)(4x+a) + 2x \times (x-a) = 16x^2 - a^2 + 2x^2 - 2xa = 18x^2 - a^2 - 2xa$; г) $2a \cdot (a+b) - (2a+b)(2a-b) = 2a^2 + 2ab - 4a^2 + b^2 = -2a^2 + 2ab + b^2$; д) $(5a-3c)(5a+3c) - (7c-a)(7c+a) = 25a^2 - 9c^2 - 49c^2 + a^2 = 26a^2 - 58c^2$; е) $(4b+10c)(10c-4b) + (-5c+2b)(5c+2b) = 100c^2 - 16b^2 + 4b^2 - 25c^2 = 75c^2 - 12b^2$; ж) $(3x-4y)^2 - (3x-4y)(3x+4y) = 9x^2 - 24xy + 16y^2 - 9x^2 + 16y^2 = 32y^2 - 24xy$; з) $(2a+6b)(6b-2a) - (2a+6b)^2 = 36b^2 - 4a^2 - 4a^2 - 36b^2 - 24ab = -8a^2 - 24ab$.

874. 1) $(19 \cdot 20 \cdot 21) + 20 = 7980 + 20 = 8000 = 20^3$;
 2) пусть p — среднее число, тогда $(p-1) \cdot p \cdot (p+1) + p = p \cdot ((p-1)(p+1) + 1) = p \cdot (p^2 - 1 + 1) = p^3$;
 пусть p — наименьшее число, тогда $p \cdot (p+1)(p+2) + p + 1 = (p+1)(p \cdot (p+2) + 1) = (p+1)(p^2 + 2p + 1) = (p+1)^3$.

875. а) $5a \cdot (a-8) - 3 \cdot (a+2)(a-2) = 5a^2 - 40a - 3a^2 + 12 = 2a^2 - 40a + 12$; б) $(1-4b)(4b+1) + 6b \cdot (b-2) = 1 - 16b^2 + 6b^2 - 12b = 1 - 10b^2 - 12b$; в) $(8p-q)(q+8p) - (p+q)(p-q) = (64p^2 - q^2) - (p^2 - q^2) = 63p^2$; г) $(2x-7y)(2x+7y) + (2x-7y)(7y-2x) = 4x^2 - 49y^2 - (2x-7y)^2 = 4x^2 - 49y^2 - 4x^2 + 28xy - 49y^2 = -98y^2 + 28xy$.

876. а) $8m \cdot (1+2m) - (4m+3)(4m-3) = 2m \Rightarrow 8m + 16m^2 - (16m^2 - 9) = 2m \Rightarrow 6m + 9 = 0 \Rightarrow 6m = -9 \Rightarrow m = -1,5$;
 б) $x - 3x \cdot (1-12x) = 11 - (5-6x)(6x+5) \Rightarrow x - 3x + 36x^2 = 11 - (25 - 36x^2) \Rightarrow -2x + 36x^2 - 36x^2 = 11 - 25 \Rightarrow -2x = -14 \Rightarrow x = 7$.

877. а) $(6x-1)(6x+1) - 4x \cdot (9x+2) = -1 \Rightarrow 36x^2 - 1 - 36x^2 - 8x = -1 \Rightarrow -8x = 0 \Rightarrow x = 0$;
 б) $(8-9a)a = -40 + (6-3a)(6+3a) \Rightarrow 8a - 9a^2 = -40 + 36 - 9a^2 \Rightarrow 8a = -4 \Rightarrow a = -0,5$.

878. а) $1 - 4xy + 4x^2y^2 = (1 - 2xy)^2$; б) $\frac{1}{4}a^2b^2 + ab + 1 = (\frac{1}{2}ab + 1)^2$.

879. а) $(a + b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$; б) $(a - b)^2 + 4ab = a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$; в) $(x + 3)^3 + (x - 3)^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27 + x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = 2x^3 + 54x$.

880. а) $2abc^2 - 3ab^2c + 4a^2bc = abc \cdot (2c - 3b + 4a)$; б) $12a^2xy^3 - 6axy^5 = 6axy^3 \cdot (2a - y^2)$; в) $-15am^3n^4 - 20am^4n^6 = -5am^3n^4 \cdot (3 + 4mn^2)$; г) $-28b^4c^5y + 16b^5c^6y^8 = -4b^4c^5y \cdot (7 - 4bcy^7)$.

881. а) $2x - \frac{x-2}{2} = \frac{x}{3} - 6 \Rightarrow 12x - 3x + 6 = 2x - 36 \Rightarrow 7x = -42 \Rightarrow x = -6$;

б) $1 + \frac{x+1}{3} = x - \frac{3x+1}{8} \Rightarrow 24 + 8x + 8 = 24x - 9x - 3 \Rightarrow 7x = 35 \Rightarrow x = 5$;

в) $\frac{1-y}{7} + y = \frac{y}{2} + 3 \Rightarrow 2 - 2y + 14y = 7y + 42 \Rightarrow 5y = 40 \Rightarrow y = 8$;

г) $6 = \frac{3x-1}{2} \cdot 2,4 \Rightarrow 6 = (3x - 1) \cdot 1,2 \Rightarrow 5 = 3x - 1 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$;

д) $0,69 = \frac{5-2y}{8} \cdot 13,8 \Rightarrow 5,52 = 69 - 27,6y \Rightarrow 27,6y = 63,48 \Rightarrow y = 2,3$;

е) $0,5 \cdot \frac{4+2x}{13} = x - 10 \Rightarrow 2 + x = 13x - 130 \Rightarrow 12x = 132 \Rightarrow x = 11$.

882. Пусть скорость поезда отправившегося со станции M равняется x , тогда скорость поезда отправившегося со станции N равняется $x + 5$. За 2 ч поезда прошли путь равный $380 - 30 = 350$ км. Значит $(x + x + 5) \cdot 2 = 350 \Rightarrow 2x + 5 = 175 \Rightarrow 2x = 170 \Rightarrow x = 85 \Rightarrow x + 5 = 90$. Ответ: 85 км/ч и 90 км/ч.

35. Разложение разности квадратов на множители

883. а) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$; б) $c^2 - z^2 = (c - z)(c + z)$; в) $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$; г) $m^2 - 1 = (m - 1)(m + 1)$;

д) $16 - b^2 = (4 - b)(4 + b)$; е) $100 - x^2 = (10 - x)(10 + x)$; ж) $p^2 - 400 = (p - 20)(p + 20)$; з) $y^2 - 0,09 = (y - 0,3)(y + 0,3)$; и) $1,44 - a^2 = (1,2 - a)(1,2 + a)$; к) $b^2 - \frac{4}{9} = (b - \frac{2}{3})(b + \frac{2}{3})$; л) $\frac{9}{16} - n^2 = (\frac{3}{4} - n)(\frac{3}{4} + n)$; м) $\frac{25}{49} - p^2 = (\frac{5}{7} - p)(\frac{5}{7} + p)$.

884. а) $25x^2 - y^2 = (5x - y)(5x + y)$; б) $-m^2 + 16n^2 = (4n - m)(4n + m)$; в) $36a^2 - 49 = (6a - 7)(6a + 7)$; г) $64 - 25x^2 = (8 - 5x)(8 + 5x)$; д) $9m^2 - 16n^2 = (3m - 4n)(3m + 4n)$; е) $64p^2 - 81q^2 = (8p - 9q)(8p + 9q)$; ж) $-49a^2 + 16b^2 = (4b - 7a)(4b + 7a)$; з) $0,01n^2 - 4m^2 = (0,1n - 2m)(0,1n + 2m)$; и) $9 - b^2c^2 = (3 - bc)(3 + bc)$; к) $4a^2b^2 - 1 = (2ab - 1)(2ab + 1)$; л) $p^2 - a^2b^2 = (p - ab)(p + ab)$; м) $16c^2d^2 - 9a^2 = (4cd - 3a)(4cd + 3a)$.

885. а) $x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$; б) $0,16 - c^2 = (0,4 - c)(0,4 + c)$; в) $121 - m^2 = (11 - m)(11 + m)$; г) $-81 + 25y^2 = (5y - 9)(5y + 9)$; д) $144b^2 - c^2 = (12b - c)(12b + c)$; е) $0,64x^2 - 0,49y^2 = (0,8x - 0,7y)(0,8x + 0,7y)$; ж) $x^2y^2 - 0,25 = (xy - 0,5)(xy + 0,5)$; з) $c^2d^2 - a^2 = (cd - a)(cd + a)$; и) $a^2x^2 - 4y^2 = (ax - 2y)(ax + 2y)$.

886. а) $47^2 - 37^2 = (47 - 37)(47 + 37) = 10 \cdot 84 = 840$; б) $53^2 - 63^2 = (53 - 63)(53 + 63) = -10 \cdot 116 = -1160$; в) $126^2 - 74^2 = (126 - 74)(126 + 74) = 52 \cdot 200 = 10400$; г) $21,3^2 - 21,2^2 = (21,3 - 21,2)(21,3 + 21,2) = 0,1 \cdot 42,5 = 4,25$; д) $0,849^2 - 0,151^2 = (0,849 - 0,151)(0,849 + 0,151) = 0,698 \cdot 1 = 0,698$; е) $(5\frac{2}{3})^2 - (4\frac{1}{3})^2 = (5\frac{2}{3} - 4\frac{1}{3})(5\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3}) = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$.

887. а) $\frac{36}{13^2 - 11^2} = \frac{36}{(13 - 11)(13 + 11)} = \frac{36}{2 \cdot 24} = 0,75$; б) $\frac{79^2 - 65^2}{420} = \frac{(79 - 65)(79 + 65)}{420} = \frac{14 \cdot 144}{420} = 4,8$; в) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2} = \frac{(53 - 27)(53 + 27)}{(79 - 51)(79 + 51)} = \frac{26 \cdot 80}{28 \cdot 130} = \frac{4}{7}$; г) $\frac{53^2 - 32^2}{61^2 - 44^2} = \frac{(53 - 32)(53 + 32)}{(61 - 44)(61 + 44)} = \frac{21 \cdot 85}{17 \cdot 105} = 1$.

888. а) $41^2 - 31^2 = (41 - 31)(41 + 31) = 10 \cdot 72 = 720$; б) $76^2 - 24^2 = (76 - 24)(76 + 24) = 52 \cdot 100 = 5200$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad 256^2 - 156^2 &= (256 - 156)(256 + 156) = 100 \cdot 412 = \\ &= 41200; \text{ г)} \quad 0,783^2 - 0,217^2 = (0,783 - 0,217)(0,783 + \\ &+ 0,217) = 0,566 \cdot 1 = 0,566; \text{ д)} \quad \frac{26^2 - 12^2}{54^2 - 16^2} = \frac{(26-12)(26+12)}{(54-16)(54+16)} = \\ &= \frac{14 \cdot 38}{38 \cdot 70} = \frac{1}{5}; \text{ е)} \quad \frac{63^2 - 27^2}{83^2 - 79^2} = \frac{(63-27)(63+27)}{(83-79)(83+79)} = \frac{36 \cdot 90}{4 \cdot 162} = 5. \end{aligned}$$

889. а) $x^4 - 9 = (x^2 - 3)(x^2 + 3)$; б) $25 - n^6 = (5 - n^3)(5 + n^3)$; в) $m^8 - a^2 = (m^4 - a)(m^4 + a)$; г) $y^2 - p^4 = (y - p^2)(y + p^2)$; д) $c^6 - d^6 = (c^3 - d^3)(c^3 + d^3)$; е) $x^6 - a^4 = (x^3 - a^2)(x^3 + a^2)$; ж) $b^4 - y^{10} = (b^2 - y^5)(b^2 + y^5)$; з) $m^8 - n^6 = (m^4 - n^3)(m^4 + n^3)$; и) $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$; к) $c^8 - d^8 = (c^4 - d^4)(c^4 + d^4)$; л) $a^4 - 16 = (a^2 - 4)(a^2 + 4)$; м) $81 - b^4 = (9 - b^2)(9 + b^2)$.

890. а) $x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 4) = 0 \Rightarrow x = 4$ или $x = -4$;

б) $y^2 - 81 = 0 \Rightarrow (y - 9)(y + 9) = 0 \Rightarrow y = 9$ или $y = -9$;

в) $\frac{1}{9} - x^2 = 0 \Rightarrow (\frac{1}{3} - x)(\frac{1}{3} + x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ или $x = -\frac{1}{3}$;

г) $a^2 - 0,25 = 0 \Rightarrow (a - 0,5)(a + 0,5) = 0 \Rightarrow a = 0,5$ или $a = -0,5$;

д) $b^2 + 36 = 0 \Rightarrow b^2 = -36$ — не имеет решений;

е) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 1$ или $x = -1$;

ж) $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (2x - 3)(2x + 3) = 0 \Rightarrow x = 1,5$ или $x = -1,5$;

з) $25x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (5x - 4)(5x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0,8$ или $x = -0,8$;

и) $81x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{81}{4}$ — не имеет решений.

891. а) $m^2 - 25 = 0 \Rightarrow (m - 5)(m + 5) = 0 \Rightarrow m = 5$ или $m = -5$;

б) $x^2 - 36 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 6) = 0 \Rightarrow x = 6$ или $x = -6$;

в) $9x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (3x - 2)(3x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ или $x = -\frac{2}{3}$;

$$\text{г)} 16x^2 - 49 = 0 \Rightarrow (4x - 7)(4x + 7) = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{7}{4} = \pm 1,75.$$

892. а) $c^6 - 9x^4 = (c^3 - 3x^2)(c^3 + 3x^2)$; б) $100y^2 - a^8 = (10y - a^4)(10y + a^4)$; в) $4x^4 - 25b^2 = (2x^2 - 5b)(2x^2 + 5b)$; г) $a^4b^4 - 1 = (a^2b^2 - 1)(a^2b^2 + 1)$; д) $0,36 - x^4y^4 = (0,6 - x^2y^2)(0,6 + x^2y^2)$; е) $4a^2 - b^6c^2 = (2a - b^3c)(2a + b^3c)$; ж) $16m^2y^2 - 9n^4 = (4mn - 3n^2)(4mn + 3n^2)$; з) $9x^8y^2 - 100z^2 = (3x^4y - 10z)(3x^4y + 10z)$; и) $0,81p^6m^4 - 0,01x^2 = (0,9p^3m^2 - 0,1x)(0,9p^3m^2 + 0,1x)$.

893. а) $64 - y^4 = (8 - y^2)(8 + y^2)$; б) $x^2 - c^6 = (x - c^3)(x + c^3)$; в) $a^4 - b^8 = (a^2 - b^4)(a^2 + b^4)$; г) $25m^6 - n^2 = (5m^3 - n)(5m^3 + n)$; д) $1 - 49p^{10} = (1 - 7p^5)(1 + 7p^5)$; е) $4y^6 - 9a^4 = (2y^3 - 3a^2)(2y^3 + 3a^2)$; ж) $64 - a^4b^4 = (8 - a^2b^2)(8 + a^2b^2)$; з) $16b^2c^{12} - 0,25 = (4bc^6 - 0,5)(4bc^6 + 0,5)$; и) $81x^6y^2 - 0,36a^2 = (9x^3y - 0,6a)(9x^3y + 0,6a)$.

894. а) $(x + 3)^2 - 1 = (x + 3 - 1)(x + 3 + 1) = (x + 2)(x + 4)$; б) $64 - (b + 1)^2 = (8 - b - 1)(8 + b + 1) = (7 - b)(b + 9)$; в) $(4a - 3)^2 - 16 = (4a - 3 - 4)(4a - 3 + 4) = (4a - 7)(4a + 1)$; г) $25 - (a + 7)^2 = (5 - a - 7)(5 + a + 7) = (-a - 2)(a + 12)$; д) $(5y - 6)^2 - 81 = (5y - 6 - 81)(5y - 6 + 81) = (5y - 87)(5y + 75)$; е) $1 - (2x - 1)^2 = (1 - 2x + 1)(1 + 2x - 1) = (2 - 2x) \cdot 2x$.

895. а) $9y^2 - (1 + 2y)^2 = (3y - 1 - 2y)(3y + 1 + 2y) = (y - 1)(5y + 1)$; б) $(3c - 5)^2 - 16c^2 = (3c - 5 - 4c)(3c - 5 + 4c) = (-c - 5)(7c - 5)$; в) $49x^2 - (y + 8x)^2 = (7x - y - 8x)(7x + y + 8x) = (-x - y)(15x + y)$; г) $(5a - 3b)^2 - 25a^2 = (5a - 3b - 5a)(5a - 3b + 5a) = (-3b)(10a - 3b)$; д) $(-2a^2 + 3b)^2 - 4a^4 = (-2a^2 + 3b - 2a^2)(-2a^2 + 3b + 2a^2) = (-4a^2 + 3b) \cdot 3b$; е) $b^6 - (x - 4b^3)^2 = (b^3 - x + 4b^3)(b^3 + x - 4b^3) = (5b^3 - x)(x - 3b^3)$.

896. а) $(2b - 5)^2 - 36 = (2b - 5 - 6)(2b - 5 + 6) = (2b - 11)(2b + 1)$; б) $9 - (7 + 3a)^2 = (3 - 7 - 3a)(3 + 7 + 3a) = (-4 - 3a)(10 + 3a)$; в) $(4 - 11m)^2 - 1 = (4 - 11m - 1)(4 - 11m + 1) = (3 - 11m)(5 - 11m)$; г) $p^2 - (2p + 1)^2 = (p - 2p - 1)(p + 2p + 1) = (-p - 1)(3p + 1)$; д) $(5c - 3d)^2 - 9d^2 = (5c - 3d - 3d)(5c - 3d + 3d) = (5c - 6d) \cdot 5c$; е) $a^4 - (9b + a^2)^2 = (a^2 - 9b - a^2)(a^2 + 9b + a^2) = 9b \cdot (2a^2 + 9b)$.

897. а) $(2x + y)^2 - (x - 2y)^2 = (2x + y - x + 2y)(2x + y + x - 2y) = (x + 3y)(3x - y)$; б) $(a + b)^2 - (b + c)^2 = (a + b - b - c)(a + b + b + c) = (a - c)(a + 2b + c)$; в) $(m + n)^2 - (m - n)^2 = (m + n - m + n)(m + n + m - n) = 2n \cdot 2m$; г) $(4c - x)^2 - (2c + 3x)^2 = (4c - x - 2c - 3x)(4c - x + 2c + 3x) = (2c - 4x)(6c + 2x)$.

898. а) $(4n + 5)^2 - 9 = 16n^2 + 40n + 25 - 9 = 16n^2 + 40n + 16 = 4 \cdot (4n^2 + 10n + 4)$; б) $(n + 7)^2 - n^2 = (n + 7 - n)(n + 7 + n) = 7 \cdot (2n + 7)$.

899. Пусть ширина прямоугольника равняется x , тогда длинна $x + 5$ и периметр прямоугольника $2 \cdot (x + x + 5) = 4x + 10$. Значит $(x + 5)^2 - x^2 = 95 \Rightarrow (x + 5 - x)(x + 5 + x) = 95 \Rightarrow 5 \cdot (2x + 5) = 95 \Rightarrow 2x + 5 = 19 \Rightarrow 2 \cdot (2x + 5) = 4x + 10 = 38 \text{ см}^2$. Ответ: 38 см^2 ;

900. 1) $5^2 - 1 = 25 - 1 = 24 = 12 \cdot 2$.

2) $p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$, так как p простое число больше 3. p не чётное, тогда $p - 1$ и $p + 1$ чётные. Значит произведение $(p - 1)(p + 1)$.

3) Среди трёх последовательных чисел точно одно делится на 3. p — простое, и как следствие не кратно 3. Значит $p + 1$ или $p - 1$ кратно 3.

4) $p^2 - 1$ всегда кратно 12 если p простое число больше трёх.

901. а) $27a^3 = 3^3 \cdot a^3 = (3a)^3$; б) $-8m^3 = -2^3 \cdot m^3 = (-2m)^3$; в) $8b^6 = 2^3 \cdot b^6 = (2b^2)^3$; г) $-64p^6 = -4^3 \times \times p^6 = (-4p^2)^3$; ; д) $-27a^3x^6 = -3^3 \cdot a^3 \cdot x^6 = (-3ax^2)^3$; е) $64a^6x^9 = 4^3 \cdot a^6 \cdot x^9 = (4a^2x^3)^3$.

902. а) $0,25x^2 - 0,6xy + 0,36y^2 = (0,5x - 0,6y)^2$; б) $-a^2 + 0,6a - 0,09 = -(a^2 - 0,6a + 0,09) = -(a - 0,3)^2$; в) $\frac{9}{16}a^4 + a^3 + \frac{4}{9}a^2 = (\frac{3}{4}a^2 + \frac{2}{3}a)^2$; г) $-16m^2 - 24mn - 9n^2 = -(16m^2 + 24mn + 9n^2) = -(4m + 3n)^2$.

903. а) $(5x - 1)(2x + 1) - 10x^2 = 0,8 \Rightarrow 10x^2 + 5x - -2x - 1 - 10x^2 = 0,8 \Rightarrow 3x = 1,8 \Rightarrow x = 0,6$; б) $18x^2 - (9x + 2)(2x - 1) = 1 \Rightarrow 18x^2 - 18x^2 + 9x - -4x + 2 = 1 \Rightarrow 5x = -1 \Rightarrow x = -0,2$.

904. Пусть поезд отправится через t часов, а S путь до железнодорожной станции. Имеем $S_1 = 4 \times \times (t + 0,5)$ и $S_2 = 5 \cdot (t - 0,1)$, т. к. $S_1 = S_2$, то $4 \cdot (t + 0,5) = 5 \cdot (t - 0,1) \Rightarrow 4t + 2 = 5t - 0,5 \Rightarrow t = = 2,5 \Rightarrow S = 4 \cdot (t + 0,5) = 4 \cdot 3 = 12$ км. Ответ: 12 км.

36. Разложение на множители суммы и разности кубов

905. а) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$; б) $m^3 - n^3 = (m - n)(m^2 + mn + n^2)$; в) $8 + a^3 = (2 + a)(4 - 2a + a^2)$; г) $27 - y^3 = (3 - y)(9 + 3y + y^2)$; д) $t^3 + 1 = (t + 1)(t^2 - -t + 1)$; е) $1 - c^3 = (1 - c)(1 + c + c^2)$.

906. а) $c^3 - d^3 = (c - d)(c^2 + cd + d^2)$; б) $p^3 + q^3 = (p + + q)(p^2 - pq + q^2)$; в) $x^3 - 64 = (x - 4)(16 + 4x + x^2)$; г) $125 + a^3 = (5 + a)(25 - 5a + a^2)$; д) $y^3 - 1 = (y - -1)(y^2 + y + 1)$; е) $1 + b^3 = (1 + b)(1 - b + b^2)$.

907. а) $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + + 2x + 1)$; б) $1 + 27y^3 = 1^3 + (3y)^3 = (1 + 3y)(1 - - 3y + 9y^2)$; в) $8 - \frac{1}{8}a^3 = 2^3 - (\frac{1}{2}a)^3 = (2 - - \frac{1}{2}a)(4 + a + \frac{1}{4}a^2)$; г) $\frac{1}{64}m^3 + 1000 = (\frac{1}{4}m)^3 +$

$$+ 10^3 = \left(\frac{1}{4}m + 10\right) \left(\frac{1}{16}m^2 - 2,5m + 100\right); \text{ д) } 125a^3 - 64b^3 = (5a)^3 - (4b)^3 = (5a - 4b)(25a^2 + 20ab + 16b^2); \text{ е) } \frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{125}y^3 = \left(\frac{1}{3}x\right)^3 + \left(\frac{1}{5}y\right)^3 = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y\right) \times \times \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{15}xy + \frac{1}{25}y^2\right).$$

908. а) $8 - m^3 = (2 - m)(4 + 2m + m^2)$; б) $c^3 + 27 = (c + 3)(c^2 - 3c + 9)$; в) $64x^3 + 1 = (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$; г) $1 - \frac{1}{8}p^3 = (1 - \frac{1}{2}p)(1 + \frac{1}{2}p + \frac{1}{4}p^2)$; д) $m^3 - 27n^3 = (m - 3n)(m^2 + 3mn + 9n^2)$; е) $\frac{1}{8}a^3 + b^3 = (\frac{1}{2}a + b) (\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}ab + b^2)$.

909. а) $x^3 - y^6 = (x - y^2)(x^2 + xy^2 + y^4)$; б) $a^6 + b^3 = (a^2 + b)(a^4 - a^2b + b^2)$; в) $m^9 - n^3 = (m^3 - n)(m^6 + m^3n + n^2)$; г) $p^3 + k^9 = (p + k^3)(p^2 - pk^3 + k^6)$; д) $a^6 + b^9 = (a^2 + b^3)(a^4 - a^2b^3 + b^6)$; е) $x^9 - y^9 = (x^3 - y^3)(x^6 + x^3y^3 + y^6)$.

910. а) $c^3 + b^6 = (c + b^2)(c^2 - cb^2 + b^4)$; б) $a^9 - b^6 = (a^3 - b^2)(a^6 + a^3b^2 + b^4)$; в) $x^6 - 8 = (x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$; г) $27 + y^9 = (3 + y^3)(9 - 3y^3 + y^6)$.

911. а) $-x^3 + y^3 = y^3 - x^3 = (y - x)(y^2 + xy + x^2)$; б) $-8 - p^3 = -(8 + p^3) = -(2 + p)(4 - 2p + p^2)$; в) $-a^6 + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - a^6 = (\frac{1}{2} - a^2) (\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a^2 + a^4)$; г) $-\frac{1}{27} - b^6 = -(\frac{1}{3} + b^2) (\frac{1}{9} - \frac{1}{3}b^2 + b^4)$; д) $c^6 + 1 = (c^2 + 1)(c^4 - c^2 + 1)$; е) $x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$.

912. а) $a^3b^3 - 1 = (ab - 1)(a^2b^2 + ab + 1)$; б) $1 + x^3y^3 = (1 + xy)(1 - xy + x^2y^2)$; в) $8 - a^3c^3 = (2 - ac)(4 + 2ac + a^2c^2)$; г) $m^3n^3 + 27 = (mn + 3)(m^2n^2 - 3mn + 9)$; д) $x^6y^3 - c^3 = (x^2y - c)(x^4y^2 + x^2yc + c^2)$; е) $a^3 - m^3n^9 = (a - mn^3)(a^2 + amn^3 + m^2n^6)$.

913. а) $327^3 + 173^3 = (327 + 173)(327^2 - 327 \cdot 173 + 173^2) = 500 \cdot (327^2 - 327 \cdot 173 + 173^2)$ — делится на 500; б) $731^3 - 631^3 = (731 - 631)(731^2 + 731 \cdot 631 + 631^2) = 100 \cdot (731^2 + 731 \cdot 631 + 631^2)$ — делится на 100; в) $211^3 + 129^3 = (211 + 129)(211^2 - 211 \cdot 129 + 129^2) = 340 \cdot (211^2 - 211 \cdot 129 + 129^2) = 17 \cdot 20 \cdot (211^2 -$

$-211 \cdot 129 + 129^2$) — кратно 17; г) $356^3 - 245^3 = (356 - 245)(356^2 + 356 \cdot 245 + 245^2) = 111 \cdot (356^2 + 356 \cdot 245 + 245^2) = 3 \cdot 37 \cdot (356^2 + 356 \cdot 245 + 245^2)$ — делится на 3.

914. а) $38^3 + 37^3 = (38 + 37)(38^2 - 38 \cdot 37 + 37^2) = 75 \times (38^2 - 38 \cdot 37 + 37^2)$ — делится на 75; б) $99^3 - 74^3 = (99 - 74)(99^2 + 99 \cdot 74 + 74^2) = 25 \cdot (99^2 + 99 \cdot 74 + 74^2)$ — делится на 25.

915. а) $(11c^2 + a^3)(-a^3 + 11c^2) = (11c^2 - a^3)(11c^2 + a^3) = 121c^4 - a^6$; б) $(0,8x + y^4)(-0,8x - y^4) = -(0,8x + y^4)(0,8x + y^4) = -0,64x^2 - 1,6xy^4 - y^8$; в) $(0,3c - 0,2d)(0,2d - 0,3c) = -(0,3c - 0,2d)(0,3c - 0,2d) = -0,09c^2 + 0,12cd - 0,04d^2$; г) $(6x^3 - 4x)(-6x^3 - 4x) = (4x - 6x^3)(4x + 6x^3) = 16x^2 - 36x^6$.

916. а) $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4 \neq x^4 + 4$; б) $(x - 2)(2 + x) = x^2 - 4 \neq 4 - x^2$.

917. а) $(2x - 3)^2 - 2x \cdot (4 + 2x) = 11 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 8x - 4x^2 = 11 \Rightarrow -20x = 2 \Rightarrow x = -0,1$;

б) $(4x - 3)(3 + 4x) - 2x \cdot (8x - 1) = 0 \Rightarrow 16x^2 - 9 - 16x^2 + 2x = 0 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = 4,5$.

§14. Преобразование целых выражений

37. Преобразование целого выражения

в многочлен

918. $2x^2y$; $4a^2 - b \cdot (a - 3b)$; $\frac{x^2-1}{8}$; $9x - \frac{1}{2}$ — являются целыми выражениями.

$\frac{a^2}{a-3}$ — не является целым, так как в нём используется деление на выражение с переменной.

919. а) $x^3 + 7x^2 + 8 + (x^2 - 6x + 4)(x - 1) = x^3 + 7x^2 + 8 + x^3 - x^2 - 6x^2 + 6x + 4x - 4 = 2x^3 + 10x + 4$;

б) $(a^2 + 7a - 4)(a - 3) - (a^3 + 4a^2 - 29a + 11) = a^3 - 3a^2 + 7a^2 - 21a - 4a + 12 - a^3 - 4a^2 + 29a - 11 = 4a + 1$.

920. а) $4(m-n)^2 + 4m \cdot (m-n) = 4 \cdot (m^2 - 2mn + n^2) + 4m^2 - 4mn = 4m^2 - 8mn + 4n^2 + 4m^2 - 4mn = 8m^2 - 12mn + 4n^2$; б) $5x \cdot (x-y) - 2(y-x)^2 = 5x^2 - 5xy - 2 \cdot (y^2 - 2xy + x^2) = 5x^2 - 5xy - 2y^2 + 4xy - 2x^2 = 3x^2 - 2y^2 - xy$; в) $(y+7)^2 - 2 \cdot (y+10)(y+4) = y^2 + 14y + 49 - 2 \cdot (y^2 + 4y + 10y + 40) = y^2 + 14y + 49 - 2y^2 - 28y - 80 = -y^2 - 14y - 31$; г) $(x-5)(6+4x) - 3(1-x)^2 = 6x + 4x^2 - 30 - 20x - 3 \cdot (1 - 2x + x^2) = 4x^2 - 14x - 30 - 3 + 6x - 3x^2 = x^2 - 8x - 33$.

921. а) $(3m-a)(a+3m) - (2a+m)(3a-m) = 9m^2 - a^2 - (6a^2 - 2am + 3am - m^2) = 9m^2 - a^2 - 6a^2 - am + m^2 = 10m^2 - 7a^2 - am$; б) $(x-4y)(x+3y) + (x-3y)(3y+x) = x^2 + 3xy - 4xy - 12y^2 + x^2 - 9y^2 = 2x^2 - xy - 21y^2$.

922. При $a = 2x - 5$, $b = 8x + 1$, $c = 4x - 2$: $ab - c^2 = (2x-5)(8x+1) - (4x-2)^2 = 16x^2 + 2x - 40x - 5 - (16x^2 - 16x + 4) = 16x^2 - 38x - 5 - 16x^2 + 16x - 4 = -22x - 9$.

923. $(2n+1)(n+5) - 2 \cdot (n+3)(n-3) - (5n+13) = 2n^2 + 10n + n + 5 - 2 \cdot (n^2 - 9) - 5n - 13 = (2n^2 - 2n^2) + (10n + n - 5n) + (5 + 18 - 13) = 6n + 10 = 6 \cdot (n+1) + 4$ — значит данное выражение ни при каком целом n не делится на 6.

924. 1) $(n+8)(n-4) - (n+3)(n-2) = n^2 - 4n + 8n - 32 - (n^2 - 2n + 3n - 6) = (n^2 - n^2) + (4n - n) + (-32 + 6) = 3n - 26$.

2) Так как $3n$ — кратно 3, значит сумма -26 и пропущенного числа должна делиться на 3.

3). Числа -1 ; 2 ; 5 ; 8 ; 11 ; 14 ; 17 ; 20 ; 23 ; 26 ; $29 \dots$ удовлетворяют условия задачи.

925. а) $x \cdot (x+2)(x-2) - x \cdot (x^2 - 8) = 16 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 4) - x \cdot (x^2 - 8) = 16 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 4 - x^2 + 8) = 16 \Rightarrow x \cdot 4 = 16 \Rightarrow x = 4$;

$$\begin{aligned} 6) \quad & 2y \cdot (4y - 1) - 2(3 - 2y)^2 = 48 \Rightarrow 8y^2 - 2y - 2 \cdot (9 - \\ & - 12y + 4y^2) = 48 \Rightarrow 8y^2 - 2y - 18 + 24y - 8y^2 = 48 \Rightarrow \\ & \Rightarrow 22y = 66 \Rightarrow y = 3. \end{aligned}$$

$$\boxed{926.} \quad \text{а) } x^2 \cdot (x + 2) - x(x + 1)^2 = 5x + 9 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x \cdot (x^2 + 2x + 1) = 5x + 9 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x^3 - 2x^2 - x = 5x + 9 \Rightarrow 6x = -9 \Rightarrow x = -1,5;$$

$$\text{б) } (y - 3)^2 + 3 \cdot (y + 2)(y - 2) = 9 + 4y^2 \Rightarrow y^2 - 6y + 9 + 3y^2 - 12 = 9 + 4y^2 \Rightarrow 6y = -12 \Rightarrow y = -2.$$

$$\boxed{927.} \quad \text{а) } (a - 1)(a^2 + 1)(a + 1) - (a^2 - 1)^2 - 2 \cdot (a^2 - 3) = (a^2 - 1)(a^2 + 1) - (a^2 - 1)(a^2 - 1) - 2 \cdot (a^2 - 3) = (a^2 - 1)(a^2 + 1 - a^2 + 1) - 2 \cdot (a^2 - 3) = 2 \cdot (a^2 - 1) - 2 \cdot (a^2 - 3) = 2 \cdot (a^2 - 1 - a^2 + 3) = 2 \cdot 2 = 4 - \text{значение выражения не зависит от значения переменной; б) } (a^2 - 3)^2 - (a - 2)(a^2 + 4)(a + 2) - 6 \cdot (5 - a^2) = a^4 - 6a^2 + 9 - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - 30 + 6a^2 = a^4 - 21 - a^4 + 16 = -5 - \text{значение выражения не зависит от значения переменной.}$$

$$\boxed{928.} \quad \text{а) } (y - 3)(y^2 + 9)(y + 3) - (2y^2 - y)^2 - 19 = (y^2 - 9)(y^2 + 9) - (4y^4 - 4y^3 + y^2) - 19 = y^4 - 81 - 4y^4 + 4y^3 - y^2 - 19 = -3y^4 + 4y^3 - y^2 - 100;$$

$$\text{б) } (1 - a)(1 - a^2) + (1 + a)(1 + a^2) - 2a \cdot (1 + a)(a - 1) = 1 - a^2 - a + a^3 + (1 + a)(1 + a^2 - 2a^2 + 2a) = a^3 - a^2 - a + 1 + 1 - a^2 + 2a + a - a^3 + 2a^2 = 2a + 2.$$

$$\boxed{929.} \quad \text{а) } (a - 3c)(4c + 2a) + 3c \cdot (a + 3c) = 4ac + 2a^2 - 12c^2 - 6ac + 3ac + 9c^2 = 2a^2 - 3c^2 + ac \text{ и } (2a - c)(3c + 5a) - 8a^2 = 6ac + 10a^2 - 3c^2 - 5ac - 8a^2 = 2a^2 - 3c^2 + ac, \text{ значит } (a - 3c)(4c + 2a) + 3c \cdot (a + 3c) = (2a - c)(3c + 5a) - 8a^2;$$

$$\text{б) } (1 - 2b)(1 - 5b + b^2) + (2b - 1)(1 - 6b + b^2) = (1 - 2b)(1 - 5b + b^2) - (1 - 2b)(1 - 6b + b^2) = (1 - 2b)(1 - 5b + b^2 - 1 + 6b - b^2) = (1 - 2b) \cdot b = b \cdot (1 - 2b)$$

$$\boxed{930.} \quad \text{а) } 25y^2 - 15ay + 9a^2 - \text{нельзя представить;}$$

$$\text{б) } 15ab - 9a^2 - 6\frac{1}{4}b^2 = -(9a^2 - 15ab + \frac{25}{4}b^2) = -(3a - \frac{5}{2}b)^2; \text{ в) } 4b^2 + 0,25c^2 - 2bc = (2b - 0,5c)^2; \text{ г) } 0,36a^2 + 0,04y^2 - 0,24ay = (0,6a - 0,2y)^2.$$

931. а) $-20x^4y^2 - 35x^3y^3 = -5x^3y^2 \cdot (4x + 7y)$;
 б) $3a^3b^2c + 9ab^2c^3 = 3ab^2c \cdot (a^2 + 3c^2)$; в) $-1, 2a^3b + 1, 2b^4 = 1, 2b \cdot (b^3 - a^3) = 1, 2b \cdot (b - a)(b^2 + ab + a^2)$;
 г) $7, 2x^4y^4 - 1, 8x^4y^2 = 1, 8x^4y^2 \cdot (4y^2 - 1) = 1, 8x^4y^2 \times \times (2y - 1)(2y + 1)$.

932. Пусть велосипедист от деревни до станции ехал t ч, тогда на обратный путь он затратил $t + 1$ ч. Расстояние от деревни до станции и от станции до деревни одинаковое, значит $15t = 10 \cdot (t + 1) \Rightarrow 15t = 10t + 10 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow 15t = 30$. Ответ: расстояние от деревни до станции 30 км.

933. Пусть связной из пункта A в пункт B двигался со скоростью v , тогда назад он возвращался со скоростью $v - 1$. Путь из A в B равен пути из B в A , значит $v \cdot \frac{30}{60} = (v - 1) \cdot \frac{36}{60} \Rightarrow 30v = 36v - 36 \Rightarrow 6v = 36 \Rightarrow v = 6$ км/ч; Ответ: 6 км/ч.

38. Применение различных способов для разложения на множители

934. а) $5x^2 - 5y^2 = 5 \cdot (x^2 - y^2) = 5 \cdot (x - y)(x + y)$;
 б) $am^2 - an^2 = a \cdot (m^2 - n^2) = a \cdot (m - n)(m + n)$;
 в) $2ax^2 - 2ay^2 = 2a \cdot (x^2 - y^2) = 2a \cdot (x - y)(x + y)$;
 г) $9p^2 - 9 = 9 \cdot (p^2 - 1) = 9 \cdot (p - 1)(p + 1)$;
 д) $16x^2 - 4 = 4 \cdot (4x^2 - 1) = 4 \cdot (2x - 1)(2x + 1)$;
 е) $75 - 27c^2 = 3 \cdot (25 - 9c^2) = 3 \cdot (5 - 3c)(5 + 3c)$.

935. а) $y^3 - y^5 = y^3 \cdot (1 - y^2) = y^3 \cdot (1 - y)(1 + y)$;
 б) $2x - 2x^3 = 2x \cdot (1 - x^2) = 2x \cdot (1 - x)(1 + x)$;
 в) $81x^2 - x^4 = x^2 \cdot (81 - x^2) = x^2 \cdot (9 - x)(9 + x)$;
 г) $4y^3 - 100y^5 = 4y^3 \cdot (1 - 25y^2) = 4y^3 \cdot (1 - 5y)(1 + 5y)$.

936. а) $mx^2 - 49m = m \cdot (x^2 - 49) = m \cdot (x - 7)(x + 7)$;
 б) $ab^2 - 4ac^2 = a \cdot (b^2 - 4c^2) = a \cdot (b - 2c)(b + 2c)$;
 в) $4b^3 - b = b \cdot (4b^2 - 1) = b \cdot (2b - 1)(2b + 1)$; г) $a^3 - ac^2 = a \cdot (a^2 - c^2) = a \cdot (a - c)(a + c)$.

$$\text{937. } (a^8 - b^8) = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4);$$

$$\text{938. а) } p^4 - 16 = (p^2 - 4)(p^2 + 4) = (p - 2)(p + 2)(p^2 + 4);$$

$$\text{б) } x^4 - 81 = (x^2 - 9)(x^2 + 9) = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9);$$

$$\text{в) } y^8 - 1 = (y^4 - 1)(y^4 + 1) = (y^2 - 1)(y^2 + 1)(y^4 + 1) = (y - 1)(y + 1)(y^2 + 1)(y^4 + 1);$$

$$\text{г) } a^4 - b^8 = (a^2 - b^4)(a^2 + b^4) = (a - b^2)(a + b^2)(a^2 + b^4).$$

$$\text{939. а) } 3x^2 + 6xy + 3y^2 = 3 \cdot (x^2 + 2xy + y^2) = 3(x + y)^2;$$

$$\text{б) } -m^2 + 2m - 1 = -(m^2 - 2m + 1) = -(m - 1)^2;$$

$$\text{в) } -4x - 4 - x^2 = -(x^2 + 4x + 4) = -(x + 2)^2;$$

$$\text{г) } 6p^2 + 24q^2 + 24pq = 6 \cdot (p^2 + 4pq + 4q^2) = 6(p + 2q)^2;$$

$$\text{д) } 45x + 30ax + 5a^2x = 5x \cdot (9 + 6a + a^2) = 5x(3 + a)^2;$$

$$\text{е) } 18cx^2 - 24cx + 8c = 2c \cdot (9x^2 - 12x + 4) = 2c(3x - 2)^2.$$

$$\text{940. а) } x^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4);$$

$$\text{б) } x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3).$$

$$\text{941. а) } 2m^2 - 4m + 2 = 2 \cdot (m^2 - 2m + 1) = 2(m - 1)^2;$$

$$\text{б) } 36 + 24x + 4x^2 = 4 \cdot (9 + 6x + x^2) = 4(3 + x)^2;$$

$$\text{в) } 8a^3 - 8b^3 = 8 \cdot (a^3 - 8b^3) = 8 \cdot (a - b)(a^2 + ab + b^2);$$

$$\text{г) } 9ax^3 + 9ay^3 = 9a \cdot (x^3 + y^3) = 9a \cdot (x + y)(x^2 - xy + y^2).$$

$$\text{942. а) } 4xy + 12y - 4x - 12 = 4 \cdot (xy + 3y - x - 3) = 4 \cdot (y \cdot (x + 3) - (x + 3)) = 4 \cdot (x + 3)(y - 1);$$

$$\text{б) } 60 + 6ab - 30b - 12a = 30 \cdot (2 - b) - 6a \cdot (2 - b) = (30 - 6a)(2 - b) = 6 \cdot (5 - a)(2 - b);$$

$$\text{в) } -abc - 5ac - 4ab - 20a = 5a \cdot (-c - 4) + ab \cdot (-c - 4) = (5a + ab)(-c - 4) = -a \cdot (5 + b)(c + 4);$$

$$\text{г) } a^3 + a^2b + a^2 + ab = a^2 \cdot (a + b) + a \cdot (a + b) = (a^2 + a)(a + b) = a \cdot (a + 1)(a + b).$$

$$\text{943. а) } 45b + 6a - 3ab - 90 = 3b \cdot (15 - a) - 6 \cdot (15 - a) = (3b - 6)(15 - a) = 3 \cdot (b - 2)(15 - a);$$

$$\text{б) } -5xy - 40y - 15x - 120 = -5 \cdot (xy + 8y + 3x + 24) = -5 \cdot (x \cdot (y + 3) + 8 \cdot (y + 3)) = -5 \cdot (y + 3)(x + 8);$$

$$\text{в) } ac^4 - c^4 + ac^3 - c^3 = (c^4 \cdot (a - 1) + c^3 \cdot (a - 1)) = (c^4 + c^3)(a - 1) = c^3 \cdot (c + 1)(a - 1);$$

$$\text{г) } x^3 - x^2y + x^2 - xy = x^2 \cdot (x + 1) - xy \cdot (x + 1) = x \cdot (x - y)(x + 1).$$

944. а) $x^2 - 2xc + c^2 - d^2 = (x - c)^2 - d^2 = (x - c - d)(x - c + d)$; б) $c^2 + 2c + 1 - a^2 = (c + 1)^2 - a^2 = (c + 1 - a)(c + 1 + a)$; в) $p^2 - x^2 + 6x - 9 = p^2 - (x^2 - 6x + 9) = p^2 - (x - 3)^2 = (p - x + 3)(p + x - 3)$; г) $x^2 - a^2 - 10a - 25 = x^2 - (a^2 + 10a + 25) = x^2 - (a + 5)^2 = (x - a - 5)(x + a + 5)$.

945. а) $x^2 + 2xy + y^2 - m^2 = (x + y)^2 - m^2 = (x + y - m)(x + y + m)$; б) $p^2 - a^2 - 2ab - b^2 = p^2 - (a^2 + 2ab + b^2) = p^2 - (a + b)^2 = (p - a - b)(p + a + b)$; в) $b^2 - c^2 - 8b + 16 = (b^2 - 8b + 16) - c^2 = (b - 4)^2 - c^2 = (b - 4 - c)(b - 4 + c)$; г) $9 - c^2 + a^2 - 6a = (a^2 - 6a + 9) - c^2 = (a - 3)^2 - c^2 = (a - 3 - c)(a - 3 + c)$.

946. а) $x^2 - y^2 - x - y = (x - y)(x + y) - (x + y) = (x + y)(x - y - 1)$; б) $a^2 - b^2 - a + b = (a - b)(a + b) - (a - b) = (a - b)(a + b - 1)$; в) $m + n + m^2 - n^2 = (m + n) + (m - n)(m + n) = (m + n)(1 + m - n)$; г) $k^2 - k - p^2 - p = (k^2 - p^2) - (k + p) = (k - p)(k + p) - (k + p) = (k + p)(k - p - 1)$.

947. а) $a - b + a^2 - b^2 = (a - b) + (a - b)(a + b) = (a - b)(1 + a + b)$; б) $c^2 + d - d^2 + c = (c^2 - d^2) + (d + c) = (c - d)(c + d) + (c + d) = (c + d)(c - d + 1)$.

948. При $x = 3,7 \Rightarrow 3,5x^3 - 2,1x^2 + 1,9x - 16,7 = 177,2855 - 28,749 + 7,03 - 16,7 = 138,8665$ и $3,5x^3 - 2,1x^2 + 1,9x - 16,7 = (3,5x^2 - 2,1x + 1,9) \cdot x - 16,7 = ((3,5x - 2,1) \cdot x + 1,9) \cdot x - 16,7 = 138,8665$.

949. а) $x^3 - x = 0 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \pm 1$;

б) $9x - x^3 = 0 \Rightarrow x \cdot (9 - x^2) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \pm 3$;

в) $x^3 + x^2 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = -1$;

г) $5x^4 - 20x^2 = 0 \Rightarrow 5x^2 \cdot (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = \pm 2$;

950. а) $x^3 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0$ — при любом значении x больше 0, значит $x = 0$;

б) $x^3 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ или $x = 2$;

951. Пусть $x^3 - x = x \cdot (x^2 - 1) = x \cdot (x - 1)(x + 1)$ — три последовательных числа. Из двух последовательных чисел обязательно одно делится на два, а из трёх последовательных чисел обязательно одно делится на 3, значит $x^3 - x$ делится на 2 и на 3, а значит $x^3 - x$ делится на 6.

952. Пусть $2n + 1$, $2n + 3$ — два последовательных нечётных числа, разность их квадратов равна $(2n + 3)^2 - (2n + 1)^2 = 4n^2 + 12n + 9 - 4n^2 - 4n - 1 = 8n + 8 = 8 \cdot (n + 1)$, и она делится на 8.

953. Пусть n , $n + 1$, $n + 2$ — три последовательных целых числа. Их произведение $n \cdot (n + 1)(n + 2) = n \times (n^2 + 2n + n + 2) = n^3 + 3n^2 + 2n$, а полученная сумма $n^3 + 3n^2 + 2n + n + 1 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n + 1)^3$.

954. а) $(6x - 1)(6x + 1) - (12x - 5)(3x + 1) = 36x^2 - 1 - (36x^2 + 12x - 15x - 5) = 36x^2 - 36x^2 + 3x + 5 - 1 = 3x + 4$: при $x = 0,2 \Rightarrow 3x + 4 = 0,6 + 4 = 4,6$;

б) $(5 + 2x)^2 - 2,5x \cdot (8x + 7) = 25 + 20x + 4x^2 - 20x^2 - 17,5x = -16x^2 + 2,5x + 25$: при $x = -0,5 \Rightarrow -16x^2 + 2,5x + 25 = -4 - 1,25 + 25 = 19,75$.

955. а) $y = 0, 24x + 6 \Rightarrow 0, 24x = y - 6 \Rightarrow x = \frac{y}{0,24} - 25$. График пересекает ось y при $x = 0$; $y = 6$; точка пересечения $(0; 6)$. График пересекает ось x при $y = 0$; $x = 25$; точка пересечения $(25; 0)$.

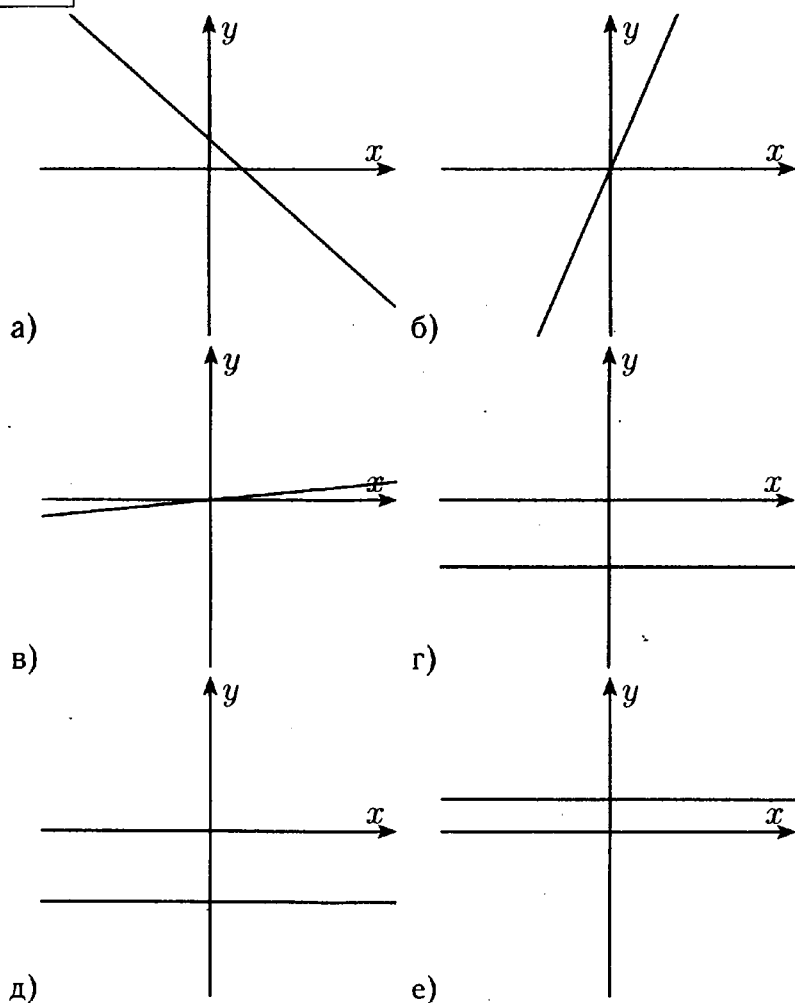
б) $y = -5x - 1,8 \Rightarrow 5x = -y - 1,8 \Rightarrow x = \frac{-y}{5} - 0,36$. График пересекает ось y при $x = 0$; $y = -1,8$; точка пересечения $(0; -1,8)$. График пересекает ось x при $y = 0$; $x = -0,36$; точка пересечения $(-0,36; 0)$.

в) $y = -0,6x + 4,2$; $0,6x = -y + 4,2$; $x = \frac{-y}{0,6} + 7$. График пересекает ось y при $x = 0$; $y = 4,2$; точка пересечения $(0; 4,2)$. График пересекает ось x при $y = 0$; $x = 7$; точка пересечения $(7; 0)$.

г) $y = -x - 3,8$; $x = -y - 3,8$. График пересекает ось y при $x = 0$; $y = -3,8$; точка пересечения $(0; -3,8)$.

График пересекает ось x при $y = 0$; $x = -3,8$; точка пересечения $(-3,8; 0)$.

956.



39. Возведение двучлена в степень

957. $n = 6$; 1; 6; 15; 20; 15; 6; 1. $n = 7$; 1; 7; 21; 35; 35; 21; 7; 1.

958. $(a + b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$;

$$(a+b)^5 \cdot (a+b) = (a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5)(a+b) = a^6 + a^5b + 5a^4b + 5a^4b^2 + 10a^4b^2 + 10a^3b^3 + 10a^3b^3 + 10a^2b^4 + 5a^2b^4 + 5ab^5 + ab^5 + b^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6.$$

959. а) $(a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$; б) $(a+b)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8$.

960. а) $(a^2 + 2b)^4 = a^8 + 4a^6 \cdot 2b + 6a^4 \cdot 4b^2 + 4a^2 \cdot 8b^3 + 16b^4 = a^8 + 8a^6b + 24a^4b^2 + 32a^2b^3 + 16b^4$; б) $(a^3 - b)^4 = a^{12} - 4a^9b + 6a^6b^2 - 4a^3b^3 + b^4$.

961. а) $(a^2 + 3b^3)^3 = (a^2)^3 + 3(a^2)^2 \cdot 3b^3 + 3a^2 \cdot (3b^3)^2 + 27b^9 = a^6 + 9a^4b^3 + 27a^2b^6 + 27b^9$; б) $(1 - 2xy)^4 = 1 + 4 \cdot (-2xy) + 6 \cdot 1 \cdot (-2xy)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (-2xy)^3 + (2xy)^4 = 1 - 8xy + 24x^2y^2 - 32x^3y^3 + 16x^4y^4$.

962. а) $(x+y)^6 + (x-y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6 + x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6 = 2x^6 + 30x^4y^2 + 30x^2y^4 + 2y^6$; б) $(x+y)^6 - (x-y)^6 = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6 - x^6 + 6x^5y - 15x^4y^2 + 20x^3y^3 - 15x^2y^4 + 6xy^5 - y^6 = 12x^5y + 40x^3y^3 + 12xy^5$.

963. Используя треугольник Паскаля, определим коэффициенты членов многочлена содержащего: а) y^2 — коэффициенты есть сумма третьих чисел с лева от $n = 3$ до $n = 5$, т. е. $10 + 6 + 3 = 19$; б) y^3 — коэффициенты есть сумма четвёртых чисел с лева от $n = 3$ до $n = 5$, т. е. $1 + 4 + 10 = 15$.

964. $147^6 = (145 + 2)^6 = 145^6 + 6 \cdot 145^5 \cdot 2 + 15 \cdot 145^4 \times 4 + 20 \cdot 145^3 \cdot 8 + 15 \cdot 145^2 \cdot 16 + 6 \cdot 145 \cdot 32 + 64$ — все слагаемые кроме последнего делятся на 145, значит остаток от деления равен 64.

965. а) $83^4 + 65 = (81 + 2)^4 + 65 = 81^4 + 4 \cdot 81^3 \cdot 2 + 6 \times 81^2 \cdot 4 + 4 \cdot 81 \cdot 8 + 16 + 65 = 81 \cdot (81^3 + 8 \cdot 81^2 + 32 + 1)$ — кратно 81; б) $141^{10} + 88 = (139 + 2)^{10} + 88$.

Используя треугольник Паскаля для $(139 + 2)^{10}$, очевидно, что только последний член суммы не будет кратен 139, этот член равен $2^{10} = 1024$, $1024 + 88 = 1112 = 8 \cdot 139$. Значит $141^{10} + 88$ — кратно 139.

Дополнительные упражнения к главе V

966. $(a + b + c)^2 = (a + (b + c))^2 = a^2 + 2a \cdot (b + c) + (b + c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

967. а) $(x + 7)^2 - (x - 5)(x + 19) = x^2 + 14x + 49 - x^2 - 19x + 5x + 95 = 144$; б) $(x + 9)^2 + (8 - x)(x + 26) = x^2 + 18x + 81 + 8x + 208 - x^2 - 26x = 289$.

968. а) $(3x + 1)^3 = 27x^2 \cdot (x + 1) + 8x + 2 \Rightarrow 27x^3 + 27x^2 + 9x + 1 = 27x^3 + 27x^2 + 8x + 2 \Rightarrow x = 1$;
б) $4x^2 \cdot (2x + 9) = (2x + 3)^3 + 12 \cdot (3x + 1) \Rightarrow 8x^3 + 36x^2 = 8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 + 36x + 12 \Rightarrow 90x = -39 \Rightarrow x = -\frac{13}{30}$.

969. а) $b^2 + 10b + 25 = (b + 5)^2$; б) $c^2 - 8c + 16 = (c - 4)^2$; в) $16x^2 - 8x + 1 = (4x - 1)^2$; г) $4c^2 + 12c + 9 = (2c + 3)^2$; д) $x^4 + 2x^2y + y^2 = (x^2 + y)^2$; е) $a^6 - 6a^3b^2 + 9b^4 = (a^3 - 3b^2)^2$.

970. а) $a^4 - 8a^2 + 16 = (a^2 - 4)^2$; б) $-4 - 4b - b^2 = -(4 + 4b + b^2) = -(2 + b)^2$; в) $10x - x^2 - 25 = -(x^2 - 10x + 25) = -(x - 5)^2$; г) $c^4d^2 + 1 - 2c^2d = (c^2d - 1)^2$; д) $a^6b^2 + 12a^3b + 36 = (a^3b + 6)^2$; е) $x + 1 + \frac{1}{4}x^2 = (\frac{1}{2}x + 1)^2$; ж) $y - y^2 - 0,25 = -(y^2 - y + 0,25) = -(y - 0,5)^2$; з) $9 - m + \frac{1}{36}m^2 = (3 - \frac{1}{6}m)^2$; и) $-25 - 2n - 0,04n^2 = -(25 + 2n + 0,04n^2) = -(5 + 0,2n)^2$.

971. а) $1005 \cdot 995 = (1000 + 5) \cdot (1000 - 5) = 1\,000\,000 - 25 = 999\,975$; б) $108 \cdot 92 = (100 + 8) \cdot (100 - 8) = 10\,000 - 64 = 9936$; в) $0,94 \cdot 1,06 = (1 - 0,06) \cdot (1 + 0,06) = 1 - 0,0036 = 0,9964$; г) $1,09 \cdot 0,91 = (1 + 0,09) \cdot (1 - 0,09) = 1 - 0,0081 = 0,9919$; д) $10\frac{1}{7} \cdot 9\frac{6}{7} =$

$$= (10 + \frac{1}{7}) \cdot (10 - \frac{1}{7}) = 100 - \frac{1}{49} = 99\frac{48}{49}; \text{ e) } 99\frac{7}{9} \cdot 100\frac{2}{9} = \\ = (100 - \frac{2}{9}) \cdot (100 + \frac{2}{9}) = 10\,000 - \frac{4}{81} = 9999\frac{77}{81}.$$

972. а) $5y \cdot (y^2 - 3)(y^2 + 3) = 5y \cdot (y^4 - 9) = 5y^5 - 45y$; б) $-8x \cdot (4x - x^3)(4x + x^3) = -8x \cdot (16x^2 - x^6) = 8x^7 - 128x^3$; в) $(a^4 - 3)(a^4 + 3)(a^8 + 9) = (a^8 - 9)(a^8 + 9) = a^{16} - 81$; г) $(1 - b^3)(1 + b^3)(1 + b^6) = (1 - b^6)(1 + b^6) = 1 - b^{12}$.

973. а) $(a+2)(a-2) - a \cdot (a-5) = a^2 - 4 - a^2 + 5a = 5a - 4$; б) $(a-3)(3+a) + a \cdot (7-a) = a^2 - 9 + 7a - a^2 = 7a - 9$; в) $(b-4)(b+4) - (b-3)(b+5) = b^2 - 16 - b^2 - 5b + 3b + 15 = -2b - 1$; г) $(b+8)(b-6) - (b-7)(b+7) = b^2 - 6b + 8b - 48 - b^2 + 49 = 2b + 1$; д) $(c-1)(c+1) + (c-9)(c+9) = c^2 - 1 + c^2 - 81 = 2c^2 - 82$; е) $(5+c)(c-5) - (c-10)(c+10) = c^2 - 25 - c^2 + 100 = 75$.

974. а) $(x-8)(x+8) - (x-12)(x+12) = x^2 - 64 - x^2 + 144 = 80$; б) $(y - \frac{5}{9})(y + \frac{5}{9}) + (\frac{2}{3} - y)(\frac{2}{3} + y) = y^2 - \frac{25}{81} + \frac{4}{9} - y^2 = \frac{36-25}{81} = \frac{11}{81}$.

975. а) $(x-5)^2 + 2x \cdot (x-3) = x^2 - 10x + 25 + 2x^2 - 6x = 3x^2 - 16x + 25$; б) $(y+8)^2 - 4y \cdot (y-2) = y^2 + 16y + 64 - 4y^2 + 8y = -3y^2 + 24y + 64$; в) $(a-4)(a+4) + (2a-1)^2 = a^2 - 16 + 4a^2 - 4a + 1 = 5a^2 - 4a - 15$; г) $(b-3)(b+3) - (b+2)^2 = b^2 - 9 - b^2 - 4b - 4 = -4b - 13$; д) $(2a-5)^2 - (5a-2)^2 = 4a^2 - 20a + 25 - 25a^2 + 20a - 4 = -21a^2 + 21$; е) $(3b-1)^2 + (1-3b)^2 = 2(3b-1)^2 = 18b^2 - 12b + 2$; ж) $(2x+1)^2 - (x+7)(x-3) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 3x - 7x + 21 = 3x^2 + 22$; з) $(3y-2)^2 - (y-9)(9-y) = (3y-2)^2 + (y-9)^2 = 9y^2 - 12y + 4 + y^2 - 18y + 81 = 10y^2 - 30y + 85$.

976. $2 \cdot (x+2)(x-2) + 16 = (x+2)^2 + (x-2)^2 \Rightarrow 2x^2 - 8 + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 + 8 = 2x^2 + 8 -$
равенство выполняется при любом x .

977. а) $(x+y+1)(x+y-1) = (x+y)^2 - 1 = x^2 + 2xy + y^2 - 1$; б) $(m+n-3)(m+n+3) = (m+n)^2 -$

$$-9 = m^2 + 2mn + n^2 - 9; \text{ в) } (a - b - 5)(a - b + 5) = (a - b)^2 - 25 = a^2 - 2ab + b^2 - 25; \text{ г) } (c - d + 8)(c - d - 8) = (c - d)^2 - 64 = c^2 - 2cd + d^2 - 64; \text{ д) } (p + 2q - 3)(p - 2q - 3) = (p - 3)^2 - 4q^2 = p^2 - 6p + 9 - 4q^2; \text{ е) } (a - 3x + 6)(a + 3x + 6) = (a + 6)^2 - 9x^2 = a^2 + 12a + 36 - 9x^2.$$

$$\boxed{978.} \text{ а) } (x - 7)^2 + 3 = (x - 2)(x + 2) \Rightarrow x^2 - 14x + 49 + 3 = x^2 - 4 \Rightarrow 14x = 56 \Rightarrow x = 4;$$

$$\text{б) } (x + 6)^2 - (x - 5)(x + 5) = 79 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 - x^2 + 25 = 79 \Rightarrow 12x = 18 \Rightarrow x = 1,5;$$

$$\text{в) } (2x - 3)^2 - (7 - 2x)^2 = 2 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 49 + 28x - 4x^2 = 2 \Rightarrow 16x = 42 \Rightarrow x = 2\frac{5}{8};$$

$$\text{г) } (5x - 1)^2 - (1 - 3x)^2 = 16x \cdot (x - 3) \Rightarrow 25x^2 - 10x + 1 - 1 + 6x - 9x^2 = 16x^2 - 48x \Rightarrow 44x = 0 \Rightarrow x = 0.$$

$$\boxed{979.} \text{ а) } 1 - a^2b^2 = (1 - ab)(1 + ab); \text{ б) } 4x^2y^4 - 9 = (2xy^2 - 3)(2xy^2 + 3); \text{ в) } 0,09x^6 - 0,49y^2 = (0,3x^3 - 0,7y)(0,3x^3 + 0,7y); \text{ г) } 1,21a^2 - 0,36b^6 = (1,1a - 0,6b^3)(1,1a + 0,6b^3); \text{ д) } 1\frac{7}{9}x^2 - \frac{9}{16}y^2 = \frac{16}{9}x^2 - \frac{9}{16}y^2 = (\frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y)(\frac{4}{3}x + \frac{3}{4}y); \text{ е) } 0,01a^2b^4 - 1 = (0,1ab^2 - 1)(0,1ab^2 + 1).$$

$$\boxed{980.} \text{ а) } \frac{38^2 - 17^2}{72^2 - 16^2} = \frac{(38 - 17) \cdot (38 + 17)}{(72 - 16) \cdot (72 + 16)} = \frac{21 \cdot 55}{56 \cdot 88} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 8} = \frac{15}{64}; \text{ б) } \frac{39,5^2 - 3,5^2}{57,5^2 - 14,5^2} = \frac{(39,5 - 3,5) \cdot (39,5 + 3,5)}{(57,5 - 14,5) \cdot (57,5 + 14,5)} = \frac{36 \cdot 43}{43 \cdot 72} = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \frac{17,5^2 - 9,5^2}{131,5^2 - 3,5^2} = \frac{(17,5 - 9,5) \cdot (17,5 + 9,5)}{(131,5 - 3,5) \cdot (131,5 + 3,5)} = \frac{8 \cdot 27}{128 \cdot 135} = \frac{1}{16 \cdot 5} = \frac{1}{80}.$$

$$\boxed{981.} \text{ а) } x^{10} - 1 = (x^5 - 1)(x^5 + 1); \text{ б) } y^{12} - 16 = (y^6 - 4)(y^6 + 4) = (y^3 - 2)(y^3 + 2)(y^6 + 4); \text{ в) } a^2x^8 - 81 = (ax^4 - 9)(ax^4 + 9); \text{ г) } 36 - b^4y^6 = (6 - b^2y^3)(6 + b^2y^3); \text{ д) } 25p^4q^4 - 1 = (5p^2q^2 - 1)(5p^2q^2 + 1); \text{ е) } -9 + 121m^8n^8 = (11m^4n^4 - 3)(11m^4n^4 + 3); \text{ ж) } 0,01x^{16} - 0,16 = (0,1x^8 - 0,4)(0,1x^8 + 0,4); \text{ з) } 1,69y^{14} - 1,21 = (1,3y^7 - 1,1)(1,3y^7 + 1,1); \text{ и) } \frac{4}{9}m^6 - \frac{25}{36} = (\frac{2}{3}m^3 - \frac{5}{6})(\frac{2}{3}m^3 + \frac{5}{6}).$$

$$\boxed{982.} \text{ а) } (x - 5)^2 - 16 = (x - 5 - 4)(x - 5 + 4) = (x - 9)(x - 1); \text{ б) } (b + 7)^2 - 9 = (b + 7 - 3)(b + 7 + 3) = (b + 4)(b + 10);$$

в) $25 - (3 - x)^2 = (5 - 3 + x)(5 + 3 - x) = (2 + x)(8 - x)$;
 г) $81 - (a + 7)^2 = (9 - a - 7)(9 + a + 7) = (2 - a)(a + 16)$;
 д) $(7x - 4)^2 - (2x + 1)^2 = (7x - 4 - 2x - 1)(7x - 4 + 2x + 1) = (5x - 5)(9x - 3) = 15 \cdot (x - 1)(3x - 1)$;
 е) $(n - 2)^2 - (3n + 1)^2 = (n - 2 - 3n - 1)(n - 2 + 3n + 1) = -(2n + 3)(4n - 1)$; ж) $9(a + 1)^2 - 1 = (3a + 3 - 1)(3a + 3 + 1) = (3a + 2)(3a + 4)$; з) $4 - 25(x - 3)^2 = (2 - 5x + 15)(2 + 5x - 15) = (17 - 5x)(5x - 13)$.

983. а) $16 - 9(p + 3)^2 = (4 - 3p - 9)(4 + 3p + 9) = (-3p - 5)(3p + 13)$; б) $9 - 25(4 - x)^2 = (3 - 20 + 5x)(3 + 20 - 5x) = (5x - 17)(23 - 5x)$; в) $1 - 36(3y - 1)^2 = (1 - 18y + 6)(1 + 18y - 6) = (7 - 18y)(18y - 5)$;
 г) $4 - 9(a + b)^2 = (2 - 3a - 3b)(2 + 3a + 3b)$.

984. а) $(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = (n + 1 - n + 1)(n + 1 + n - 1) = 4n$ — делится на 4; б) $(2n + 3)^2 - (2n - 1)^2 = (2n + 3 - 2n + 1)(2n + 3 + 2n - 1) = 4 \times (4n + 2) = 8 \cdot (2n + 1)$ — делится на 8; в) $(3n + 1)^2 - (3n - 1)^2 = (3n + 1 - 3n + 1)(3n + 1 + 3n - 1) = 12n$ — делится на 12; г) $(5n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = (5n + 1 - 2n + 1)(5n + 1 + 2n - 1) = (3n + 2) \cdot 7n$ — делится на 7.

985. а) $(3a - 2b)^2 - (2a - b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2 - 4a^2 + 4ab - b^2 = 5a^2 - 8ab + 3b^2 = (5a^2 - 5ab) + (3b^2 - 3ab) = 5a \cdot (a - b) - 3b \cdot (a - b) = (a - b)(5a - 3b)$: при $a = 1,35$ и $b = -0,65 \Rightarrow (a - b)(5a - 3b) = (1,35 + 0,65)(5 \cdot 1,35 + 3 \cdot 0,65) = 2 \cdot (6,75 + 1,95) = 2 \cdot 8,7 = 17,4$;

б) $(2y - c)^2 + (y + 2c)^2 = 4y^2 - 4cy + c^2 + y^2 + 4cy + 4c^2 = 5y^2 + 5c^2 = 5 \cdot (y^2 + c^2)$: при $c = 1,2$ и $y = -1,4 \Rightarrow 5 \cdot (y^2 + c^2) = 5 \cdot (1,96 + 1,44) = 5 \cdot 3,4 = 17$.

986. а) $0,027x^3 + 1 = (0,3x + 1)(0,09x^2 - 0,3x + 1)$;
 б) $y^6 - 0,001x^3 = (y^2 - 0,1x)(y^4 + 0,1xy^2 + 0,01x^2)$;
 в) $d^3 + 0,008c^3 = (d + 0,2c)(d^2 - 0,2cd + 0,04c)$; г) $125 - 0,064p^3 = (5 - 0,4p)(25 + 2p + 0,16p^2)$.

987. а) $\frac{27}{64} - y^{12} = (\frac{3}{4} - y^4)(\frac{9}{16} + \frac{3}{4}y^4 + y^8)$; б) $-x^{15} + \frac{1}{27} = (\frac{1}{3} - x^5)(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}x^5 + x^{10})$; в) $3\frac{3}{8}a^{15} + b^{12} = \frac{27}{8}a^{15} + b^{12} = (\frac{3}{2}a^5 + b^4)(\frac{9}{4}a^{10} - \frac{3}{2}a^5b^4 + b^8)$; г) $1\frac{61}{64}x^{18} + y^3 = \frac{125}{64}x^{18} + y^3 = (\frac{5}{4}x^6 + y)(\frac{25}{16}x^{12} - \frac{5}{4}x^6y + y^2)$.

988. а) $41^3 + 19^3 = (41 + 19)(41^2 - 19 \cdot 41 + 19^2) = 60 \cdot (41^2 - 19 \cdot 41 + 19^2) - \text{делится на } 60$; б) $79^3 - 29^3 = (79 - 29)(79^2 + 79 \cdot 29 + 29^2) = 50 \cdot (79^2 + 79 \cdot 29 + 29^2) - \text{делится на } 50$; в) $66^3 + 34^3 = (66 + 34)(66^2 - 34 \cdot 66 + 34^2) = 100 \cdot (4 \cdot 33^2 - 4 \cdot 17 \cdot 33 + 4 \cdot 17^2) = 400 \cdot (33^2 - 17 \cdot 33 + 17^2) - \text{делится на } 400$; г) $54^3 - 24^3 = (54 - 24)(54^2 + 24 \cdot 54 + 24^2) = 30 \cdot (36 \cdot 9 + 36 \cdot 4 \cdot 9 + 36 \cdot 4^2) = 1080 \cdot (9^2 + 4 \cdot 9 + 4^2) - \text{делится на } 1080$.

989. а) $(x + 1)^3 + x^3 = (x + 1 + x)((x + 1)^2 - x^2 - x + x^2) = (2x + 1)(x^2 + 2x + 1 - x) = (2x + 1)(x^2 + x + 1)$; б) $(y - 2)^3 - 27 = (y - 2 - 3)((y - 2)^2 + 3 \cdot (y - 2) + 3^2) = (y - 5)(y^2 - 4y + 4 + 3y - 6 + 9) = (y - 5)(y^2 - y + 7)$; в) $(a - b)^3 + b^3 = (a - b + b)((a - b)^2 - b \cdot (a - b) + b^2) = a \cdot (a^2 - 2ab + b^2 - ab + b^2 + b^2) = a \cdot (a^2 + 3b^2 - 3ab)$; г) $8x^3 + (x - y)^3 = (2x + x - y)(4x^2 - 2x \cdot (x - y) + (x - y)^2) = (3x - y)(4x^2 - 2x^2 + 2xy + x^2 - 2xy + y^2) = (3x - y)(3x^2 + y^2)$; д) $27a^3 - (a - b)^3 = (3a - a + b)(9a^2 + 3a \cdot (a - b) + (a - b)^2) = (2a + b)(9a^2 + 3a^2 - 3ab + a^2 - 2ab + b^2) = (2a + b)(13a^2 + b^2 - 5ab)$; е) $1000 + (b - 8)^3 = (10 + b - 8)(100 - 10 \cdot (b - 8) + (b - 8)^2) = (2 + b)(100 - 10b + 80 + b^2 - 16b + 64) = (2 + b)(244 + b^2 - 26b)$.

990. а) $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1)(a - 14) = a^3 + 2a^2 - 7a - 14 - (2a^2 - 28a - a + 14) = a^3 + (2a^2 - 2a^2) + (-7a + 28a + a) + (-14 - 14) = a^3 + 22a - 28$; б) $(2 - b)(1 + 2b) + (1 + b)(b^3 - 3b) = 2 + 4b - b - 2b^2 + b^3 - 3b + b^4 - 3b^2 = b^4 + b^3 - 5b^2 + 2$.

991. а) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16) = x^3 + 64$; б) $(3a + 5)(9a^2 - 15a + 25) = 27a^3 + 125$.

992. а) $(x+1)(x+2) - (x-3)(x+4) = 6 \Rightarrow x^2 + 2x + x + 2 - (x^2 + 4x - 3x - 12) = 6 \Rightarrow x^2 - x^2 + 3x - x = 6 - 2 - 12 \Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4;$

б) $(3x-1)(2x+7) - (x+1)(6x-5) = 7 \Rightarrow 6x^2 + 21x - 2x - 7 - (6x^2 - 5x + 6x - 5) = 7 \Rightarrow 6x^2 - 6x^2 + 19x - x = 7 + 7 - 5 \Rightarrow 18x = 9 \Rightarrow x = 0,5;$

в) $24 - (3y+1)(4y-5) = (11-6y)(2y-7) \Rightarrow 24 - (12y^2 - 15y + 4y - 5) = 22y - 77 - 12y^2 + 42y \Rightarrow 12y^2 - 12y^2 + 11y - 64y = -77 - 24 - 5 \Rightarrow -53y = -106 \Rightarrow y = 2;$

г) $(6y+2)(5-y) = 47 - (2y-3)(3y-1) \Rightarrow 30y - 6y^2 + 10 - 2y = 47 - (6y^2 - 2y - 9y + 3) \Rightarrow -6y^2 + 6y^2 + 28y - 11y = 47 - 3 - 10 \Rightarrow 17y = 34 \Rightarrow y = 2.$

993. $y = (2x-5)(3+8x) - (1-4x)^2 = 6x + 16x^2 - 15 - 40x - (1 - 8x + 16x^2) = 16x^2 - 16x^2 - 34x + 8x - 15 - 1 = -26x - 16$ — линейная функция.

$A(-1; 10); -26x - 16 = 26 - 16 = 10$ точка A принадлежит графику этой функции.

$B(0; 16); -26x - 16 = -16 \neq 16$ точка B не принадлежит графику этой функции.

994. а) $(3n-1)(n+1) + (2n-1)(n-1) - (3n+5)(n-2) = 3n^2 + 3n - n - 1 + 2n^2 - 2n - n + 1 - 3n^2 + 6n - 5n + 10 = 2n^2 + 10$: при $n = -3,5 \Rightarrow 2n^2 + 10 = 34,5;$

б) $(5y-1)(2-y) - (3y+4)(1-y) + (2y+6)(y-3) = 10y - 5y^2 - 2 + y - 3y + 3y^2 - 4 + 4y + 2y^2 - 6y + 6y - 18 = 12y - 24$: при $y = 4 \Rightarrow 12y - 24 = 48 - 24 = 24.$

995. а) $(a-3)(a^2-8a+5) - (a-8)(a^2-3a+5) = a^3 - 8a^2 + 5a - 3a^2 + 24a - 15 - (a^3 - 3a^2 + 5a - 8a^2 + 24a - 40) = a^3 - 11a^2 + 29a - 15 - a^3 + 11a^2 - 29a + 40 = 25;$

б) $(x^2-3x+2)(2x+5) - (2x^2+7x+17)(x-4) = 2x^3 + 5x^2 - 6x^2 - 15x + 4x + 10 - (2x^3 - 8x^2 + 7x^2 - 28x + 17x - 68) = 2x^3 - 2x^3 - x^2 + x^2 - 11x + 11x + 10 + 68 = 78.$

996. $(a^2+b^2)(ab+cd) - ab \cdot (a^2+b^2-c^2-d^2) = a^3b + a^2cd + ab^3 + b^2cd - a^3b - ab^3 + abc^2 + abd^2 = (a^2cd + abc^2) + (b^2cd + abd^2) = ac \cdot (ad+bc) + bd \cdot (bc+ad) = (ac+bd)(ad+bc).$

997. $(b+c-2a)(c-b) + (c+a-2b)(a-c) - (a+b-2c)(a-b) = ((c+b)-2a)(c-b) + ((a+c)-2b)(a-c) - ((a+b)-2c)(a-b) = c^2 - b^2 - 2a \cdot (c-b) + a^2 - c^2 - 2b \cdot (a-c) - a^2 + b^2 + 2c \cdot (a-b) = 2ab - 2ac + 2bc - 2ab + 2ac - 2bc = 0.$

998. а) $(a+8)^2 - 2 \cdot (a+8)(a-2) + (a-2)^2 = (a+8-a+2)^2 = 10^2 = 100$; б) $(y-7)^2 - 2 \cdot (y-7)(y-9) + (y-9)^2 = (y-7-y+9)^2 = 2^2 = 4.$

999. а) $2(a^2-1)^2 - (a^2+3)(a^2-3) - \frac{1}{2}(a^2+a-4)(2a^2+3) = 2a^4 - 4a^2 + 2 - a^4 + 9 - \frac{1}{2}(2a^4 + 3a^2 + 2a^3 + 3a - 8a^2 - 12) = a^4 - 4a^2 + 11 - a^4 - a^3 + 2,5a^2 - 1,5a + 6 = -a^3 - 1,5a^2 - 1,5a + 17$; б) $4(m^3-3)^2 - (m^2-6)(m^2+6) - 9 \cdot (8-m+m^2)(1-m) = 4m^6 - 24m^3 + 36 - m^4 + 36 - 9 \cdot (8 - 8m - m + m^2 + m^2 - m^3) = 4m^6 - m^4 - 24m^3 + 72 - 72 + 81m - 18m^2 + 9m^3 = 4m^6 - m^4 - 15m^3 - 18m^2 + 81m.$

1000. $(a \cdot (a+2b) + b^2)(a \cdot (a-2b) + b^2)((a^2-b^2)^2 + 4a^2b^2) = (a^2+2ab+b^2)(a^2-2ab+b^2)(a^4+b^4-2a^2b^2+4a^2b^2) = (a+b)^2 \cdot (a-b)^2 \cdot (a^2+b^2)^2 = (a^2-b^2)^2 \times (a^2+b^2)^2 = (a^4-b^4)^2 = a^8 - 2a^4b^4 + b^8.$

1001. а) $(a+b)^2 \cdot (a-b) - 2ab \cdot (b-a) - 6ab \cdot (a-b) = (a-b)((a+b)^2 + 2ab - 6ab) = (a-b)(a^2+b^2+2ab-4ab) = (a-b)(a-b)^2 = (a-b)^3$; б) $(a+b)(a-b)^2 + 2ab \cdot (a+b) - 2ab \cdot (-a-b) = (a+b)(a^2-2ab+b^2+2ab+2ab) = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)^3.$

1002. $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4) - (a^3-b^3)(a^3+b^3) = a^6+b^6-a^6+b^6 = 2b^6.$

1003. а) $(y+5)(y^2-5y+25) - y \cdot (y^2+3) = y^3 + 125 - y^3 - 3y = 125 - 3y$: при $y = -2 \Rightarrow 125 - 3y = 125 + 6 = 131$;

б) $x(x+3)^2 - (x-1)(x^2+x+1) = x \cdot (x^2+6x+9) - x^3+1 = x^3+6x^2+9x-x^3+1 = 6x^2+9x+1$: при $x = -4 \Rightarrow 6x^2+9x+1 = 96-36+1 = 61$;

в) $(2p-1)(4p^2+2p+1) - p \cdot (p-1)(p+1) = 8p^3 - 1 - p^3 + p = 7p^3 + p - 1$: при $p = 1,5 \Rightarrow 7p^3 + p - 1 = 23,625 + 1,5 - 1 = 24,125$.

1004. $(p^2 + cq^2)(r^2 + cs^2) = p^2r^2 + p^2cs^2 + cq^2r^2 + c^2q^2s^2 = (p^2r^2 + c^2q^2s^2 + 2prcqs) + (p^2cs^2 + cq^2r^2 - 2prcqs) = (pr + cqs)^2 + c \cdot (p^2s^2 + q^2r^2 - 2prqs) = (pr + cqs)^2 + c(ps - qr)^2$.

1005. Из $(x^2 + x - 1)(x - a) = x^3 - ax^2 + x^2 - ax - x + a = x^3 + x^2 \cdot (1 - a) + (-a - 1)x + a$ имеем, что:
а) $1 - a = 0 \Rightarrow a = 1$ — не содержит x^2 , при $a = 1$;
б) $-a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ — не содержит x ; при $a = -1$.

1006. Из $(x^2 - 10x + 6)(2x + b) = 2x^3 + bx^2 - 20x^2 - 10bx + 12x + 6b = 2x^3 + (b - 20)x^2 + (12 - 10b)x + 6b$ имеем, что: а) $b - 20 = 0 \Rightarrow b = 20$ — не содержит x ; при $b = 20$; б) $2 = 12 - 10b \Rightarrow 10b = 10 \Rightarrow b = 1$ — равные коэффициенты при x^3 и при x при $b = 1$.

1007. а) $7a^3 + 7b^3 = 7 \cdot (a^3 + b^3) = 7 \cdot (a + b)(a^2 - ab + b^2)$; б) $2a^4 - 2b^4 = 2 \cdot (a^4 - b^4) = 2 \cdot (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = 2 \times (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$; в) $5a^4 + 5b^4 = 5 \cdot (a^4 + b^4)$; г) $2,5a^6 - 2,5b^6 = 2,5 \cdot (a^6 - b^6) = 2,5 \cdot (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = 2,5 \cdot (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$; д) $1,2a^6 + 1,2b^6 = 1,2 \cdot (a^6 + b^6) = 1,2 \cdot (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$; е) $3a^8 - 3b^8 = 3 \cdot (a^8 - b^8) = 3 \cdot (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = 3 \cdot (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = 3 \cdot (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$.

1008. $111111 - 222 = 111 \cdot (1001 - 2) = 111 \cdot 999 = 111 \cdot 111 \cdot 9 = (111 \cdot 3)^2$.

1009. а) $9c^{15} - c^{13} = c^{13}(9c^2 - 1) = c^{13}(3c - 1)(3c + 1)$; б) $x^{22} - \frac{1}{49}x^{20} = x^{20}(x^2 - \frac{1}{49}) = x^{20}(x - \frac{1}{7})(x + \frac{1}{7})$; в) $a^5 - 0,64a^2 = a^2 \cdot (a^3 - 0,64)$; г) $y^7 - 1\frac{7}{9}y^5 = y^5 \times (y^2 - \frac{16}{9}) = y^5 \cdot (y - \frac{4}{3})(y + \frac{4}{3})$.

1010. а) $2x^8 - 12x^4 + 18 = 2 \cdot (x^8 - 6x^4 + 9) = 2(x^4 - 3)^2$; б) $-2a^6 - 8a^3b - 8b^2 = -2 \cdot (a^6 + 4a^3b + 4b^2) = -2(a^3 + 2b)^2$; в) $a^4b + 6a^2b^3 + 9b^5 = b \cdot (a^4 +$

$$+ 6a^2b^2 + 9b^4) = b(a^2 + 3b^2)^2; \text{ г) } 4x + 4xy^6 + xy^{12} = x \times \times (4 + 4y^6 + y^{12}) = x(2 + y^6)^2.$$

1011. а) $70a - 84b + 20ab - 24b^2 = 10a \cdot (7 + 2b) - 12b \times \times (7 + 2b) = (10a - 12b)(7 + 2b) = 2 \cdot (5a - 6b)(7 + 2b);$
 б) $21bc^2 - 6c - 3c^3 + 42b = 3c^2 \cdot (7b - c) + 6 \cdot (7b - c) = = (3c^2 + 6)(7b - c) = 3 \cdot (c^2 + 2)(7b - c);$ в) $12y - 9x^2 + + 36 - 3x^2y = 12 \cdot (y + 3) - 3x^2 \cdot (y + 3) = (12 - 3x^2)(y + + 3) = 3 \cdot (4 - x^2)(y + 3) = 3 \cdot (2 - x)(2 + x)(y + 3);$
 г) $30a^3 - 18a^2b - 72b + 120a = 30a \cdot (a^2 + 4) - 18b \times \times (a^2 + 4) = (30a - 18b)(a^2 + 4) = 6 \cdot (5a - 3b)(a^2 + 4).$

1012. а) $3a^3 - 3ab^2 + a^2b - b^3 = a^2 \cdot (3a + b) - b^2 \times \times (3a + b) = (a^2 - b^2)(3a + b) = (a - b)(a + b)(3a + b);$
 б) $2x - a^2y - 2a^2x + y = 2x \cdot (1 - a^2) + y \cdot (1 - a^2) = (2x + + y)(1 - a^2) = (2x + y)(1 - a)(1 + a);$ в) $3p - 2c^3 - 3c^3p + + 2 = 3p \cdot (1 - c^3) + 2 \cdot (1 - c^3) = (3p + 2)(1 - c^3) = (3p + + 2)(1 - c)(1 + c + c^2);$ г) $a^4 - 24 + 8a - 3a^3 = a^3 \cdot (a - 3) + + 8 \cdot (a - 3) = (a^3 + 8)(a - 3) = (a + 2)(a^2 - 2a + 4)(a - 3).$

1013. а) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x + 3) - 4 \cdot (x + + 3) = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x + 3) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2)(x + + 3) \Rightarrow x = \pm 2; \text{ и } -3;$

б) $2m^3 - m^2 - 18m + 9 = 0 \Rightarrow m^2 \cdot (2m - 1) - 9 \cdot (2m - - 1) = 0 \Rightarrow (m^2 - 9)(2m - 1) = 0 \Rightarrow (m - 3)(m + + 3)(2m - 1) = 0 \Rightarrow m = \pm 3; \text{ и } 0,5;$

в) $y^3 - 6y^2 = 6 - y \Rightarrow y^2 \cdot (y - 6) + (y - 6) = 0 \Rightarrow (y^2 + + 1)(y - 6) = 0 \Rightarrow y = 6;$

г) $2a^3 + 3a^2 = 2a + 3 \Rightarrow a^2 \cdot (2a + 3) - (2a + 3) = 0 \Rightarrow \Rightarrow (a^2 - 1)(2a + 3) = 0 \Rightarrow a = \pm 1; \text{ и } -\frac{3}{2}.$

1014. а) $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x - 2) - (x - - 2) = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1)(x - - 2) = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ и } 2;$

б) $y^3 - y^2 = 16y - 16 \Rightarrow y^2 \cdot (y - 1) - 16 \cdot (y - 1) = 0 \Rightarrow \Rightarrow (y^2 - 16)(y - 1) = 0 \Rightarrow (y - 4)(y + 4)(y - 1) = 0 \Rightarrow \Rightarrow y = \pm 4 \text{ и } 1;$

$$\text{в)} 2y^3 - y^2 - 32y + 16 = 0 \Rightarrow y^2 \cdot (2y - 1) - 16 \cdot (2y - 1) = 0 \Rightarrow (y^2 - 16)(2y - 1) = 0 \Rightarrow (y - 4)(y + 4)(2y - 1) = 0 \Rightarrow y = \pm 4 \text{ и } 0,5;$$

$$\text{г)} 4x^3 - 3x^2 = 4x - 3 \Rightarrow x^2 \cdot (4x - 3) - (4x - 3) = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 1)(4x - 3) = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ и } \frac{3}{4}.$$

$$\text{1015. а) } x^2 - y^2 - 1,5 \cdot (x - y) = (x - y)(x + y) - 1,5 \times (x - y) = (x - y)(x + y - 1,5); \text{ б) } x^2 - a^2 + 0,5 \cdot (x + a) = (x - a)(x + a) + 0,5 \cdot (x + a) = (x + a)(x - a + 0,5);$$

$$\text{в) } 4a^2 - b^2 - 2a + b = (2a - b)(2a + b) - (2a - b) = (2a - b)(2a + b - 1); \text{ г) } p^2 - 16c^2 - p - 4c = (p - 4c)(p + 4c) - (p + 4c) = (p + 4c)(p - 4c - 1); \text{ д) } a^2 + 6a + 6b - b^2 = (a - b)(a + b) + 6 \cdot (a + b) = (a + b)(a - b + 6);$$

$$\text{е) } x^2 - 7x + 7y - y^2 = (x - y)(x + y) - 7 \cdot (x - y) = (x - y)(x + y - 7).$$

$$\text{1016. а) } x^2 \cdot (x + 2y) - x - 2y = (x^2 - 1)(x + 2y) = (x - 1)(x + 1)(x + 2y); \text{ б) } x^2 \cdot (2y - 5) - 8y + 20 = (x^2 - 4)(2y - 5) = (x - 2)(x + 2)(2y - 5); \text{ в) } a^3 - 5a^2 - 4a + 20 = a^2 \times (a - 5) - 4 \cdot (a - 5) = (a^2 - 4)(a - 5) = (a - 2)(a + 2)(a - 5);$$

$$\text{г) } x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = x^2 \cdot (x - 4) - 9 \cdot (x - 4) = (x - 3)(x + 3)(x - 4).$$

$$\text{1017. а) } a^2 - b^2 + 2(a + b)^2 = (a - b)(a + b) + 2(a + b)^2 = (a + b)(a - b + 2a + 2b) = (a + b)(3a + b); \text{ б) } b^2 - c^2 - 10(b - c)^2 = (b - c)(b + c) - 10(b - c)^2 = (b - c)(b + c - 10b + 10c) = (b - c)(11c - 9b); \text{ в) } 2(x - y)^2 + 3x^2 - 3y^2 = 2 \cdot (x - y)(x - y) + 3 \cdot (x - y)(x + y) = (x - y)(2x - 2y + 3x + 3y) = (x - y)(5x + y); \text{ г) } 5a^2 - 5 - 4(a + 1)^2 = 5 \cdot (a - 1)(a + 1) - 4(a + 1)^2 = (a + 1)(5a - 5 - 4a - 4) = (a + 1)(a - 9).$$

$$\text{1018. а) } a^2 + b^2 - 2ab - 25 = (a - b)^2 - 25 = (a - b - 5)(a - b + 5); \text{ б) } 36 - b^2 - c^2 + 2bc = 36 - (b - c)^2 = (6 - b + c)(6 + b - c); \text{ в) } 49 - 2ax - a^2 - x^2 = 49 - (a + x)^2 = (7 - a - x)(7 + a + x); \text{ г) } b^2 - a^2 - 12a - 36 = b^2 - (a + 6)^2 = (b - a - 6)(b + a + 6); \text{ д) } 81a^2 + 6bc - 9b^2 - c^2 = 81a^2 - (3b - c)^2 = (9a - 3b + c)(9a + 3b - c);$$

$$\text{е) } b^2c^2 - 4bc - b^2 - c^2 + 1 = (bc - 1)^2 - (b + c)^2 = (bc - 1 - b - c)(bc - 1 + b + c).$$

1019. а) $x^3 + y^3 + 2xy \cdot (x + y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2) + 2xy \cdot (x + y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2 + 2xy) = (x + y)(x^2 + xy + y^2)$; б) $x^3 - y^3 - 5x \cdot (x^2 + xy + y^2) = (x - y)(x^2 + xy + y^2) - 5x \cdot (x^2 + xy + y^2) = (x - y - 5x)(x^2 + xy + y^2) = (-4x - y)(x^2 + xy + y^2)$; в) $2b^3 + a \cdot (a^2 - 3b^2) = 2b^3 + a^3 - 3ab^2 = a^3 - b^3 + 3b^3 - 3ab^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) - 3b^2 \cdot (a - b) = (a - b)(a^2 + ab - 2b^2)$; г) $p^3 - 2p^2 + 2p - 1 = (p^3 - 1) - 2p \cdot (p - 1) = (p - 1)(p^2 + p + 1) - 2p \cdot (p - 1) = (p - 1)(p^2 - p + 1)$; д) $8b^3 + 6b^2 + 3b + 1 = (8b^3 + 1) + 3b \cdot (2b + 1) = (2b + 1)(4b^2 - 2b + 1) + 3b \cdot (2b + 1) = (2b + 1)(4b^2 + b + 1)$; е) $a^3 - 4a^2 + 20a - 125 = (a^3 - 125) - 4a \cdot (a - 5) = (a - 5)(a^2 + 5a + 25) - 4a \cdot (a - 5) = (a - 5)(a^2 + a + 25)$.

1020. а) $x^3 + y^3 + 2x^2 - 2xy + 2y^2 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) + 2 \cdot (x^2 - xy + y^2) = (x + y + 2)(x^2 - xy + y^2)$; б) $a^3 - b^3 + 3a^2 + 3ab + 3b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + 3 \times (a^2 + ab + b^2) = (a - b + 3)(a^2 + ab + b^2)$; в) $a^4 + ab^3 - a^3b - b^4 = a \cdot (a^3 + b^3) - b \cdot (a^3 + b^3) = (a - b)(a^3 + b^3) = (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)$; г) $x^4 + x^3y - xy^3 - y^4 = x \cdot (x^3 - y^3) + y \cdot (x^3 - y^3) = (x + y)(x^3 - y^3) = (x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$.

1021. а) $x^2 - 2xy + y^2 + a^2 = (x - y)^2 + a^2 \geq 0$; б) $4x^2 + a^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2 + a^2 \geq 0$; в) $9b^2 - 6b + 4c^2 + 1 = (3b - 1)^2 + 4c^2 \geq 0$; г) $a^2 + 2ab + 2b^2 + 2b + 1 = (a + b)^2 + (b + 1)^2 \geq 0$; д) $x^2 - 4xy + y^2 + x^2y^2 + 1 = (x - y)^2 + (xy - 1)^2 \geq 0$; е) $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 10 = (x + 1)^2 + (y + 3)^2 \geq 0$.

1022. а) $a^2 + 16a + 64 = (a + 8)^2 \geq 0$; — нет, данное выражение не может принимать отрицательные значения, так как квадрат любого числа не отрицателен; б) $-b^2 - 25 + 10b = -(b - 5)^2 \leq 0$; нет, данное выражение не может принимать положительные значения;

в) $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2 \leq 0$; — данное выражение может принимать не отрицательные значения, например при $x = 3$; $-(x - 3)^2 = 0$; г) $(y + 10)^2 - 0,1$; — данное выражение может принимать отрицательные значения, например при $y = -10$; $(y + 10)^2 - 0,1 = -0,1$; д) $0,001 - (a + 100)^2$; — данное выражение может принимать положительные значения, например при $a = -100$; $0,001 - (a + 100)^2 = 0,001$.

1023. а) $(2n + 3)(3n - 7) - (n + 1)(n - 1) = 6n^2 - 14n + 9n - 21 - n^2 + 1 = 5n^2 - 5n - 20 = 5 \cdot (n^2 - n - 4)$ — кратно 5; б) $(7n + 8)(n - 1) + (3n - 2)(n + 2) = 7n^2 - 7n + 8n - 8 + 3n^2 + 6n - 2n - 4 = 10n^2 + 5n - 12 = 5 \cdot (2n^2 + n - 3) + 3$ — не кратно 5.

1024. $(10n + 5)^2 = 100n^2 + 100n + 25 = 100n \cdot (n + 1) + 25$; $25^2 = 100 \cdot 2 \cdot (2 + 1) + 25 = 625$; $45^2 = 100 \cdot 4 \cdot (4 + 1) + 25 = 2025$; $75^2 = 100 \cdot 7 \cdot (7 + 1) + 25 = 5625$; $115^2 = 100 \cdot 11 \cdot (11 + 1) + 25 = 13225$.

ГЛАВА VI. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

§15. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы

40. Линейное уравнение с двумя переменными

1025. Линейным уравнением с двумя переменными называется уравнение вида $ax + by = c$, где x и y — переменные, a , b и c — некоторые числа: а) $3x - y = 17$ — уравнение является линейным; б) $x^2 - 2y = 5$ — уравнение не является линейным; в) $13x + 6y = 0$ — уравнение является линейным; г) $xy + 2x = 9$ — уравнение не является линейным.

1026. Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.

Дано: $x + y = 6$. При $x = 1\frac{5}{7}$ и $y = 4\frac{2}{7}$ $x + y = 1\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7} = 6$; пара чисел является решением данного уравнения. $x = 6$, $y = 0$ и $x = 0$, $y = 6$; — так же являются решением данного уравнения.

1027. а) пары значений переменных x и y $(-4; 3)$, $(-1; -3)$, $(0; -5)$ — являются решением уравнения $2x + y = -5$; б) пары значений переменных x и y : $(-5; 0)$, $(4; -3)$ — являются решением уравнения $x + 3y = 5$.

1028. Решением уравнения $10x + y = 10$ являются пары чисел $(0, 1; 11)$, $(1; 2)$.

1029. а) $x = 2$, $y = 4,5$; $x + y = 6,5$; б) $x = -1$, $y = 2$; $x + y = 1$.

1030. а) $4x - 3y = 12 \Rightarrow 3y = 4x - 12 \Rightarrow y = \frac{4x-12}{3}$;

б) $4x - 3y = 12 \Rightarrow 4x = 12 + 3y \Rightarrow x = \frac{12+3y}{4}$.

1031. а) $2u + v = 4 \Rightarrow v = 4 - 2u$; б) $2u + v = 4 \Rightarrow \Rightarrow 2u = 4 - v \Rightarrow u = 2 - 0,5v$.

1032. а) $3x + 2y = 12 \Rightarrow 2y = 12 - 3x \Rightarrow y = 6 - 1,5x$:
(2; 3); (4; 0); (0; 6);

б) $5y - 2x = 1 \Rightarrow 5y = 1 + 2x \Rightarrow y = 0,2 + 0,4x$: (0; 0,2);
(1; 0,6); (2; 1).

1033. а) $x - 6y = 4$; $x = 6y + 4$. Решением данного уравнения являются пары чисел (10; 1); (4; 0); (-2; -1); б) $3x - y = 10$; $y = 3x - 10$; Решением данного уравнения являются пары чисел (0; -10); (1; -7); (4; 2).

1034. Необходимо среди решений уравнения $x + 2y = 18$ найти пару составленную из двух одинаковых чисел, то есть $x = y$; $x + 2x = 18$; $3x = 18$; $x = 6$; $y = 6$. Искомая пара чисел (6; 6).

1035. Пара $x = 2$, $y = 1$ является решением уравнения $ax + 2y = 8$; значит $a \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 8 \Rightarrow 2a + 6 \Rightarrow a = 3$.

1036. Пусть двухрублевых монет было x , а пятирублёвых y . Тогда $2x + 5y = 28 \Rightarrow x = \frac{28-5y}{2} = 14 - \frac{5}{2}y$; так как количество монет должно быть целым числом то y обязательно чётное число: при $y = 0$; $x = 14 - 2,5y = 14$; при $y = 2$; $x = 14 - 5 = 9$; при $y = 4$; $x = 14 - 10 = 4$. Ответ: было взято 9, или 4.

1037. Пусть ученик купил x тетрадей и y карандашей. Тогда $5x + 7y = 44 \Rightarrow y = \frac{44-5x}{7}$; x и y должны быть целыми и больше нуля: $x = 6$, $y = 2$.

1038. Пусть хозяйка купила мелких тарелок x глубоких y . Тогда $30x + 35y = 320 \Rightarrow 35y = 320 - 30x \Rightarrow \Rightarrow y = \frac{64-6x}{7} \Rightarrow x = 6$, $y = 4$;

1039. Пусть количество пакетов по 3 кг x , а по 2 кг y . Значит $3x + 2y = 20 \Rightarrow y = 10 - 1,5x$; Значит x чётное: при $x = 2 \Rightarrow y = 7$; при $x = 4 \Rightarrow y = 4$; при $x = 6 \Rightarrow y = 1$.

1040. Пусть всего тетрадей в клетку купили x , а в линейку y , x и y целые числа больше нуля. Тогда $15x + 10y = 320 \Rightarrow y = 32 - 1,5x$:

а) при $x = y \Rightarrow 25x = 320 \Rightarrow x = 12,8$; одинаковое количество тетрадей невозможно купить;

б) все возможные пары: (2; 29); (4; 26); (6; 23); (8; 20); (10; 17); (12; 14); (14; 11); (16; 8); (18; 5); (20; 2);

в) максимальное количество тетрадей при $x = 2 \Rightarrow y = 29 \Rightarrow x + y = 31$;

г) минимальное количество тетрадей при $x = 20 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x + y = 22$.

1041. Пусть первоначально было число $\overline{xy}$. Тогда $\overline{xy} = \overline{yx} - 54 \Rightarrow 10x + y = 10y + x - 54 \Rightarrow 9x = 9y - 54 \Rightarrow x = y - 6$. При $y = 7x = 1$; $y = 8$, $x = 2$; $y = 9x = 3$. Ответ: 17. 28 и 39.

1042. x — искомое число: $x = 5q + 1 \Rightarrow x = 6w + 2 \Rightarrow 5q + 1 = 6w + 2 \Rightarrow q = \frac{6w+1}{5}$. Минимальное целое w которое удовлетворяет равенству 4: $x = 6w + 2 = 26$. Ответ: 26.

1043. а) $2c(c-4)^2 - c^2 \cdot (2c-10) = 2c \cdot (c^2 - 8c + 16) - 2c^3 + 10c^2 = 2c^3 - 16c^2 + 32c - 2c^3 + 10c^2 = -6c^2 + 32c = c \cdot (32 - 6c)$: при $c = 0,2 \Rightarrow c \cdot (32 - 6c) = 0,2 \times (32 - 1,2) = 6,16$;

б) $(a-4b)(4b+a) = a^2 - 16b^2$: при $a = 1,2$ и $b = -0,6 \Rightarrow a^2 - 16b^2 = 1,44 - 16 \cdot 0,36 = -4,32$;

в) $3Z^2 - 0,6p^2 = 3p + 0,6p^2 + 0,03p^3 - 0,6p^2 = 3 \cdot (p + 0,03p^3)$: при $p = -2 \Rightarrow 3 \cdot (p + 0,03p^3) = 3 \cdot (-2 - 0,24) = -6,72$.

1044. а) $1+a-a^2-a^3 = (1+a)-a^2 \cdot (1+a) = (1-a^2)(1+a) = (1-a)(1+a)(1+a)$; б) $8-b^3+4b-2b^2 = 4 \cdot (2+b) - b^2 \cdot (b+2) = (4-b^2)(b+2) = (2-b)(2+b)(b+2)$.

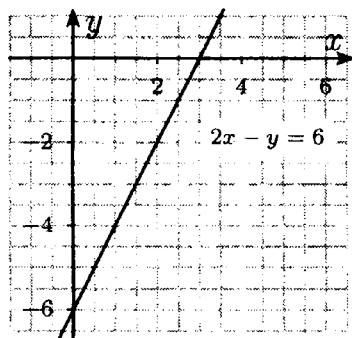
41. График линейного уравнения с двумя переменными

1045. $3x + 4y = 12$: а) $A(4; 1) \Rightarrow 3x + 4y = 12 + 1 = 13 \neq 12$ не принадлежит; б) $B(1; 3) \Rightarrow 3x + 4y = 3 + 12 = 15 \neq 12$ не принадлежит; в) $C(-6; -7,5) \Rightarrow 3x + 4y = -(3 \cdot 6 + 4 \cdot 7,5) \neq 12$ не принадлежит; г) $D(0; 3) \Rightarrow 3x + 4y = 0 + 12 = 12$ принадлежит.

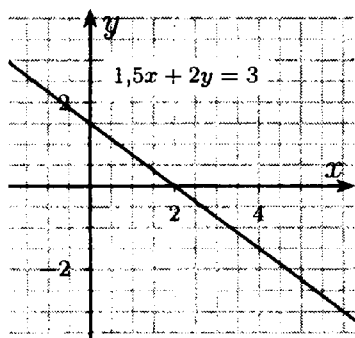
1046. Точки $A(6; 1)$, $B(-6; 5)$, $C(0; -2)$ принадлежат графику функции $x - 2y = 4$. Точка $D(-1; 3)$ не принадлежит.

1047. $P(-1; 2)$: $3x - y = 3 \cdot (-1) - 2 = -5 \Rightarrow -x + 10y = -(-1) + 10 \cdot 2 = 21 \Rightarrow 11x + 21y = -11 + 42 = 31$, значит через точку P проходят все 3 графика.

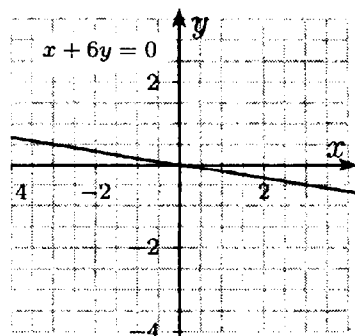
1048.



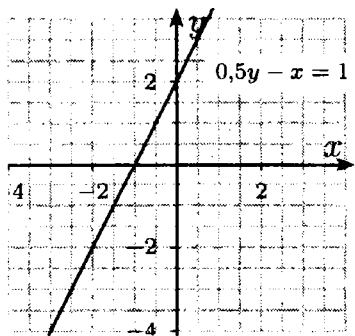
а)



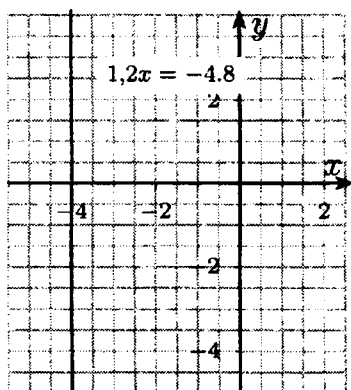
б)



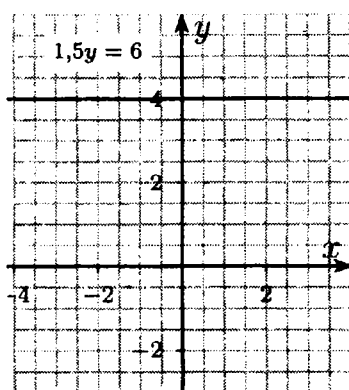
в)



г)

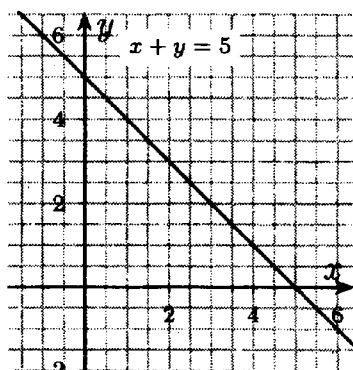


д)

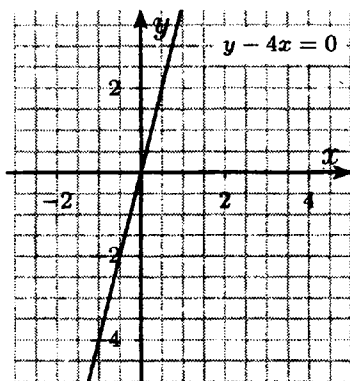


е)

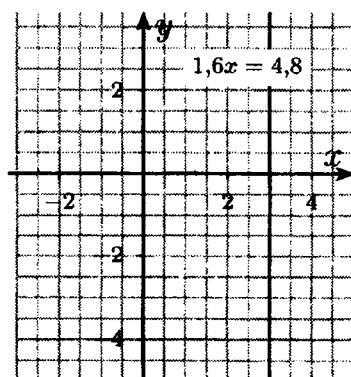
1049.



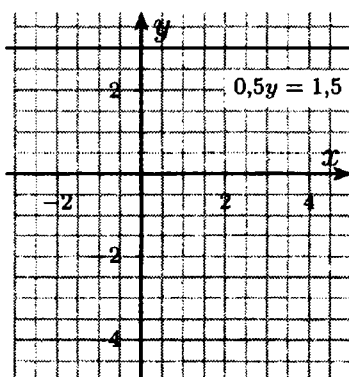
а)



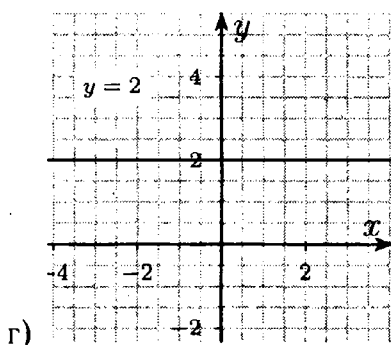
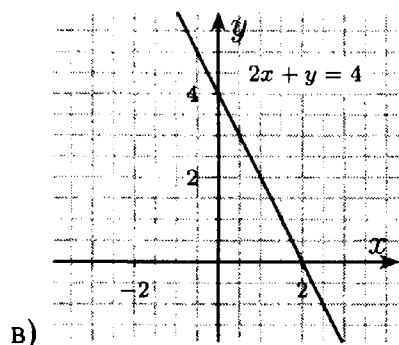
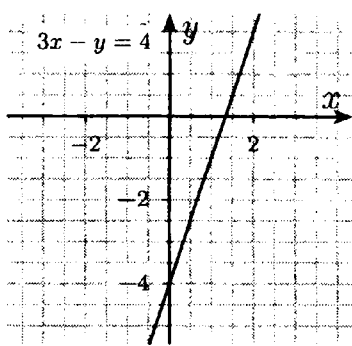
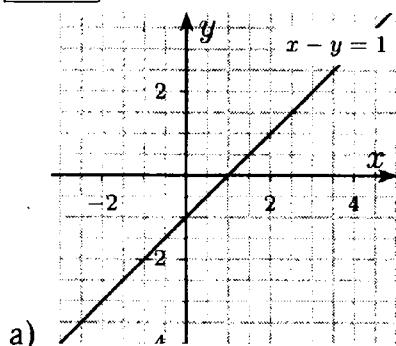
б)



в)



г)

1050.

1051. $21x - 5y = 100$: при $x = 3 \Rightarrow 63 - 5y = 100 \Rightarrow 5y = -37 \Rightarrow y = -7,4$.

1052. $12x - 5y = 132$: при $y = 0 \Rightarrow 12x = 132 \Rightarrow x = 11$.

1053. а) $12x - 8y = 25$ — 1-3-4; б) $6x + 3y = 11$ — 1-2-4; в) $1,5x = 150$ — 1-4; г) $0,2x = 43$ — 1-4.

1) При $a \geq 0$ и $b \geq 0$. График функции $ax = b$ расположен в 1-4 координатных углах. График функции $ay = b$ расположен в 1-2 координатных углах. График функции $ax + by = c$ расположен в 1-2-4 координатных углах, либо расположен в 1-3-4 координатных углах.

1054. а) $\frac{16-x}{8} - \frac{18-x}{12} = 0$ умножим обе части на 24 $\Rightarrow 48 - 3x = 36 - 2x \Rightarrow x = 12$;

$$6) \frac{x-15}{2} - \frac{2x+1}{8} + 1 = 0 \text{ умножим обе части на } 8 \Rightarrow 4x - 60 - 2x - 1 + 8 = 0 \Rightarrow 2x = 53 \Rightarrow x = 26,5.$$

$$\boxed{1055.} \text{ а) } a \cdot (a-4) - (a+4)^2 = a^2 - 4a - a^2 - 8a - 16 = -12a - 16: \text{ при } a = -1\frac{1}{4} = -\frac{5}{4} \Rightarrow -12a - 16 = -12 \cdot (-\frac{5}{4}) - 16 = 15 - 16 = -1;$$

$$6) (2a-5)^2 - 4 \cdot (a-1)(3+a) = 4a^2 - 20a + 25 - 4 \times (3a + a^2 - 3 - a) = 4a^2 - 4a^2 - 20a - 12a + 4a + 25 + 12 = -28a + 37: \text{ при } a = \frac{1}{12} \Rightarrow -28a + 37 = -28 \times \frac{1}{12} + 37 = -2\frac{1}{3} + 37 = 34\frac{2}{3}.$$

42. Системы линейных уравнений с двумя переменными

$$\boxed{1056.} \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}: \text{ а) } x = 3, y = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 3 + 1 = 4 \\ 2x - y = 6 - 1 = 5 \neq 2 \end{cases} \text{ — не является решением;}$$

$$6) x = 2, y = 2 \Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 + 2 = 4 \\ 2x - y = 4 - 2 = 2 \end{cases} \text{ — является решением.}$$

$$\boxed{1057.} u = 3, v = -1: \text{ а) } \begin{cases} 3u + v = 9 - 1 = 8 \\ 7u - 2v = 21 + 2 = 23 \end{cases} \text{ — является решением;}$$

$$6) \begin{cases} v + 2u = -1 + 6 = 5 \\ u + 2v = 3 - 2 = 1 \end{cases} \text{ — является решением.}$$

$$\boxed{1058.} \text{ а) } (-3; 4) \begin{cases} x = y - 7 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 = 4 - 7 \\ -9 + 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 = -3 \\ 7 \neq 0 \end{cases} \text{ — не является решением.}$$

$$(-2; -6), \begin{cases} x = y - 7 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 = -6 - 7 \\ -6 - 24 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \neq -13 \\ -30 \neq 0 \end{cases} \text{ — не является решением.}$$

$$(-4; 3), \begin{cases} x = y - 7 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 = 3 - 7 \\ -12 + 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 = -4 \\ 0 = 0 \end{cases} \quad - \text{ является решением.}$$

$$\text{б) } (-3; 4), \begin{cases} 13x - y = 0 \\ 5x - y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -39 - 4 = 0 \\ -15 - 4 = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -43 \neq 0 \\ -19 \neq -4 \end{cases} \quad - \text{ не является решением.}$$

$$(-2; -6), \begin{cases} 13x - y = 0 \\ 5x - y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -26 + 6 = 0 \\ -10 + 6 = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20 \neq 0 \\ -4 = -4 \end{cases} \quad - \text{ не является решением.}$$

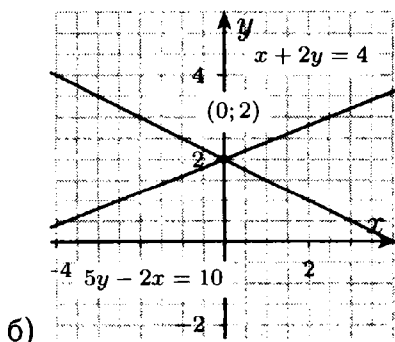
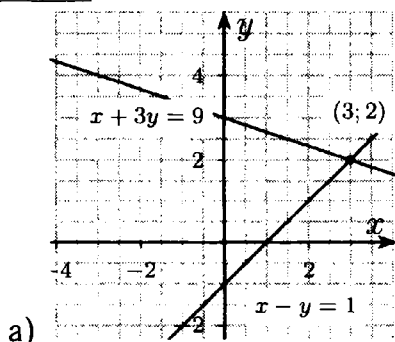
$$(-4; 3), \begin{cases} 13x - y = 0 \\ 5x - y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -52 - 3 = 0 \\ -20 - 3 = -4 \end{cases} \Rightarrow$$

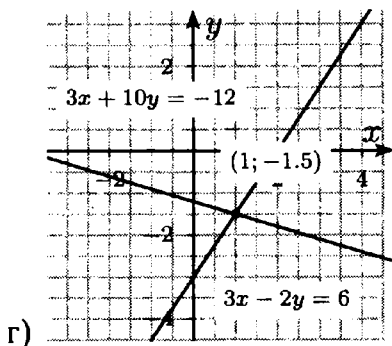
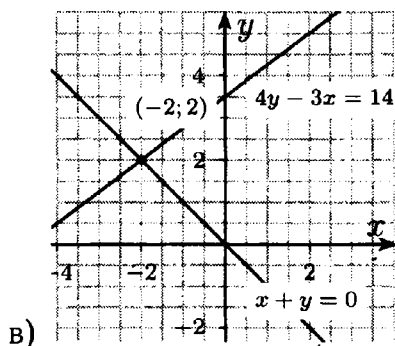
$$\Rightarrow \begin{cases} -55 \neq 0 \\ -23 \neq -4 \end{cases} \quad - \text{ не является решением.}$$

1059. а) $\begin{cases} 2x + y = 9 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$ — решением данной системы служит пара $x = 4, y = 1$;

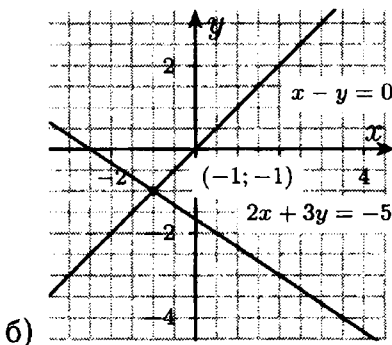
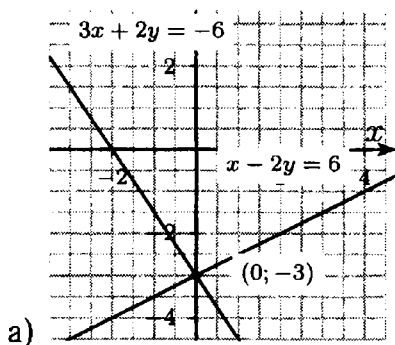
б) $\begin{cases} 5x + y = 3 \\ 3x - 3y = -9 \end{cases}$ — решением данной системы служит пара $x = 0, y = 3$.

1060.





1061.



1062. а) $\begin{cases} 4y - x = 12 \\ 3y + x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 + \frac{1}{4}x \\ y = -1 - \frac{1}{3}x \end{cases}$ — угловые

коэффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны. Значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

б) $\begin{cases} y - 3x = 0 \\ 3y - x = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x \\ y = 2 + \frac{1}{3}x \end{cases}$ — угловые коэффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны. Значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

$$в) \begin{cases} 1,5x = 1 \\ -3x + 2y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -1 + 1,5x \end{cases} \quad \text{— графики}$$

этих функций пересекаются, значит система имеет единственное решение.

$$г) \begin{cases} x + 2y = 3 \\ y = -0,5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1,5 - 0,5x \\ y = 0 - 0,5x \end{cases} \quad \text{— угловые коэф-}$$

фициенты одинаковы, а точки пересечения с осью y различны, значит данная система уравнений не имеет решений.

$$д) \begin{cases} 2x = 11 - 2y \\ 6y = 22 - 4x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5,5 - x \\ y = \frac{11}{3} - \frac{2}{3}x \end{cases} \quad \text{— угловые коэф-}$$

фициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны, значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

$$е) \begin{cases} -x + 2y = 8 \\ x + 4y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 + 0,5x \\ y = 2,5 - 0,25x \end{cases} \quad \text{— угловые ко-}$$

эффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны, значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

$$\boxed{1063.} \quad а) \begin{cases} x = 6y - 1 \\ 2x - 10y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{6}x + 1 \\ y = 0,2x - 0,3 \end{cases} \quad \text{— угло-}$$

вые коэффициенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны, значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

$$б) \begin{cases} 5x + y = 4 \\ x + y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 - 5x \\ y = 6 - x \end{cases} \quad \text{— угловые коэффи-}$$

циенты прямых, являющихся графиками этих функций, различны, значит эти прямые пересекаются и система имеет единственное решение.

$$в) \begin{cases} 12x - 3y = 5 \\ 6y - 24x = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x - \frac{5}{3} \\ y = 4x - \frac{5}{3} \end{cases} \text{ — очевидно, что}$$

графики уравнений совпадают. Система имеет бесконечное множество решений.

$$\boxed{1064.} \text{ а) } \begin{cases} x - 3y = 5 \\ 3x - 9y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 3y = 5 \\ x - 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \\ x - 3y = 5 \end{cases} \text{ — графики уравнений совпадают,}$$

значит любая пара $(x_0; y_0)$ чисел, в которой x_0 — произвольное число, а $y_0 = \frac{1}{3}x_0 - \frac{5}{3}$, является решением системы: при $x = 5$; $y = 0$; при $x = 2$; $y = -1$; при $x = 0$; $y = -1\frac{2}{3}$;

$$б) \begin{cases} 1,5y + x = -0,5 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y + 2x = -1 \\ 3y + 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}x \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \text{ — графики уравнений совпадают,}$$

значит любая пара $(x_0; y_0)$ чисел, в которой x_0 — произвольное число, а $y_0 = -\frac{2}{3}x_0 - \frac{1}{3}$, является решением системы: при $x = -0,5$, $y = 0$; при $x = 1$, $y = -1$; при $x = -2$, $y = 1$.

$$\boxed{1065.} \text{ а) } \frac{2x-3}{4} - 3x = \frac{x+1}{2} \Rightarrow 2x - 3 - 12x = 2x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{12};$$

$$б) 6 = \frac{3x-1}{5} - \frac{x}{5} \Rightarrow 90 = 15x - 5 - 3x \Rightarrow 12x = 95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 7\frac{11}{12}.$$

$$\boxed{1066.} \text{ а) } (5c^2 - c + 8)(2c - 3) - 16 = 10c^3 - 15c^2 -$$

$$- 2c^2 + 3c + 16c - 24 - 16 = 10c^3 - 17c^2 + 19c - 40;$$

$$б) 18m^3 - (3m - 4)(6m^2 + m - 2) = 18m^3 - 18m^3 -$$

$$- 3m^2 + 6m + 24m^2 + 4m - 8 = 21m^2 + 10m - 8.$$

$$\boxed{1067.} \text{ а) } a^3 + a^2 - x^2a - x^2 = a^2 \cdot (a + 1) - x^2 \times$$

$$\times (a + 1) = (a^2 - x^2)(a + 1) = (a - x)(a + x)(a + 1);$$

$$6) b^3 + b^2c - 9b - 9c = b^2 \cdot (b + c) - 9 \cdot (b + c) = (b^2 - 9)(b + c) = (b - 3)(b + 3)(b + c).$$

§16. Решение систем линейных уравнений

43. Способ подстановки

1068. а) $\begin{cases} y = x - 1 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases} \Rightarrow 5x + 2 \cdot (x - 1) = 16 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 5x + 2x - 2 = 16 \Rightarrow 7x = 18 \Rightarrow x = 2\frac{4}{7}.$

Подставим в уравнение $y = x - 1$ вместе x число $2\frac{4}{7} \Rightarrow y = 2\frac{4}{7} - 1 \Rightarrow y = 1\frac{4}{7}$. Ответ: $x = 2\frac{4}{7}$, $y = 1\frac{4}{7}$.

б) $\begin{cases} x = 2 - y \\ 3x - 2y - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot (2 - y) - 2y = 11 \Rightarrow 6 -$
 $- 3y - 2y = 11 \Rightarrow -5y = 5 \Rightarrow y = -1.$

Подставим в уравнение $x = 2 - y$ вместе y число $-1 \Rightarrow x = 2 + 1 \Rightarrow x = 3$. Ответ: $x = 3$, $y = -1$.

1069. а) $\begin{cases} y - 2x = 1 \\ 6x - y = 7 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 1 + 2x$. Подставим в первое уравнение вместо буквы y выражение $1 + 2x$ получаем: $6x - (1 + 2x) = 7 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1 + 2x \Rightarrow y = 1 + 4 \Rightarrow y = 5$. Ответ: $x = 2$, $y = 5$;

б) $\begin{cases} 7x - 3y = 13 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$. Выразим из второго уравнения x через y : $x = 5 + 2y$. Подставим в первое $7 \cdot (5 + 2y) - 3y = 13 \Rightarrow 35 + 14y - 3y = 13 \Rightarrow 11y = -22 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 5 + 2y \Rightarrow x = 5 - 4 \Rightarrow x = 1$. Ответ: $x = 1$, $y = -2$.

в) $\begin{cases} x + y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$. Выразим из второго уравнения x через y : $x = 6 - y$. Подставим в первое: $3 \cdot (6 - y) - 5y = 2 \Rightarrow 18 - 3y - 5y = 2 \Rightarrow 8y = 16 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 6 - y \Rightarrow x = 6 - 2 \Rightarrow x = 4$. Ответ: $x = 4$, $y = 2$.

г) $\begin{cases} 4x - y = 11 \\ 6x - 2y = 13 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 4x - 11$. Подставим во второе: $6x - 2 \times (4x - 11) = 13 \Rightarrow 6x - 8x + 22 = 13 \Rightarrow -2x = -9 \Rightarrow x = 4,5 \Rightarrow y = 4x - 11 \Rightarrow y = 18 - 11 \Rightarrow y = 7$. Ответ: $x = 4,5$, $y = 7$;

д) $\begin{cases} y - x = 20 \\ 2x - 15y = -1 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 20 + x$. Подставим во второе: $2x - 15 \cdot (20 + x) = -1 \Rightarrow 2x - 300 - 15x = -1 \Rightarrow -13x = 299 \Rightarrow x = -23 \Rightarrow y = 20 + x \Rightarrow y = 20 - 23 \Rightarrow y = -3$. Ответ: $x = -23$, $y = -3$;

е) $\begin{cases} 25 - x = -4y \\ 3x - 2y = 30 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения x через y : $x = 25 + 4y$. Подставим во второе: $3 \cdot (25 + 4y) - 2y = 30 \Rightarrow 75 + 12y - 2y = 30 \Rightarrow 10y = -45 \Rightarrow y = -4,5 \Rightarrow x = 25 + 4y \Rightarrow x = 25 - 18 \Rightarrow x = 7$. Ответ: $x = 7$, $y = -4,5$.

1070. а) $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 7x - 2y = 31 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 12 - 2x$. Подставим во второе уравнение: $7x - 2 \cdot (12 - 2x) = 31 \Rightarrow 7x - 24 + 4x = 3 \Rightarrow 11x = 55 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow y = 12 - 2x \Rightarrow y = 12 - 10 \Rightarrow y = 2$. Ответ: $x = 5$, $y = 2$.

б) $\begin{cases} y - 2x = 4 \\ 7x - y = 1 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 4 + 2x$. Подставим во второе уравнение: $7x - 4 - 2x = 1 \Rightarrow 5x = 5 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 4 + 2x \Rightarrow y = 4 + 2 \Rightarrow y = 6$. Ответ: $x = 1$, $y = 6$.

в) $\begin{cases} 8y - x = 4 \\ 2x - 21y = 2 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения x через y : $x = 8y - 4$. Подставим во второе уравнение:

$$2 \cdot (8y - 4) - 21y = 2 \Rightarrow 16y - 8 - 21y = 2 \Rightarrow -5y = 10 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = 8y - 4 \Rightarrow x = -16 - 4 = -20.$$

Ответ: $x = -20$, $y = -2$.

г) $\begin{cases} 2x = y + 0,5 \\ 3x - 5y = 13 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $y = 2x - 0,5$. Подставим во второе уравнение: $3x - 5 \cdot (2x - 0,5) = 13 \Rightarrow 3x - 10x + 2,5 = 13 \Rightarrow -7x = 10,5 \Rightarrow x = -1,5 \Rightarrow y = 2x - 0,5 \Rightarrow y = -3 - 0,5 \Rightarrow y = -3,5$. Ответ: $x = -1,5$, $y = -3,5$.

1071. а) $\begin{cases} 2u + 5v = 0 \\ -8u + 15v = 7 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения u через v : $2u = -5v \Rightarrow u = -2,5v$; $-8 \cdot (-2,5v) + 15v = 7 \Rightarrow 20v + 15v = 7 \Rightarrow 35v = 7 \Rightarrow v = 0,2 \Rightarrow u = -2,5v \Rightarrow u = -0,5$. Ответ: $u = -0,5$, $v = 0,2$.

б) $\begin{cases} 5p - 3q = 0 \\ 3p + 4q = 29 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения p через q : $5p = 3q \Rightarrow p = 0,6q$. $3 \cdot (0,6q) + 4q = 29 \Rightarrow 1,8q + 4q = 29 \Rightarrow 5,8q = 29 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow p = 0,6q \Rightarrow p = 3$. Ответ: $p = 3$, $q = 5$.

в) $\begin{cases} 4u + 3v = 14 \\ 5u - 3v = 25 \end{cases}$. Выразим из второго уравнения u через v : $5u = 25 + 3v \Rightarrow u = 5 + 0,6v$. $4 \cdot (5 + 0,6v) + 3v = 14 \Rightarrow 20 + 2,4v + 3v = 14 \Rightarrow 5,4v = -6 \Rightarrow v = -1\frac{1}{9} \Rightarrow u = 5 + 0,6v \Rightarrow u = 5 + \frac{6}{10} \cdot (-\frac{10}{9}) \Rightarrow u = 5 - \frac{2}{3} \Rightarrow u = 4\frac{1}{3}$. Ответ: $u = 4\frac{1}{3}$, $v = -1\frac{1}{9}$.

г) $\begin{cases} 10p + 7q = -2 \\ 2p - 22 = 5q \end{cases}$. Выразим из первого уравнения p через q : $10p = -7q - 2 \Rightarrow p = -0,7q - 0,2$; $2 \cdot (-0,7q - 0,2) - 22 = 5q \Rightarrow -1,4q - 0,4 - 22 = 5q \Rightarrow 6,4q = -22,4 \Rightarrow q = -3,5 \Rightarrow p = -0,7q - 0,2 \Rightarrow p = 2,45 - 0,2 \Rightarrow p = 2,25$. Ответ: $q = -3,5$, $p = 2,25$.

1072. а) $\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y через x : $4y = -3x \Rightarrow y = -0,75x$; $2x + 3 \cdot$

$\times (-0,75x) = 1 \Rightarrow 2x - 2,25x = 1 \Rightarrow -0,25x = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = -4 \Rightarrow y = -0,75x \Rightarrow y = 3$. Ответ: $x = -4$,
 $y = 3$.

б) $\begin{cases} 7x + 2y = 0 \\ 4y + 9x = 10 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения y
 через x : $2y = -7x \Rightarrow y = -3,5x$; $4 \cdot (-3,5x) + 9x =$
 $= 10 \Rightarrow -14x + 9x = 10 \Rightarrow -5x = 10 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y = -3,5x \Rightarrow y = 7$. Ответ: $x = -2$, $y = 7$.

в) $\begin{cases} 5x + 6y = -20 \\ 9y + 2x = 25 \end{cases}$. Выразим из второго уравнения x
 через y : $5x = -20 - 6y \Rightarrow x = -4 - 1,2y$; $9y + 2 \cdot (-4 -$
 $- 1,2y) = 25 \Rightarrow 9y - 8 - 2,4y = 25 \Rightarrow 6,6y = 33 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = -4 - 1,2y \Rightarrow x = -4 - 6 \Rightarrow x = -10$.
 Ответ: $x = -10$, $y = 5$.

г) $\begin{cases} 3x + 1 = 8y \\ 11y - 3x = -11 \end{cases}$. Выразим из первого уравнения
 x через y : $3x = 8y - 1 \Rightarrow x = \frac{8y-1}{3}$. $11y - 3 \cdot (\frac{8y-1}{3}) =$
 $= -11 \Rightarrow 11y - 8y + 1 = -11 \Rightarrow 3y = -12 \Rightarrow y =$
 $= -4 \Rightarrow x = \frac{8y-1}{3} \Rightarrow x = \frac{-32-1}{3} \Rightarrow x = -11$. Ответ:
 $x = -11$, $y = -4$.

1073. а) $\begin{cases} 7x + 4y = 23 \\ 8x - 10y = 19 \end{cases} \Rightarrow 4y = 23 - 7x \Rightarrow y =$
 $= 5,75 - 1,75x$; $8x - 10 \cdot (5,75 - 1,75x) = 19 \Rightarrow 8x -$
 $- 57,5 + 17,5x = 19 \Rightarrow 25,5x = 76,5 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow y = 5,75 - 1,75x \Rightarrow y = 5,75 - 5,25 = 0,5$. Ответ:
 координаты точки пересечения $x = 3$, $y = 0,5$.

б) $\begin{cases} 11x - 6y = 2 \\ -8x + 5y = 3 \end{cases} \Rightarrow 5y = 3 + 8x \Rightarrow y = 0,6 + 1,6x$;
 $11x - 6 \cdot (0,6 + 1,6x) = 2 \Rightarrow 11x - 3,6 - 9,6x = 2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1,4x = 5,6 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 0,6 + 1,6x \Rightarrow y = 0,6 +$
 $+ 6,4 \Rightarrow y = 7$. Ответ: координаты точки пересечения
 $x = 4$, $y = 7$.

1074. а) $\begin{cases} 5x - 4y = 16 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 6 + 2y \Rightarrow 5 \cdot (6 + 2y) - 4y = 16 \Rightarrow 30 + 10y - 4y = -16 \Rightarrow 6y = -46 \Rightarrow y = -7\frac{1}{3} \Rightarrow x = 6 + 2y \Rightarrow x = 6 - 14\frac{2}{3} = -8\frac{2}{3}$. Ответ: координаты точки пересечения $x = -8\frac{2}{3}$, $y = -7\frac{1}{3}$.

б) $\begin{cases} 20x - 15y = 100 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \Rightarrow y = 3x - 6 \Rightarrow 20x - 15 \cdot (3x - 6) = 100 \Rightarrow 20x - 45x + 90 = 100 \Rightarrow -25x = 10 \Rightarrow x = -0,4 \Rightarrow y = 3x - 6 \Rightarrow y = -1,2 - 6 \Rightarrow y = -7,2$; Ответ: координаты точки пересечения $x = -0,4$, $y = -7,2$;

1075. а) $\begin{cases} 3 \cdot (x - 5) - 1 = 6 - 2x \\ 3 \cdot (x - y) - 7y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 15 - 1 = 6 - 2x \\ 3x - 3y - 7y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x = 22 \\ 3x - 10y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4,4 \\ 3x - 10y = -4 \end{cases} \Rightarrow 13,2 - 10y = -4 \Rightarrow 10y = 17,2 \Rightarrow y = 1,72$. Ответ: $x = 4,4$, $y = 1,72$.

б) $\begin{cases} 6 \cdot (x + y) - y = -1 \\ 7 \cdot (y + 4) - (y + 2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 6y - y = -1 \\ 7y + 28 - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 5y = -1 \\ 6y = -26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 5y = -1 \\ y = -4\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow 6x + 5 \cdot (-\frac{13}{3}) = -1 \Rightarrow 6x - \frac{65}{3} = -1 \Rightarrow 6x = \frac{62}{3} \Rightarrow x = \frac{31}{9} \Rightarrow x = 3\frac{4}{9}$. Ответ: $x = 3\frac{4}{9}$, $y = -4\frac{1}{3}$.

1076. а) $\begin{cases} 5y + 8 \cdot (x - 3y) = 7x - 12 \\ 9x + 3 \cdot (x - 9y) = 11y + 46 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y + 8x - 24y = 7x - 12 \\ 9x + 3x - 27y = 11y + 46 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 19y = -12 \\ 12x - 38y = 46 \end{cases} \Rightarrow x = 19y - 12 \Rightarrow 12 \cdot (19y - 12) - 38y = 46 \Rightarrow 6 \cdot (19y - 12) - 19y = 23 \Rightarrow 114y - 72 - 19y = 23 \Rightarrow 95y = 95 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 19y - 12 \Rightarrow x = 19 - 12 \Rightarrow x = 7$. Ответ: $x = 7$, $y = 1$.

$$\begin{aligned}
 6) \quad & \begin{cases} -2 \cdot (a - b) + 16 = 3 \cdot (b + 7) \\ 6a - (a - 5) = -8 - (b + 1) \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b + 16 = 3b + 21 \\ 6a - a + 5 = -8 - b - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 22b + 2a = 16 \\ 5a + b = -14 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow b = -14 - 5a \Rightarrow 22 \cdot (-14 - 5a) + 2a = 16 \Rightarrow 11 \times \\
 & \times (-14 - 5a) + a = 8 \Rightarrow -154 - 55a + a = 8 \Rightarrow 54a = \\
 & = -162 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = -14 - 5a \Rightarrow b = -14 + 15 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow b = 1. \text{ Ответ: } a = -3, b = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{1077.} \quad & \text{а) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -24 \\ x + y = -4 \end{cases} \Rightarrow x = \\
 & = -4 - y \Rightarrow 2 \cdot (-4 - y) - 3y = -24 \Rightarrow -8 - 2y - 3y = \\
 & = -24 \Rightarrow 5y = 16 \Rightarrow y = 3,2 \Rightarrow x = -4 - y \Rightarrow x = \\
 & = -7,2. \text{ Ответ: } x = -7,2, y = 3,2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6) \quad & \begin{cases} \frac{a}{6} - 2b = 6 \\ -3a + \frac{b}{2} = -37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 12b = 36 \\ -6a + b = -74 \end{cases} \Rightarrow a = \\
 & = 12b + 36 \Rightarrow -6 \cdot (12b + 36) + b = -74 \Rightarrow -72b - \\
 & - 216 + b = -74 \Rightarrow -71b = 142 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a = \\
 & = 12b + 36 \Rightarrow a = -24 + 36 \Rightarrow a = 12. \text{ Ответ: } a = 12, \\
 & b = -2.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } & \begin{cases} \frac{2m}{5} + \frac{n}{3} = 1 \\ \frac{m}{10} - \frac{7n}{6} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6m + 5n = 15 \\ 3m - 35n = 120 \end{cases} \Rightarrow 5n = 15 - \\
 & - 6m \Rightarrow n = 3 - 1,2m \Rightarrow 3m - 35 \cdot (3 - 1,2m) = 120 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 3m - 105 + 42m = 120 \Rightarrow 45m = 225 \Rightarrow m = 5 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow n = 3 - 1,2m \Rightarrow n = 3 - 6 \Rightarrow n = -3. \text{ Ответ: } m = 5, \\
 & n = -3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{г) } & \begin{cases} 7x - \frac{3y}{5} = -4 \\ x + \frac{2y}{5} = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 35x - 3y = -20 \\ 5x + 2y = -15 \end{cases} \Rightarrow 2y = \\
 & = -15 - 5x \Rightarrow y = -7,5 - 2,5x \Rightarrow 35x - 3 \cdot (-7,5 -
 \end{aligned}$$

$$-2,5x) = -20 \Rightarrow 35x + 22,5 + 7,5x = -20 \Rightarrow 42,5x = -42,5 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -7,5 - 2,5x \Rightarrow y = -7,5 + 2,5 \Rightarrow y = -5. \text{ Ответ: } x = -1, y = -5.$$

1078. а) $\begin{cases} \frac{y}{4} - \frac{x}{5} = 6 \\ \frac{x}{15} + \frac{y}{12} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y - 4x = 120 \\ 4x = -5y \end{cases} \Rightarrow x = -1,25y \Rightarrow 5y - 4x = 120 \Rightarrow 5y + 5y = 120 \Rightarrow 10y = 120 \Rightarrow y = 12 \Rightarrow x = -1,25y \Rightarrow x = -15. \text{ Ответ: } x = -15, y = 12.$

б) $\begin{cases} \frac{6x}{5} + \frac{y}{15} = 2,3 \\ \frac{x}{10} - \frac{2y}{3} = 1,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18x + y = 34,5 \\ 3x - 20y = 36 \end{cases} \Rightarrow y = 34,5 - 18x \Rightarrow 3x - 20 \cdot (34,5 - 18x) = 36 \Rightarrow 3x - 690 + 360x = 36 \Rightarrow 363x = 726 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 34,5 - 18x \Rightarrow y = 34,5 - 36 \Rightarrow y = -1,5. \text{ Ответ: } x = 2, y = -1,5.$

в) $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{3x}{2} - y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 12 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases} \quad \text{Данная система уравнений имеет бесконечно много решений: } 2y = 3x - 12 \Rightarrow y = 1,5x - 6. \text{ Ответ: } (x; 1,5x - 6) \text{ где } x - \text{любое число.}$

г) $\begin{cases} \frac{3x}{5} - 2y = 5 \\ x - \frac{3y}{2} = 6,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 10y = 25 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases} \Rightarrow x = 6,5 + 1,5y \Rightarrow 3 \cdot (6,5 + 1,5y) - 10y = 25 \Rightarrow 19,5 + 4,5y - 10y = 25 \Rightarrow -5,5y = 5,5 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x = 6,5 + 1,5y \Rightarrow x = 6,5 - 1,5 \Rightarrow x = 5. \text{ Ответ: } x = 5, y = -1.$

1079. а) $(2x - 3y)^2 + (2x + 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 4x^2 + 12xy + 9y^2 = 8x^2 + 18y^2$; ; б) $(2x + 3y)^2 - (2x - 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x^2 + 12xy - 9y^2 =$

$$= 24xy; \text{ в) } 2\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{4}\right)^2 + (2x - y)^2 = \frac{x^2}{2} + \frac{xy}{2} + \frac{y^2}{8} + 4x^2 - 4xy + y^2 = 4\frac{1}{2}x^2 - 3\frac{1}{2}xy + 1\frac{1}{8}y^2; \text{ г) } 3\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{9}\right)^2 - (3x - y)^2 = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{9}xy + \frac{y^2}{27} - 9x^2 + 6xy - y^2 = -8\frac{2}{3}x^2 + 6\frac{2}{9}xy - \frac{26}{27}y^2.$$

1080. а) $x^5 + 4a^2x^3 - 4ax^4 = x^3 \cdot (x^2 - 4ax + 4a^2) = x^3(x - 2a)^2$; б) $4a^6 - 12a^5b + 9a^4b^2 = a^4 \cdot (4a^2 - 12ab + 9b^2) = a^4(2a - 3b)^2$.

1081. $y = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow y = (x^2 - 4x + 4) + 1 \Rightarrow y = (x - 2)^2 + 1$; Квадрат любого числа больше либо равен 0, значит график функции $y = (x - 2)^2 + 1$ расположен в верхней полуплоскости.

44. Способ сложения

1082. а) $\begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 10x - 11y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 11y = 15 \\ 12x = 24 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11y = 15 - 2x \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{15 - 4}{11} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases};$$

б) $\begin{cases} 8x - 17y = 4 \\ -8x + 15y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x = 17y + 4 \\ -2y = 8 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x = -64 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = -4 \end{cases};$$

в) $\begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 7y = -30 \\ 4x - 5y = 90 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 60 \\ 4x = 90 + 5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 \\ 4x = 240 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 60 \end{cases};$$

г) $\begin{cases} 13x - 8y = 28 \\ 11x - 8y = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x - 8y = 28 \\ -11x + 8y = -24 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 8y = 13x - 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 8y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -0,25 \end{cases}.$$

1083. а) $\begin{cases} x - 6y = 17 \\ 5x + 6y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 30 \\ x - 6y = 17 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 5 - 6y = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ -6y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} 4x - 7y = -12 \\ -4x + 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 7y = -12 \\ -4y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 4x = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -3 \end{cases};$$

$$B) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ -5x + 2y = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 5x - 2y = -45 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x = -40 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ -15 + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 10 \end{cases};$$

$$r) \begin{cases} 9x - 4y = -13 \\ 9x - 2y = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9x + 4y = 13 \\ 9x - 2y = -20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = -7 \\ 9x = 2y - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3,5 \\ 9x = -27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -3,5 \\ x = -3 \end{cases}.$$

$$\boxed{1084.} \text{ a) } \begin{cases} 40x + 3y = 10 \\ 20x - 7y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40x + 3y = 10 \\ -40x + 14y = -10 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 17y = 0 \\ 20x - 7y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 20x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0,25 \end{cases};$$

$$6) \begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 15x - 3y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -15x + 6y = -3 \\ 15x - 3y = -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y = -6 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 5x + 4 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 5x = -3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = -0,6 \end{cases};$$

$$B) \begin{cases} 33a + 42b = 10 \\ 9a + 14b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33a + 42b = 10 \\ -27a - 42b = -12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a = -2 \\ 9a + 14b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ -3 + 14b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases};$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \begin{cases} 13x - 12y = 14 \\ 11x - 4 = 18y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 39x - 36y = 42 \\ 36y - 22x = -8 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 17x = 34 \\ 11x - 4 = 18y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 22 - 4 = 18y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{д)} \quad & \begin{cases} 10x - 9y = 8 \\ 21y + 15x = 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -30x + 27y = -24 \\ 42y + 30x = 1 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 69y = -23 \\ 10x - 9y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ 10x + 3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = 0,5 \end{cases}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е)} \quad & \begin{cases} 9y + 8z = -2 \\ 5z = -4y - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36y + 32z = -8 \\ -36y - 45z = 99 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} -13z = 91 \\ 5z = -4y - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = -7 \\ 35 = 4y + 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = -7 \\ 4y = 24 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} z = -7 \\ y = 6 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{1085. а)} \quad & \begin{cases} 12x - 7y = 2 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x - 7y = 2 \\ -12x + 15y = -18 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 8y = -16 \\ 4x - 5y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 4x + 10 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = -1 \end{cases}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad & \begin{cases} 7u + 2v = 1 \\ 17u + 6v = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21u + 6v = 3 \\ -17u - 6v = 9 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 4u = 12 \\ 7u + 2v = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ 2v = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = -10 \end{cases}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \begin{cases} 6x = 25y + 1 \\ 5x - 16y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 30x - 125y = 5 \\ -30x + 96y = 24 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} -29y = 29 \\ 5x - 16y = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 5x = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -4 \end{cases}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г)} \quad & \begin{cases} 4b + 7a = 90 \\ 5a - 6b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12b + 21a = 270 \\ 10a - 12b = 40 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} 31a = 310 \\ 4b + 7a = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ 4b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 5 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\boxed{1086.} \text{ a) } \begin{cases} 0,75x + 20y = 95 \\ 0,32x - 25y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3,75x + 100y = 475 \\ 1,28x - 100y = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5,03x = 503 \\ 0,32x - 25y = 7 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ 32 - 25y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ 25y = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,5u - 0,6v = 0 \\ 0,4u + 1,7v = 10,9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2u + 2,4v = 0 \\ 2u + 8,5v = 54,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10,9v = 54,5 \\ 2u = 2,4v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 5 \\ u = 6 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} 10x = 4,6 + 3y \\ 4y + 3,2 = 6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40x - 12y = 18,4 \\ 12y - 18x = -9,6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 22x = 8,8 \\ 4y + 3,2 = 6x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,4 \\ 4y = -0,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0,4 \\ y = -0,2 \end{cases};$$

$$\text{г) } \begin{cases} -3b + 10a - 0,1 = 0 \\ 15a + 4b - 2,7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 40a - 12b = 0,4 \\ 45a + 12b = 8,1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 85a = 8,5 \\ 15a + 4b = 2,7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,1 \\ 4b = 1,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,1 \\ b = 0,3 \end{cases}.$$

$$\boxed{1087.} \text{ а) } M(5; 5), N(-10; -19): \begin{cases} 5 = 5k + b \\ -19 = -10k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 = 10k + 2b \\ -19 = -10k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b = -9 \\ 5 = 5k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ 5k = 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ k = 1,6 \end{cases} \quad - y = 1,6x - 3;$$

$$\text{б) } P(4; 1), Q(3; -5): \begin{cases} 1 = 4k + b \\ -5 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 = 12k + 3b \\ -20 = 12k + 4b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -23 \\ 1 = 4k - 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -23 \\ k = 6 \end{cases} \quad -$$

$$y = 6x - 23;$$

$$\text{в) } A(8; -1), B(-4; 17): \begin{cases} -1 = 8k + b \\ 17 = -4k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 = 8k + b \\ 34 = -8k + 2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 33 = 3b \\ 8k = -1 - b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 11 \\ 8k = -12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 11 \\ k = -1,5 \end{cases} - y = -1,5x + 11;$$

$$\text{г) } C(-19; 31), D(1; -9): \begin{cases} 31 = -19k + b \\ -9 = k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 31 = -19k + b \\ -171 = 19k + 19b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -140 = 20b \\ -9 = k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -7 \\ k = -2 \end{cases} - y = -2x - 7.$$

1088. График линейной функции пересекает оси координат в точках $(-5; 0)$ и $(0; 11)$, значит

$$\begin{cases} 0 = -5k + b \\ 11 = 0 \cdot k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 11 \\ 5k = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 11 \\ k = 2,2 \end{cases} - y = 2,2x + 11.$$

1089. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки $A(-1; 3)$ и $B(2; -1)$, значит

$$\begin{cases} 3 = -k + b \\ -1 = 2k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3k = -4 \\ b = k + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -1\frac{1}{3} \\ b = 1\frac{2}{3} \end{cases}. \text{ Уравнение этой прямой}$$

$$y = -1\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}.$$

1090. График линейной функции пересекает оси в точках $(4; 0)$, $(0; 11)$, значит

$$\begin{cases} 0 = 4k + b \\ 11 = 0 \cdot k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4k = -b \\ b = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -2\frac{3}{4} \\ b = 11 \end{cases} - \text{уравнение этой прямой}$$

$$y = -2\frac{3}{4}x + 11.$$

1091. График линейной функции проходит через точки $(0; -1)$, $(-1; 1)$, значит $\begin{cases} -1 = 0 \cdot k + b \\ 1 = -k + b \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ k = -2 \end{cases} \text{ — уравнение этой прямой } y = -2x - 1.$$

1092. а) $\begin{cases} 5 \cdot (x + 2y) - 3 = x + 5 \\ y + 4 \cdot (x - 3y) = 50 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 10y - 3 = x + 5 \\ y + 4x - 12y = 50 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x + 10y = 8 \\ 4x - 11y = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21y = -42 \\ 4x + 10y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 4x = 28 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 7 \end{cases};$$

б) $\begin{cases} 2,5 \cdot (x - 3y) - 3 = -3x + 0,5 \\ 3 \cdot (x + 6y) + 4 = 9y + 19 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2,5x - 7,5y - 3 = -3x + 0,5 \\ 3x + 18y + 4 = 9y + 19 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5,5x - 7,5y = 3,5 \\ 3x + 9y = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11x - 15y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11x - 15y = 7 \\ 5x + 15y = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x = 32 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3y = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

1093. а) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y - 2 = 0 \\ 5x - y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ 15x - 3y = 33 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 19x = 57 \\ y = 5x - 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases};$$

б) $\begin{cases} 0,5x + 0,2y = 7 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{10}y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 70 \\ 10x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 4y = 140 \\ -10x + 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7y = 140 \\ 10x = 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 6 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{1}{5}m - \frac{1}{6}n = 0 \\ 5m - 4n = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6m - 5n = 0 \\ 5m - 4n = 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 24m - 20n = 0 \\ -25m + 20n = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ 24m = 20n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ n = 12 \end{cases};$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{1}{6}u - \frac{1}{3}v = -3 \\ 0,2u + 0,1v = 3,9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u - 2v = -18 \\ 2u + v = 39 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2u - 4v = -36 \\ -2u - v = -39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5v = 75 \\ u = 2v - 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \\ u = 12 \end{cases}.$$

$$\boxed{1094.} \quad \text{а) } \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} - 5 = 0 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 60 \\ 4x - 2y = 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5y = 40 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 9 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 7y = 4 \\ \frac{x}{6} - \frac{y}{6} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 7y = 4 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x = 4 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -0,8 \\ y = -0,8 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 0 \\ 3 \cdot (x - 1) - 9 = 1 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 3x - 3 - 9 = 1 - y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 3x + y = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 9x + 3y = 39 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ 4x = 3y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases};$$

$$\text{г) } \begin{cases} \frac{5x}{6} - y = -\frac{5}{6} \\ \frac{2x}{3} + 3y = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 6y = -5 \\ 2x + 9y = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -10x + 12y = 10 \\ 10x + 45y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 57y = 0 \\ 2x + 9y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$\boxed{1095.} \quad \text{a)} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{1}{12}y = 4 \\ 6x + 5y = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - y = 48 \\ 6x + 5y = 150 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 20x - 5y = 240 \\ 6x + 5y = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 26x = 390 \\ 4x - y = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ 60 - y = 48 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases};$$

$$\text{б)} \quad \begin{cases} \frac{1}{3}v - \frac{1}{8}u = 3 \\ 7u + 9v = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8v - 3u = 72 \\ 7u + 9v = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 56v - 21u = 504 \\ 21u + 27v = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 83v = 498 \\ 7u + 9v = -2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 6 \\ 7u + 54 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 6 \\ u = -8 \end{cases};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1 \\ 2x + 3y = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 2x + 3y = -12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 0 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ x = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -12 \\ x = 12 \end{cases};$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} 4a - 5b - 10 = 0 \\ \frac{a}{5} - \frac{b}{3} + \frac{1}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a - 5b = 10 \\ 3a - 5b = -5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 15 \\ 45 - 5b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = 10 \end{cases}.$$

1096. а) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 6x - 3y = 2 \end{cases}$ — угловые коэффициенты одинаковы, а точки пересечения с осью y различны, значит данная система уравнений не имеет решений.

б) $\begin{cases} -5x + 2y = 7 \\ 15x - 6y = -21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 2y = -7 \\ 5x - 2y = -7 \end{cases}$ — очевидно, что графики уравнений совпадают. Система имеет бесконечно много решений.

1097. а) $15a^2 - 15b^2 = 15 \cdot (a^2 - b^2) = 15 \cdot (a - b)(a + b)$;
 б) $29a^2 + 29b^2 + 58ab = 29 \cdot (a^2 + 2ab + b^2) = 29(a + b)^2$;
 в) $10a^3 + 10b^3 = 10 \cdot (a^3 + b^3) = 10 \cdot (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
 г) $18a^3 - 18b^3 = 18 \cdot (a^3 - b^3) = 18 \cdot (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
 д) $47a^6 - 47b^6 = 47 \cdot (a^6 - b^6) = 47 \cdot (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = 47 \cdot (a + b)(a^2 - ab + b^2)(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
 е) $51a^6 + 51b^6 = 51 \cdot (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$.

1098. а) $2x \cdot (8x - 1) - (4x + 1)^2 = 16x^2 - 2x - 16x^2 - 8x - 1 = -10x - 1$; б) $4(3y - 1)^2 - 18y \cdot (2y - 1) = 4 \cdot (9y^2 - 6y + 1) - 36y^2 + 18y = 36y^2 - 24y + 4 - 36y^2 + 18y = -6y + 4$.

45. Решение задач с помощью уравнений

1099. Пусть под гречиху было отведено x га, а под просо y га. Тогда $\begin{cases} x + y = 19 \\ x = y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 19 - y \\ 19 - y = y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 19 - y \\ 2y = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 12 \end{cases}$. Ответ: 7 га под просо и 12 га под гречиху.

1100. Пусть за январь было выпущено x изделий, а в феврале y . Тогда $\begin{cases} x + y = 1315 \\ x = y - 165 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1315 - y \\ x = y - 165 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1315 - y = y - 165 \\ x = y - 165 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 1480 \\ x = y - 165 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 740 \\ x = 575 \end{cases}$. Ответ: в январе было выпущено 575 изделий, в феврале 740.

1101. Пусть в мастерской отремонтировали x грузовых автомобилей, и y легковых. Тогда $\begin{cases} x + y = 22 \\ x = y + 8 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} y + 8 + y = 22 \\ x = y + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 14 \\ x = y + 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 15 \end{cases}$. Ответ:
15 грузовых автомобилей отремонтировали в мастерской.

1102. Пусть длина площадки x , а ширина y . Тогда $\begin{cases} x - y = 12,8 \\ 2 \cdot (x + y) = 69,48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 12,8 \\ x + y = 34,74 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 2x = 47,54 \\ y = 34,74 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 23,77 \\ y = 10,97 \end{cases}$. Ответ: длина площадки 23,77 м, ширина 10,97 м.

1103. Пусть основание равнобедренного треугольника x , а боковая сторона y . Тогда $\begin{cases} x + 2y = 43 \\ x = y + 7 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y + 7 + 2y = 43 \\ x = y + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 36 \\ x = y + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 19 \end{cases}$. Ответ:
боковая сторона 12 см.

1104. Пусть ноша ослицы составляла x мешков, а мула y мешков. Значит $\begin{cases} 2 \cdot (x - 1) = y + 1 \\ x + 1 = y - 1 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 - 1 = y \\ x + 2 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = x + 2 \\ x + 2 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$. Ответ: ноша ослицы 5 мешков, ноша мула 7 мешков.

1105. Пусть у A было x рупий, а у B y рупий. Тогда $\begin{cases} x + 100 = 2 \cdot (y - 100) \\ 6 \cdot (x - 10) = y + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 100 = 2y - 200 \\ 6x - 60 = y + 10 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 300 \\ 6 \cdot (2y - 300) - 60 = y + 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 300 \\ 11y = 1870 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y = 170 \\ x = 40 \end{cases}$. Ответ: у A было 40 рупий, у B 170 рупий.

1106. Пусть брату x лет, а сестре y , тогда

$$\begin{cases} x - 2 = 2 \cdot (y - 2) \\ x - 8 = 5 \cdot (y - 8) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2y - 4 + 2 \\ x = 5y - 40 + 8 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y - 2 = 5y - 32 \\ x = 2y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y = 30 \\ x = 2y - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 18 \end{cases}$$

Ответ: брату 18 лет, а сестре 10.

1107. Пусть первый автомат изготавливает за час x деталей, а второй y . Значит

$$\begin{cases} 3x + 2y = 720 \\ \frac{1}{4}(2x + 2y) = 150 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 720 \\ 2x + 2y = 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ x + y = 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 180 \end{cases}$$

От-
вет: первый автомат изготавливает 120 деталей за час, а второй 180.

1108. Пусть скорость поезда x км/ч, а скорость автомобиля y км/ч, тогда

$$\begin{cases} 4y + 7x = 640 \\ x = y + 5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4y + 7 \cdot (y + 5) = 640 \\ x = y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11y = 605 \\ x = y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 55 \\ x = 60 \end{cases}$$

Ответ: скорость поезда 60 км/ч.

1109. Пусть скорость теплохода по течению x км/ч, а против течения y км/ч. Тогда

$$\begin{cases} 3x + 2y = 240 \\ 3y = 2x + 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 120 - 1,5x \\ 3 \cdot (120 - 1,5x) = 2x + 35 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 120 - 1,5x \\ 360 - 4,5x = 2x + 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 120 - 1,5x \\ 6,5x = 325 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 45 \end{cases}$$

От-
вет: скорость теплохода против течения 45 км/ч, по течению 50 км/ч.

1110. Пусть скорость автомобиля вышедшего из B км/ч, а из A км/ч. Тогда

$$\begin{cases} 2 \cdot (x + y) = 280 \\ 14x = 14y - 280 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 140 - y \\ 14 \cdot (140 - y) = 14 \cdot (y - 20) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 140 - y \\ 140 - y = y - 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 160 \\ x = 140 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 80 \\ x = 60 \end{cases}$$

Ответ: скорость автомобиля вышедшего из пункта A — 80 км/ч, а из B — 60 км/ч.

1111. Пусть скорость первого туриста x км/ч, а скорость второго y км/ч.

$$\text{Тогда} \quad \begin{cases} 4 \cdot (x + y) = 38 \\ 4x = 4y + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 9,5 \\ x = y + 0,5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 0,5 + y = 9,5 \\ x = y + 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y = 9 \\ x = y + 0,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4,5 \\ x = 5 \end{cases}$$

Ответ: первый турист шёл со скоростью 5 км/ч, а второй 4,5 км/ч.

1112. Пусть скорость лодки в стоячей воде x км/ч, а скорость течения y км/ч, значит

$$\begin{cases} 4 \cdot (x + y) = 5 \cdot (x - y) \\ 3,5 \cdot (x + y) = 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 5x - 5y \\ x + y = 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9y = x \\ 10y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 18 \end{cases} \quad \text{Ответ: скорость лодки в}$$

стоячей воде 18 км/ч.

1113. Пусть собственная скорость теплохода x , а скорость течения y .

$$\text{Тогда} \quad \begin{cases} 3 \cdot (x + y) + 4 \cdot (x - y) = 380 \\ x + y + 0,5 \cdot (x - y) = 85 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y + 4x - 4y = 380 \\ x + y + 0,5x - 0,5y = 85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x - y = 380 \\ 1,5x + 0,5y = 85 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x - y = 380 \\ 3x + y = 170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10x = 550 \\ y = 170 - 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 55 \\ y = 5 \end{cases} \quad \text{Ответ:}$$

собственная скорость теплохода 55 км/ч, скорость течения 5 км/ч.

1114. Пусть на первой полке x книг, а на второй y книг. Значит $\begin{cases} x + y = 55 \\ 4 \cdot (y - 0,5y) = x + 0,5y \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 55 - y \\ 2y = 55 - y + 0,5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2,5y = 55 \\ x = 55 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 22 \\ x = 33 \end{cases}$$

Ответ: на первой полке 33 книги, на второй 22 книги.

1115. Пусть один слиток золота весит x г, а серебра

$$y \text{ г. Тогда } \begin{cases} 9x = 11y \\ 8x + y = 10y + x - 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x = 9y - 13 \\ x = \frac{11}{9}y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{81}{9}y - \frac{77}{9}y = 13 \\ x = \frac{11}{9}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{4} \cdot 13 \\ x = \frac{11}{9}y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 29,25 \\ x = 35,75 \end{cases}$$

Ответ: 35,75 г весит один слиток золота и 29,25 г весит один слиток серебра.

1116. Пусть плотность железа x , а плотность меди y .

$$\text{Тогда } \begin{cases} 4,5x + 8y = 101,5 \\ 3x = 2y + 6,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y = 101,5 - 4,5x \\ 8y = 12x - 27,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 101,5 - 4,5x = 12x - 27,2 \\ 8y = 12x - 27,2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16,5x = 128,7 \\ y = 1,5x - 3,4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 7,8 \\ y = 8,3 \end{cases} \text{ Ответ: плотность железа } 7,8 \text{ г/см}^3, \text{ плот-}$$

ность меди 8,3 г/см³.

1117. Пусть под яровые было отведено x га, а

$$\text{под озимые } y \text{ га. Значит } \begin{cases} x + 480 = y \\ 0,2y + 300 = 0,75x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 480 \\ 0,2y + 300 = 0,75 \cdot (y - 480) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 480 \\ 0,75y - 0,2y = 300 + 360 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 480 \\ 0,55y = 660 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1200 \\ x = 720 \end{cases} \text{ Ответ: под яровые было отведено 720 га,}$$

а под озимые 1200 га.

1118. Пусть первая бригада должна была изготовить x деталей за месяц, а вторая y .

$$\text{Значит } \begin{cases} x + y = 680 \\ 0,2x + 0,15y = 118 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 680 - y \\ 0,2 \cdot (680 - y) + 0,15y = 118 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 680 - y \\ 136 - 0,2y + 0,15y = 118 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 680 - y \\ 0,05y = 18 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 360 \\ x = 320 \end{cases} \text{ Ответ: первая бригада должна была выполнить по плану 320 деталей, а вторая 360.}$$

1119. Пусть нужно x л молока с 5% жирности и y л молока с 1% жирности, для того чтобы получить 3 л молока жирность которого составляет 3,2%. Тогда

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \frac{0,05x + 0,01y}{3} = 0,032 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 0,05 \cdot (3 - y) + 0,01y = 0,096 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 0,04y = 0,054 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 1,35 \\ x = 1,65 \end{cases} \text{ Ответ: 1,35 л молока с жирностью 1% и 1,65 л молока с жирностью 5%.}$$

1120. Пусть клиент банка положил x рублей на вклад «Депозитный» и y рублей на вклад «До востребования». Значит

$$\begin{cases} x + y = 45000 \\ 0,09x + 0,01y = 3410 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 45000 - y \\ 0,09 \cdot (45000 - y) + 0,01y = 3410 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 45000 - y \\ 0,08y = 640 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 8000 \\ x = 37000 \end{cases} \text{ Ответ: 8000 р и 37000 р.}$$

1121. Пусть необходимо взять x граммов 10% раствора и y граммов 15% раствора соля-

ной кислоты. Тогда
$$\begin{cases} x + y = 80 \\ \frac{0,1x + 0,15y}{80} = 0,12 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 80 - y \\ 0,1 \cdot (80 - y) + 0,15y = 9,6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 80 - y \\ 8 + 0,05y = 9,6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 80 - y \\ 0,05y = 1,6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 32 \\ x = 48 \end{cases} \text{ Ответ: 32 и 48 граммов.}$$

1122. Пусть было взято x грамм 70% кислоты и y грамм 48% кислоты. Значит
$$\begin{cases} x + y = 660 \\ \frac{0,7x + 0,48y}{660} = 0,6 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 660 - y \\ 0,7 \cdot (660 - y) + 0,48y = 396 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 660 - y \\ 0,22y = 66 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 300 \\ x = 360 \end{cases} \text{ Ответ: 360 и 300 грамм.}$$

1123. Пусть x искоемое число, а y второе частное. Тогда
$$\begin{cases} 100 - x = 5 \cdot (y + 2) + 1 \\ 100 - x = 7y + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7y + x = 99 \\ 5y + 10 + 1 = 7y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 99 - 7y \\ 2y = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 64 \end{cases}$$

 Ответ: на 64.

1124. а) $0,064m^3 + 1 = (0,4m + 1)(0,16m^2 - 0,4m + 1)$;
 б) $0,027x^3 - y^3 = (0,3x - y)(0,09x^2 + 0,3xy + y^2)$;
 в) $p^6 + 8 = (p^2 + 2)(p^4 - 2p^2 + 4)$;
 г) $27 - m^6 = (3 - m^2)(9 + 3m^2 + m^4)$.

1125. $(x^3 - y^3)^2 + 2x^3y^3 = x^6 - 2x^3y^3 + y^6 + 2x^3y^3 = x^6 + y^6 = (x^2 + y^2)(x^4 + y^4 - x^2y^2)$.

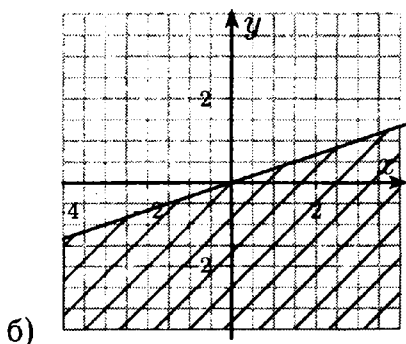
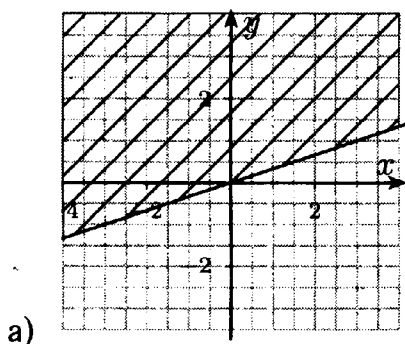
1126. а) $2x + 8y = 12 \Rightarrow 8y = 12 - 2x \Rightarrow y = 1,5 - 0,25x$ — график функций расположен в 1 — 2 — 4 координатных плоскостях, так как угловой коэффициент отрицательный, и график приподнят на 1,5 вверх;

б) $3x - 4y = 10 \Rightarrow 4y = 3x - 10 \Rightarrow y = 0,75x - 2,5$ — график функции расположен в 1–3–4 координатных плоскостях, так как угловой коэффициент положительный, и график опущен 2,5 вниз.

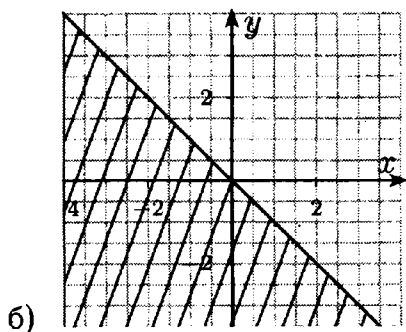
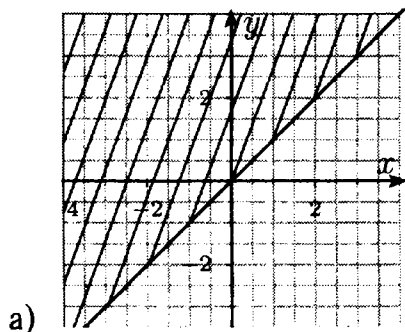
1127. $y = -x^2 - 6x - 11 \Rightarrow -x^2 - 6x - 11 = -(x^2 + 6x + 9) - 2 = -(x + 3)^2 - 9 \Rightarrow -(x + 3)^2 - 9 \leq -9$ — все точки графика расположены в нижней полуплоскости.

46. Линейные неравенства с двумя переменными и их системы

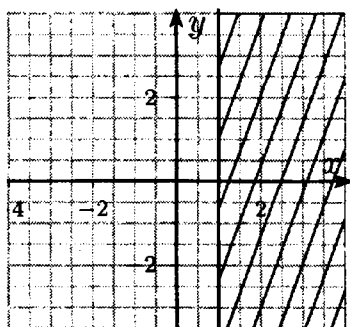
1128.



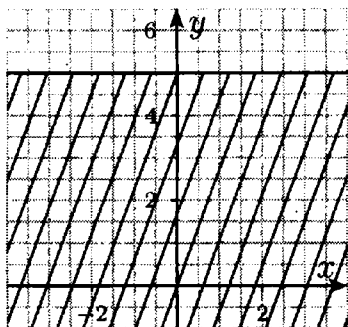
1129.



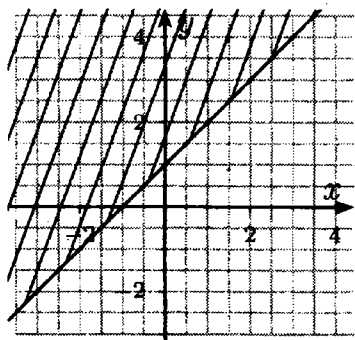
В)



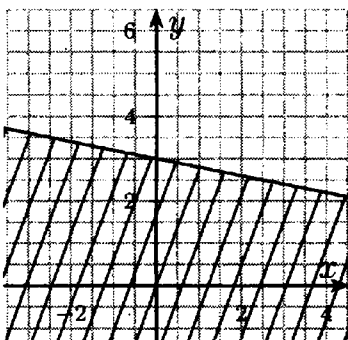
Г)

**1130.**

а)



б)

**1131.** а) $y > x - 1,3$; б) $x + y > 5$.**1132.**

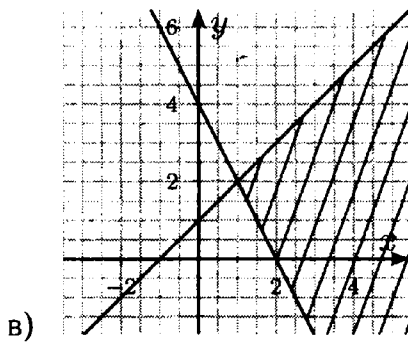
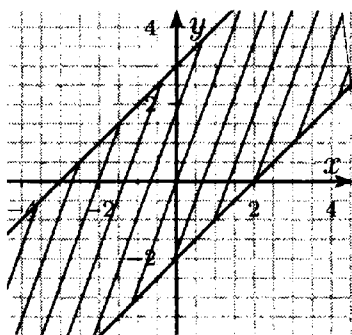
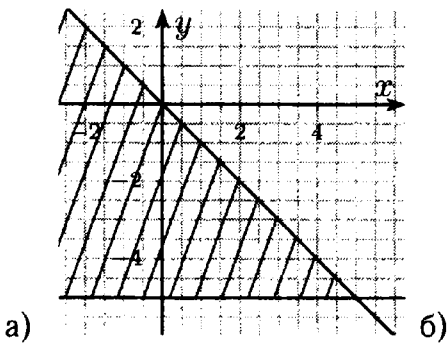
$$x = -3, \quad y = 4. \quad \text{а) } \begin{cases} 3x - y < 0 \\ x + y > 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -9 + 3 < 0 \\ -3 + 4 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 < 0 \\ 1 > 1 \end{cases} \quad \text{— не верно. Не является решением.}$$

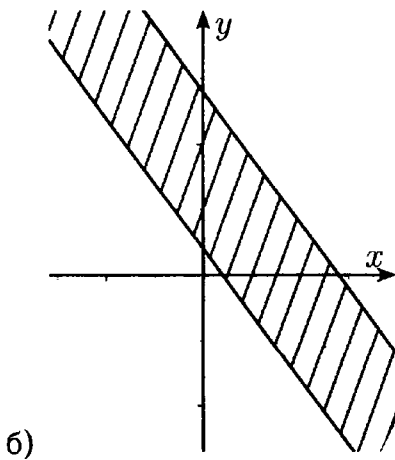
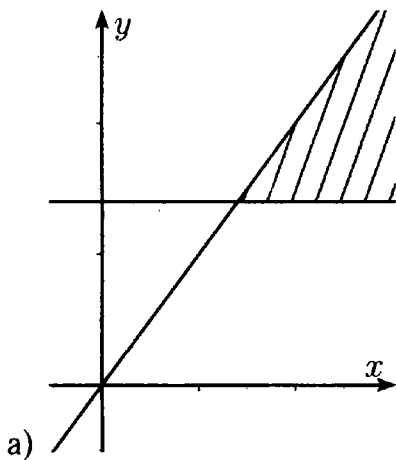
$$\text{б) } \begin{cases} x + y < 5 \\ x - 2y > -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 + 4 < 5 \\ -3 - 8 > -15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 < 5 \\ -11 > -15 \end{cases} \quad \text{— верно. Является решением.}$$

1133.

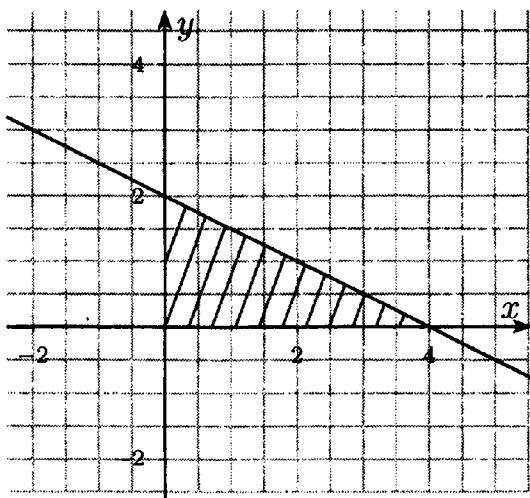


1134.



фигура — угол

фигура — полоса

1135.

1136. а) $k = 3$; $b < 2$; б) $k \neq 3$; b — любое число.

Дополнительные упражнения к главе VI

1137. а) нет; б) нет; в) да; г) да.

1138. а) $u + v = 13$; б) $u + 2v = -14$; в) $10u + 5v = 2$; г) $5u - 10v = 29$.

1139. Дано: $ax + by = 81$, $(15; 40)$; $15a + 40b = 81 \Rightarrow \Rightarrow 3a + 8b = 16,2$; a и b не могут быть целыми.

1140. а) $x = 5$, $y = 7$; решение уравнения $ax - 2y = 1$; $5a - 14 = 1$; $a = 3$;

б) $x = -3$, $y = 8$; решение уравнения $5x + by = 17$; $-15 + 8b = 17$; $8b = 32$; $b = 4$.

1141. а) $x + y = 11$; решением уравнения являются пары чисел $(1; 10)$, $(2; 9)$, $(3; 8)$, $(4; 7)$, $(5; 6)$, $(6; 5)$, $(7; 4)$, $(8; 3)$, $(9; 2)$, $(10; 1)$.

б) $xy = 18$; решением уравнения являются пары чисел $(1; 18)$, $(2; 9)$; $(3; 6)$; $(6; 3)$, $(9; 2)$, $(18; 1)$.

1142. $a + b = 42$; выпишем простые числа до 41: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41. Очевидно,

что решением являются пары чисел $(5; 37)$, $(11; 31)$, $(13; 29)$, $(19; 23)$, $(23; 19)$, $(29; 13)$, $(31; 11)$, $(37; 5)$.

1143. Пусть первоначальное число $\overline{9ab}$, тогда $\overline{9ab} = ab9 + 576 \Rightarrow 900 + 10a + b = 100a + 10b + 9 + 576 \Rightarrow 90a + 9b = 315$; на разряд единиц влияет только переменная b , и так как b принимает значения только от 0 до 9; то 5 единственное подходящее число, $90a + 45 = 315 \Rightarrow a = 3$. Ответ: 935.

1144. Пусть $\overline{ab4}$ данное число, тогда $\overline{4ab} + 7 = 2 \times \times (\overline{ab4}) \Rightarrow 400 + 10a + b + 7 = 200a + 20b + 8$. На разряд единиц влияет только переменная b , значит $b + 7 = 8$; $b = 1$, $400 + 10a + 8 = 200a + 20 + 8 \Rightarrow 190a = 380 \Rightarrow a = 2$. Ответ: 214.

1145. Пусть $\overline{ab}$ искомое двухзначное число, значит $1ab1 = 21 \cdot \overline{ab} \Rightarrow 1000 + 100a + 10b + 1 = 210a + 21b$; $110a + 11b = 1001$; — на разряд единиц влияет только переменная b , очевидно что $b = 1$; $110a + 11 = 1001 \Rightarrow 110a = 990 \Rightarrow a = 9$. Ответ: 91.

1146. Чтобы график уравнения $y - x^2 = 9$ пересекал:
а) ось x необходимо чтобы $y = 0$ в этой точке. $-x^2 = 9$ — не имеет решения, значит график не пересекает ось x .

б) ось y необходимо чтобы $x = 0$ в этой точке. $y = 9$, значит $y - x^2 = 9$ пересекает ось y в точке $(0; 9)$.

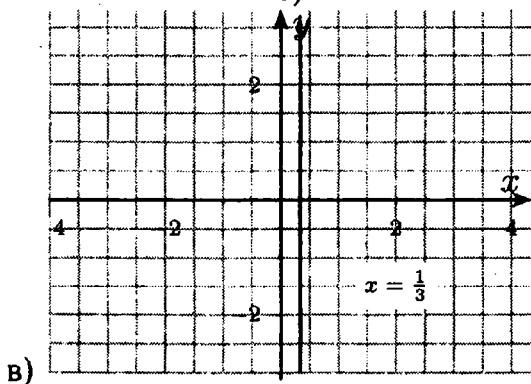
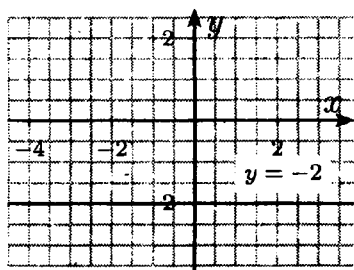
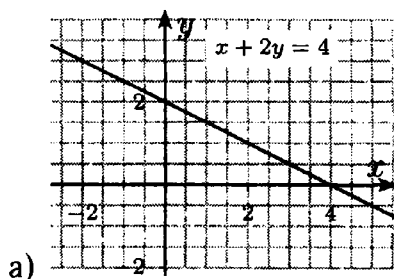
1147. $x - xy = 46$: $y = -1,3 \Rightarrow x \cdot (1 + 1,3) = 46 \Rightarrow x = 20$. Ответ: абсцисса этой точки равна 20.

1148. $8x - 5y = 14$: $x = 1,2 \Rightarrow 9,6 - 5y = 14 \Rightarrow y = -0,88$. Ответ: ордината этой точки $-0,88$.

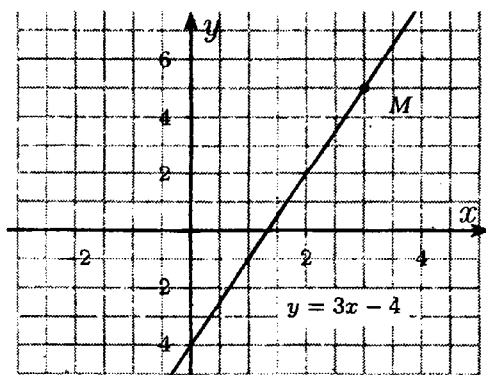
1149. Дано: $3x + 2y = -4$. Предположим что $x > 0$ и $y > 0$ тогда, $3x > 0$ и $2y > 0$ и $3x + 2y > 0$ но $-4 < 0$. Значит графику данного уравнения не принадлежит ни одна точка, у которой обе координаты положительны.

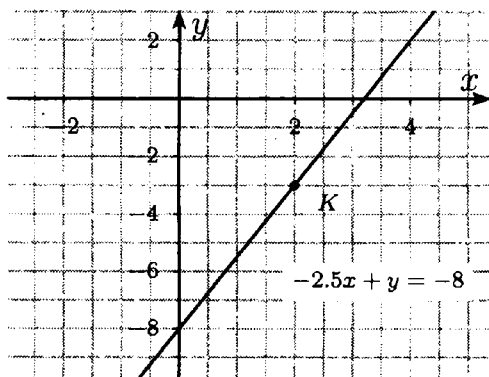
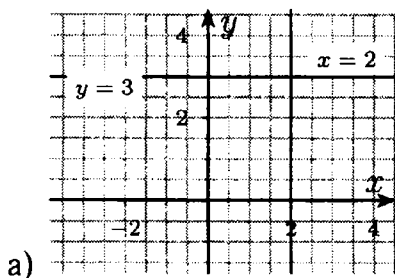
1150. Если x и y целочисленные, тогда $x - 2y$ также являются целочисленными. Но, $6x - 12y = 5 \Rightarrow x - 2y = \frac{5}{6}$ — противоречие, значит x и y не могут быть одновременно целочисленными.

1151.

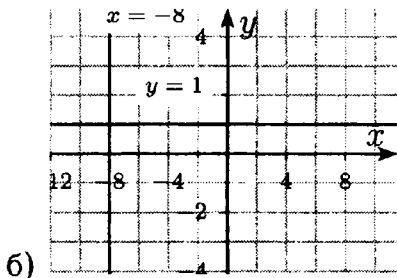


1152.

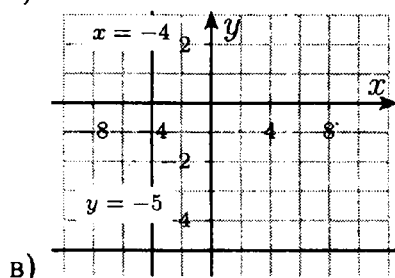


1153.**1154.**

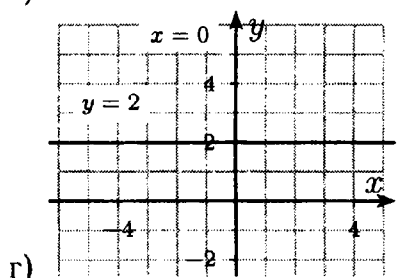
а)



б)

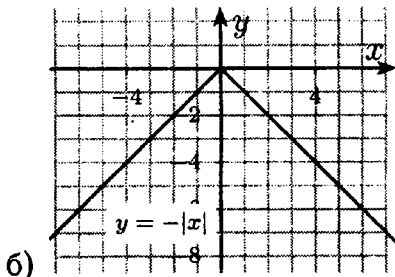
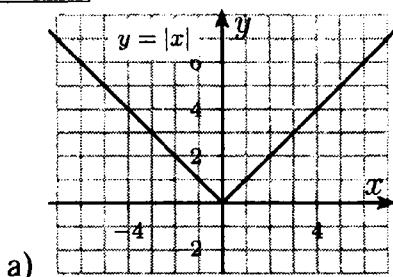


в)



г)

1155. Данный график $(x + 2)(y + 3) = 0$ пересекает ось x при $y = 0$, значит $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$. Координата точки пересечения с осью x — $(-2; 0)$. Данный график пересекает ось y при $x = 0$, значит $y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3$. Координата точки пересечения с осью y — $(0; -3)$;

1156.

1157.
$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ a^2 + 8a + b^2 - 8b + 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ (a+4)^2 + b^2 - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 16 \\ a^2 + 8a + (b-4)^2 = 0 \end{cases}$$

а) $a = 0$, $b = 4$ — является решением; б) $a = 0$, $b = -4$ — не является решением; в) $a = -4$, $b = 0$ — является решением.

1158.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 16 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 21 \\ x + y = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -2 \\ x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x + 2y = 7 - 4 = 3$. Ответ: Графики пересекаются в точке $(7; -2)$.

1159. Если точка принадлежит оси y , значит $x = 0$, тогда,
$$\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ x + y = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2y = 3 \\ y = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1,5 \\ a = -1,5 \end{cases}$$

Ответ: $a = -1,5$.

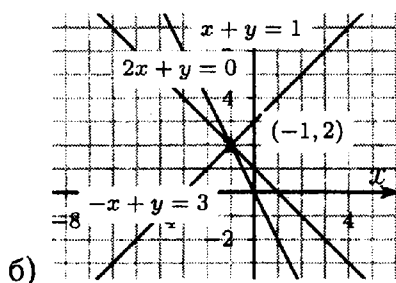
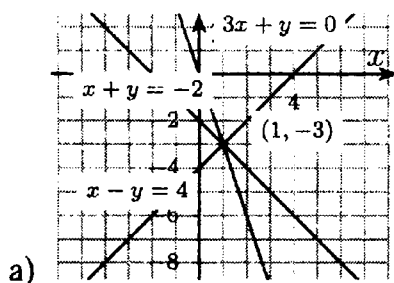
1160. Если точка принадлежит оси x , значит $y = 0$, тогда,
$$\begin{cases} bx + 3y = 10 \\ x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bx = 10 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4b = 10 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ b = 2,5 \end{cases}$. Ответ: $b = 2,5$.

1161. Найдём сначала точку пересечения прямых,
$$\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5 = -x + 1 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$. Точка пересечения прямых $(2; -1)$; $y = kx - 4 \Rightarrow -1 = 2k - 4 \Rightarrow 2k = 3 \Rightarrow k = 1,5$. Ответ: $k = 1,5$.

1162.



1163. а) $\begin{cases} 2x + 5y = 17 \\ 4x - 10y = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3,4 - 0,4x \\ y = 0,4x - 4,5 \end{cases}$ — угловые коэффициенты различны, значит графики пересекаются в одной точке. Система имеет единственное решение.

б) $\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{15} = 1 \\ 6x - 2y = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 30 \\ 6x - 2y = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 15 \\ y = 3x - 17,5 \end{cases}$ — угловые коэффициенты одинаковы, графики параллельны, так как $-15 \neq -17,5$. Система не имеет решений.

в) $\begin{cases} 0,2x - 5y = 11 \\ -x + 25y = -55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 50y = 110 \\ 2x - 50y = 110 \end{cases}$ графики совпадают. Система имеет бесконечно много решений.

г) $\begin{cases} 3x + \frac{1}{3}y = 10 \\ 9x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x + y = 30 \\ 9x - 2y = 1 \end{cases}$ — угловые коэффициенты различны, значит графики пересекаются в одной точке. Система имеет единственное решение.

1164. а) $x + y = 1$; б) $20x + 10y = 2$; в) $10x + 5y = 4$.

1165. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ y - kx = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7 - 2x \\ y = 3 + kx \end{cases}$ — график имеет единственное решение при $k \neq -2$, например $k = 1$.

1166. Графики должны совпадать $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 9x - 3y = c \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 30 \\ 9x - 3y = c \end{cases}, \text{ значит } c = 30.$$

1167. $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 2 \\ 5x + 2y = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 20 \\ 5x + 2y = c \end{cases}$ — система

не имеет решений при $c \neq 20$.

1168. а) $\begin{cases} 25x - 18y = 75 \\ 5x - 4y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25x - 18y = 75 \\ -25x + 20y = -25 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 50 \\ 5x - 4y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 25 \\ x = 21 \end{cases};$$

б) $\begin{cases} 35x = 3y + 5 \\ 49x = 4y + 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 140x = 12y + 20 \\ 147x = 12y + 27 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ 35x = 3y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 35 = 3y + 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 10 \end{cases};$$

в) $\begin{cases} 8y - 5z = 23 \\ 3y - 2z = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16y - 10z = 46 \\ -15y + 10z = -30 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 16 \\ 2z = 3y - 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16 \\ 2z = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 16 \\ z = 21 \end{cases};$$

г) $\begin{cases} 13x - 15y = -48 \\ 2x + y = 29 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 29 - 2x \\ 13x - 15 \cdot (29 - 2x) = -48 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 29 - 2x \\ 43x = 387 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 11 \end{cases};$$

д) $\begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 3x + 2y = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 74 \\ 6x + 4y = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ 30 + 2y = 32 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 1 \end{cases};$$

$$\begin{aligned}
 \text{e)} \quad & \begin{cases} 11u + 15v = 1,9 \\ -3u + 5v = 1,3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11u + 15v = 1,9 \\ -9u + 15v = 3,9 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 20u = -2 \\ -3u + 5v = 1,3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = -0,1 \\ 5v = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = -0,1 \\ v = 0,2 \end{cases} .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \boxed{1169.} \text{ a)} \quad & \begin{cases} 6 \cdot (x + y) = 8 + 2x - 3y \\ 5 \cdot (y - x) = 5 + 3x + 2y \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 6x + 6y = 8 + 2x - 3y \\ 5y - 5x = 5 + 3x + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 9y = 8 \\ 3y - 8x = 5 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 8x + 18y = 16 \\ 3y - 8x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21y = 21 \\ 3y - 8x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ -8x = 2 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -0,25 \end{cases} ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б)} \quad & \begin{cases} -2 \cdot (2x + 1) + 1,5 = 3 \cdot (y - 2) - 6x \\ 11,5 - 4 \cdot (3 - x) = 2y - (5 - x) \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} -4x - 2 + 1,5 = 3y - 6 - 6x \\ 11,5 - 12 + 4x = 2y - 5 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 2x = 5,5 \\ 2y - 3x = 4,5 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 6y - 4x = 11 \\ 6y - 9x = 13,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x = -2,5 \\ 2y - 3x = 4,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -0,5 \\ 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} x = -0,5 \\ y = 1,5 \end{cases} ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в)} \quad & \begin{cases} 4 \cdot (2x - y + 3) - 3 \cdot (x - 2y + 3) = 48 \\ 3 \cdot (3x - 4y + 3) + 4 \cdot (4x - 2y - 9) = 48 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 8x - 4y + 12 - 3x + 6y - 9 = 48 \\ 9x - 12y + 9 + 16x - 8y - 36 = 48 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 5x + 2y = 45 \\ 25x - 20y = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25x + 10y = 225 \\ 25x - 20y = 75 \end{cases} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 30y = 150 \\ 5x + 2y = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ 5x = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 7 \end{cases} ;
 \end{aligned}$$

$$\text{г)} \quad \begin{cases} 84 + 3 \cdot (x - 3y) = 36x - 4 \cdot (y + 17) \\ 10 \cdot (x - y) = 3y + 4 \cdot (1 - x) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 84 + 3x - 9y = 36x - 4y - 68 \\ 10x - 10y = 3y + 4 - 4x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 33x + 5y = 152 \\ 14x - 13y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 429x + 65y = 1976 \\ 70x - 65y = 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 499x = 1996 \\ 13y = 14x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 13y = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

1170. a) $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 - \frac{y}{15} \\ 2x - 5y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 15 - y \\ 2x = 5y \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 15 - 3x \\ 2x = 5 \cdot (15 - 3x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 15 - 3x \\ 2x = 75 - 15x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 15 - 3x \\ 17x = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4\frac{7}{17} \\ y = 15 - \frac{225}{17} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4\frac{7}{17} \\ y = \frac{255 - 225}{17} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4\frac{7}{17}; \\ y = 1\frac{13}{17} \end{cases}$$

b) $\begin{cases} 3m + 5n = 1 \\ \frac{m}{4} + \frac{3n}{5} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m + 5n = 1 \\ 5m + 12n = 20 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 15m + 25n = 5 \\ 15m + 36n = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 11n = 55 \\ 3m + 5n = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 5 \\ 3m + 25 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 5 \\ m = -8 \end{cases};$$

b) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ \frac{2x+1}{6} = \frac{9-5y}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 3y + 1 \\ 8x + 4 = 27 - 15y \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x = 6y + 2 \\ 8x = 23 - 15y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y + 2 = 23 - 15y \\ 4x = 3y + 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 21y = 21 \\ 4x = 3y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases};$$

$$\text{г) } \begin{cases} 3q = 4p - 7 \\ \frac{1 - 3q}{4} = \frac{4 - 2p}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9q = 12p - 21 \\ 3 - 9q = 16 - 8p \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 = 4p - 5 \\ 3q = 4p - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 2 \\ 3q = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 2 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\boxed{1171.} \text{ а) } \begin{cases} (x - 1)^2 - (x + 2)^2 = 9y \\ (y - 3)^2 - (y + 2)^2 = 5x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 - x^2 - 4x - 4 = 9y \\ y^2 - 6y + 9 - y^2 - 4y - 4 = 5x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6x - 3 = 9y \\ -10y + 5 = 5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y + 2x = -1 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y + 2x = -1 \\ -2x - 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -y = -3 \\ x = 1 - 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -5 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} (7 + u)^2 - (5 + u)^2 = 6v \\ (2 - v)^2 - (6 - v)^2 = 4u \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 49 + 14u + u^2 - 25 - 10u - u^2 = 6v \\ 4 - 4v + v^2 - 36 + 12v - v^2 = 4u \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4u + 24 = 6v \\ 8v - 32 = 4u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u + 12 = 3v \\ 4v - 16 = 2u \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4v - 16 + 12 = 3v \\ u = 2v - 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 4 \\ u = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{1172.} \text{ а) } \begin{cases} 8x + 5y = 20 \\ 1,6x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 5y = 20 \\ 8x + 10y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5y = -20 \\ 4x = -5y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 5 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{1}{7}x - \frac{1}{13}y = 1 \\ 13x - 7y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13x - 7y = 91 \\ 13x - 7y = 5 \end{cases}; 5 \neq 91 - \text{систе-}$$

ма уравнений не имеет решений;

$$\begin{aligned} \text{в) } \begin{cases} -1,8x + 2,4y = 1 \\ 3x - 4y = 5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 12y - 9x = 5 \\ 9x - 12y = 5 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} 12y - 9x = 5 \\ 12y - 9x = -5 \end{cases}; 5 \neq -5 &- \text{ система уравнений} \\ \text{не имеет решений;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{г) } \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{8}y = \frac{1}{2} \\ -16x + 3y = 12 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 16x - 3y = 12 \\ 16x - 3y = -12 \end{cases}; 12 \neq -12 - \\ \text{система уравнений не имеет решений.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{1173.} \quad \text{а) } \begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 3x + 1 = 13 \\ 7x - 5y = 1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x = 12 \\ 4y = 5x - 1 \\ 5y = 7x - 1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4y = 20 - 1 \\ 5y = 28 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4,75 \\ y = 5,4 \end{cases}; 5,4 \neq 4,75 &- \text{ система} \\ \text{уравнений не имеет решений;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \begin{cases} 11x + 3y = 1 \\ 2x + y = 3 \\ 5x + 2y = 4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 11x + 9 - 6x = 1 \\ 5x + 6 - 4x = 4 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 5x = -8 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x = -1,6 \\ x = -2 \end{cases}; -1,6 \neq -2 &- \text{ система} \\ \text{уравнений не имеет решений.} \end{aligned}$$

1174. Для того чтобы прямые проходили через одну и ту же точку, необходимо чтобы система уравнений имело одно решение.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 20 \\ 3x - 5y = 11 \\ x + y = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ 18 - 2y + 3y = 20 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 9 - y \\ y = 2 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \\ 21 - 10 = 11 \end{cases} \quad \text{. Ответ: да, пря-}$$

мые проходят через точку (7; 2).

1175. а) $A(1; 2), B(-2; 3), y = kx + b:$

$$\begin{cases} 2 = k + b \\ 3 = -2k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 - k \\ 3 = -2k + 2 - k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3k = -1 \\ b = 2 - k \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = 2\frac{1}{3} \end{cases} \text{. Искомая функция } y = -\frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3}.$$

б) $M(-5; 0), K(2; -1), y = kx + b:$

$$\begin{cases} 0 = -5k + b \\ -1 = 2k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = 5k \\ -1 = 2k + 5k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{7} \\ b = -\frac{5}{7} \end{cases} \text{. Искомая функция}$$

$$y = -\frac{1}{7}x - \frac{5}{7}.$$

1176. $y = kx + b:$ а) $M(-1; 1), P(4; 4);$

$$\begin{cases} 1 = -k + b \\ 4 = 4k + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = k + 1 \\ 4 = 4k + k + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5k = 3 \\ b = k + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 0,6 \\ b = 1,6 \end{cases} \text{ — } y =$$

$$= 0,6x + 1,6;$$

б) $A(-3; 3), B(3; -3);$

$$\begin{cases} 3 = -3k + b \\ -3 = 3k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ k = -1 \end{cases} \text{ —}$$

$$y = -x.$$

1177. Пусть автомобиль шёл со скоростью 40 км/ч — x часов, а со скоростью 60 км/ч — y часов, тогда

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 40x + 60y = 45 \cdot 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 - y \\ 40x + 60y = 360 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 8 - y \\ 2x + 3y = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16 - 2y + 3y = 18 \\ x = 8 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Ответ: 6 ч и 2 ч.

1178. Пусть велосипедист ехал от пункта A до пункта B x часов, а от пункта B до пункта C y часов, тогда

$$\begin{cases} 10x + 15y = 12 \cdot 5 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ 50 - 10y + 15y = 60 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5y = 10 \\ x = 5 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}. \text{ Ответ: 3 ч и 2 ч.}$$

1179. Пусть первое поле x га, а второе y га, тогда

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = 340 \\ \frac{1}{3}\left(\frac{3}{4}x\right) + 60 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}y\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 4y = 4080 \\ 3x + 720 = 4y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 4y - 720 \\ 4y - 720 + 4y = 4080 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8y = 4800 \\ 3x = 4y - 720 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 600 \\ x = 560 \end{cases}. \text{ Ответ: первое поле 560 га, второе поле 600 га.}$$

1180. Пусть длинна прямоугольника x , а ширина y , тогда

$$\begin{cases} (x + 3) \cdot (y + 3) = xy + 90 \\ (x + 5)(y - 2) = xy + 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy + 3x + 3y + 9 = xy + 90 \\ xy - 2x + 5y - 10 = xy + 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 27 \\ 5y - 2x = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 27 - y \\ 5y - 2x = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 27 - y \\ 5y - 54 + 2y = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 27 - y \\ 7y = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 15 \end{cases}. \text{ Ответ: ширина 12 см, длинна 15 см.}$$

1181. Пусть первое число x , а второе y , следовательно

$$\begin{cases} 1,3x + 0,9y = x + y + 6 \\ 0,9x + 0,8y = x + y - 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 13x + 9y = 10x + 10y + 60 \\ 9x + 8y = 10x + 10y - 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 60 \\ x + 2y = 160 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 60 \\ x + 6x - 120 = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 60 \\ 7x = 280 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

Ответ: 40 и 60.

1182. Пусть масса мешка с рисом составляет x кг, а с пшеном y кг, тогда $\begin{cases} 2x + y = 160 \\ 0,8x + 0,8x + 0,75y = 125 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 160 - 2x \\ 1,6x + 0,75 \cdot (160 - 2x) = 125 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 160 - 2x \\ 1,6x + 120 - 1,5x = 125 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,1x = 5 \\ y = 160 - 2x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 60 \end{cases} \text{ Ответ: масса мешка с рисом } 50 \text{ кг, с пшеном } 60 \text{ кг.}$$

1183. Пусть на первом станке в день изготавливали x деталей, а на втором y , тогда

$$\begin{cases} 8x + 5y = 235 \\ 1,15 \cdot (2x) + 1,20 \cdot (3y) = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5y = 235 - 8x \\ 2,3x + 3,6y = 100 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 47 - 1,6x \\ 2,3x + 169,2 - 5,76x = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 47 - 1,6x \\ 3,46x = 69,2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases} \text{ Ответ: 20 деталей на первом и 15 деталей на втором.}$$

ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ ТРУДНОСТИ

1184. $(a - 1)x = 12$; $a - 1 \neq 0$; $a \neq 1$; $x = \frac{12}{a-1}$; $a = 2 \Rightarrow x = 12$; $a = 3 \Rightarrow x = 6$; $a = 4 \Rightarrow x = 4$; $a = 5 \Rightarrow x = 3$; $a = 7 \Rightarrow x = 2$; $a = 13 \Rightarrow x = 1$.
 Ответ: $a = 2; 3; 4; 5; 7; 13$.

1185. а) $|x - 3| = 7$: при $x \geq 3$; $|x - 3| = x - 3 \Rightarrow x - 3 = 7$; $x = 10$; при $x < 3$; $|x - 3| = -x + 3 \Rightarrow -x + 3 = 7$; $x = -4$. Ответ: $x = -4; 10$.

б) $|x + 2| = 9$: при $x \geq -2$; $|x + 2| = x + 2 \Rightarrow x + 2 = 9$; $x = 7$; при $x < -2$; $|x + 2| = -x - 2 \Rightarrow -x - 2 = 9$; $-x = 11$; $x = -11$. Ответ: $x = -11; 7$.

в) $|4 - x| = 1,5$: при $x \geq 4$; $|4 - x| = x - 4 \Rightarrow x - 4 = 1,5$; $x = 5,5$; при $x < 4$; $|4 - x| = 4 - x \Rightarrow 4 - x = 1,5$; $x = 2,5$; Ответ: $x = 2,5; 5,5$.

г) $|6 - x| = 7,3$: при $x \geq 6$; $|6 - x| = x - 6 \Rightarrow x - 6 = 7,3$; $x = 13,3$; при $x < 6$; $|6 - x| = 6 - x \Rightarrow 6 - x = 7,3$; $x = -1,3$. Ответ: $x = -1,3; 13,3$.

1186. Шестизначное число, в котором первая цифра совпадает с четвёртой, вторая — с пятой и третья — с шестой можно представить как $abcabc$ где переменные b, c принимают значения от 0 до 9, а переменная a от 1 до 9: $abcabc = 100000 \cdot a + 10000 \cdot b + 1000 \cdot c + 100 \cdot a + 10 \cdot b + c = 100a \cdot (1000 + 1) + 10b \cdot (1000 + 1) + c \cdot (1000 + 1) = (100a + 10b + c) \cdot 1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot (100a + 10b + c)$;

1187. Пусть в первой бочке x воды, во второй бочке тогда тоже x . После того как количество воды в первой бочке уменьшили на 10%, в ней стало $0,9x$ воды. Затем увеличили на 10%, $0,9x + 0,9x \cdot 0,1 = 0,99x$. Во второй бочке объём воды увеличили на 10%, в ней стало $1,1x$. Затем уменьшили на 10%, $1,1x - 1,1x \cdot 0,1 = 0,99x$.
 Ответ: В бочках стало одинаковое количество воды.

1188. В 11 кг свежих грибов содержится $11 \cdot 0,9 = 9,9$ кг воды. Вес грибов без воды составляет $11 - 9,9 = 1,1$ кг. В сухих грибах 12% воды, $100\% - 12\% = 88\%$. Значит масса сухих грибов равна $\frac{1,1 \cdot 100}{88} = 1,25$ кг. Ответ: 1,25 кг.

1189. Пусть в первом ящике a орехов, во втором b и в третьем c . В первом ящике на 80 орехов больше

$$\text{чем в третьем } a - c = 80. \quad \begin{cases} 1,1a = b \\ 1,3c = b \quad 1,1a = 1,3c; \\ a - c = 80 \end{cases}$$

$$a = \frac{13}{11}c; \quad c = \frac{10}{13}b; \quad a = \frac{10}{11}b \Rightarrow \frac{10}{11}b - \frac{10}{13}b = 80 \Rightarrow 13b - 11b = 1144 \Rightarrow b = 572 \Rightarrow a = \frac{10}{11}b = 520 \Rightarrow c = 440.$$

Ответ: в первом ящике 520, во втором 572 и в третьем 440.

1190. $1^3 + 2^3 + \dots + 99^3$ сгруппируем члены суммы таким образом, $(1^3 + 99^3) + (2^3 + 98^3) + (3^3 + 97^3) + (4^3 + 96^3) + \dots$ без пары останется только 50^3 , $(1 + 99)(1 - 99 + 99^2) + (2 + 98)(2^2 - 98 \cdot 2 + 98^2) + \dots + (49 + 51)(49^2 - 49 \cdot 51 + 51^2) + 50^3 = 100 \cdot (1 - 99 + 99^2 + 2^2 - 98 \cdot 2 + 98^2 + \dots + 49^2 - 49 \cdot 51 + 51^2) + 1000 \cdot 5^3 = 100 \cdot (1 - 99 + 99^2 + 2^2 - 98 \cdot 2 + 98^2 + \dots + 49^2 - 49 \cdot 51 + 51^2 + 10 \cdot 5^3) -$ делится на 100.

$$\mathbf{1191.} \quad \begin{cases} 0,8b = a \\ 1,4b = c \\ c - a = 72 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - a = 1,4b - 0,8b \\ a = 0,8b \\ c = 1,4b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0,6b = 72 \\ a = 0,8b \\ c = 1,4b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 120 \\ a = 96 \\ c = 168 \end{cases}.$$

$$\mathbf{1192.} \quad \begin{cases} 0,75b = a \\ 0,4c = a \\ c - b = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - b = \frac{a}{0,4} - \frac{a}{0,75} \\ 0,75b = a \\ 0,4c = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{6}a = 42 \\ 0,75b = a \\ 0,4c = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 36 \\ b = 48 \\ c = 90 \end{cases}$$

1193. Пусть количество десятков искомого числа равняется a , а единиц b . Тогда, $10a + b = 4 \cdot (a + b)$; $10a + b = 4a + 4b$; $6a = 3b$; $2a = b$. Переменная a принимает значения от 1 до 9, а b от 0 до 9: при $a = 1$, $b = 2$; при $a = 2$, $b = 4$; при $a = 3$, $b = 6$; при $a = 4$, $b = 8$; Ответ: 12, 24, 36, 48.

1194. $\underbrace{1111 \dots 1}_{81 \text{ раз}} = 111111111 \cdot 10^{72} + 111111111 \cdot 10^{63} + \dots + 111111111 = 111111111 \cdot (10^{72} + 10^{63} + \dots + 1)$. Число 111111111 делится на 9 так как сумма его цифр кратна 9, $(10^{72} + 10^{63} + \dots + 1)$ сумма цифр равна 9 значит так же делится на 9. Значит $\underbrace{1111 \dots 1}_{81 \text{ раз}}$ делится на 81.

1195. Пусть x простое число, y частное, остаток z . $x - z = 30b$. Проведём доказательство от противного. Предположим что остаток от деления составное число, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28 все возможные составные остатки. Число z не может быть чётным, так как x было бы чётным, противоречит условию. Тогда остаются остатки 9, 15, 21, 25, 27. Все эти числа кроме 25 можно представить в виде $3n$, где $n \in \mathbb{N}$. Пусть $z = 3n$. $x - 3n = 30y$. $x = 3 \cdot (10y + 1)$, но x простое — противоречие. Пусть $z = 25$. $x - 25 = 30y$; $x = 5 \cdot (6y + 5)$, x — кратно 5 — противоречие. Значит z может быть простым числом или единицей.

1196. $10a + 1000 + 1 = 23a \Rightarrow 10a + 1001 = 23a \Rightarrow 13a = 1001 \Rightarrow a = 77$. Ответ: 77.

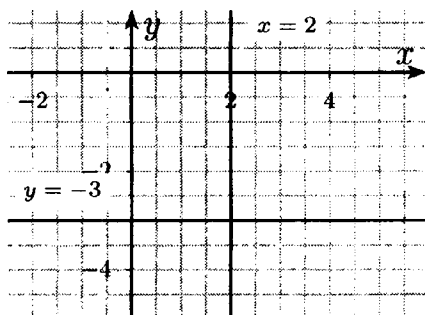
1197. $\overline{ab} = 10a + b$; где переменная a принимает значения от 1 до 9, а b от 0 до 9.

1. Зачеркнули первую цифру тогда $10a + b = 31b$. $3b = a$: при $b = 1$, $a = 3$; при $b = 2$, $a = 6$; при $b = 3$, $a = 9$.

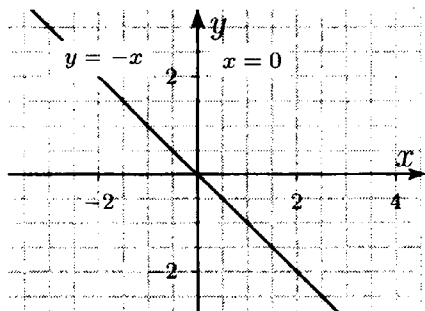
2. Зачеркнули вторую цифру $10a + b = 31a$; $b = 21a$ — не имеет решения, так как переменная a принимает значения от 1 до 9, а b от 0 до 9. Ответ: в числах 31, 62, 93 зачеркнули первую цифру.

1198. Пусть первоначальное число $\overline{8ab} = 800 + 10a + b$; где переменные a и b принимают значения от 0 до 9. Тогда, $800 + 10a + b + 18 = 100a + 10b + 8 \Rightarrow 810 = 90a + 9 \Rightarrow 90 = 10a + b \Rightarrow a = 9$ и $b = 0$. Ответ: 890.

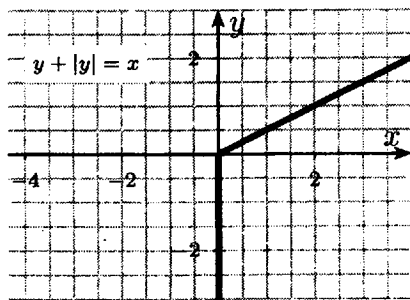
1199. а) $(x - 2)(y + 3) = 0 \Rightarrow x = 2$; $y = -3$;



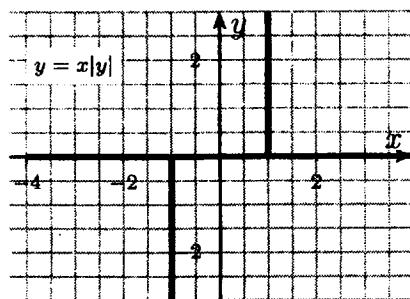
б) $x^2 + xy \Rightarrow x \cdot (x + y) = 0 \Rightarrow x = 0$; $y = -x$.



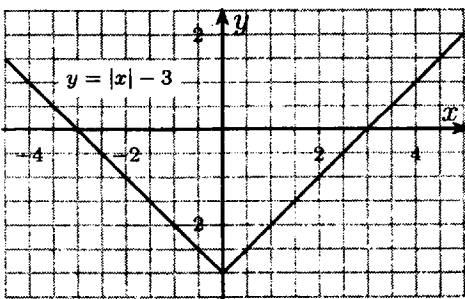
1200. а) $y + |y| = x$: при $y \geq 0 \Rightarrow |y| = y \Rightarrow y = 0,5x$;
при $y < 0 \Rightarrow |y| = -y \Rightarrow x = 0$;



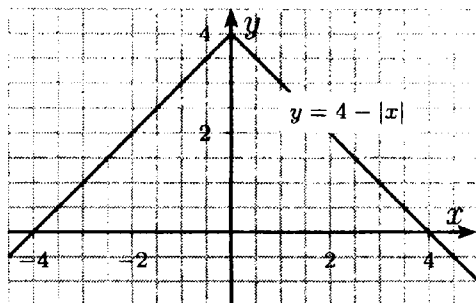
б) $y = x|y|$: при $y > 0 \Rightarrow |y| = y \Rightarrow x = 1$; при $y < 0 \Rightarrow |y| = -y \Rightarrow x = -1$; при $y = 0 \Rightarrow x$ — любое.



1201.



а)

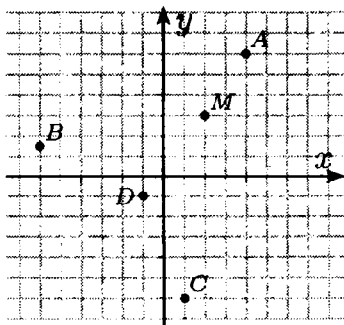


б)

1202. 1. Если после умножения на 2 искомое число станет квадратом, значит в разложении на простые множители этого числоколичество 2 не чётно, а всех остальных равных членов произведения чётное количество. 2. После умножения на 3 станет кубом, значит если к числу троек в разложении на простые множители в искомом числе прибавить ещё одно, то их количество должно делиться на 3. А все остальные равные члены произведения являются кубом какого-то числа. Очевидно, что искомое число в разложении на простые множители должно содержать 2 и 3. Из 1 и 2 следует, что минимальное количество двоек 3, а троек 2. Искомое число $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$.

1203. 96^7 оканчивается на 6. 22^5 оканчивается на 2, т. к. $2^5 = 32$. 48^6 оканчивается на 4, т. к. $8^6 = 2^{3 \cdot 6} = 2^{18}$ оканчивается на 4, значит $96^7 - 22^5 - 48^6$ оканчивается на $6 - 2 - 4 = 0$ следовательно кратно 10.

2004.



1205. Умножим обе части на $(10^{11} + 1)(10^{12} + 1)$; $(10^{10} + 1)(10^{12} + 1) \cdot (10^{11} + 1)(10^{11} + 1)$; $10^{22} + 10^{12} + 10^{10} + 1$; $10^{22} + 2 \cdot 10^{11} + 1$; вычтем $10^{22} + 1$; $10^{10}(10^2 + 1) \cdot 10^{10}(2 \cdot 10)$; разделим обе части на 10^{10} ; $101 > 20$.
Значит $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} > \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$;

1206. $2x^2 + 2y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 2xy + y^2) = (x + y)^2 + (x - y)^2$;

1207. $15x^2 - 18xy + 15y^2 = (9x^2 - 18xy + 9y^2) + 6x^2 + 6y^2 = (3x - 3y)^2 + 6y^2 + 6x^2 > 0$, т. к. $6y^2 > 0$; $6x^2 > 0$; $(3x - 3y)^2 \geq 0$.

1208. а) $x^8 + x^4 - 2 = (x^8 - 1) + (x^4 - 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 1) + (x^4 - 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 2) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 2)$; б) $a^5 - a^2 - a - 1 = a \cdot (a^4 - 1) - (a^2 + 1) = a \cdot (a^2 - 1)(a^2 + 1) - (a^2 + 1) = (a^2 + 1)(a^3 - a - 1)$; в) $n^4 + 4 = n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2 = (n^2 + 2)^2 - (2n)^2 = (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$; г) $n^4 + n^2 + 1 = (n^4 + 2n^2 + 1) - n^2 = (n^2 + 1)^2 - n^2 = (n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)$.

1209. Имеем $p^2 - 1 = (p + 1)(p - 1)$, т. к. p простое число больше 3, значит p нечётное, и следовательно $p + 1$ и $p - 1$ последовательные чётные числа, причём одно из них кратно 4. Значит $(p + 1)(p - 1)$ делится на $2 \cdot 4 = 8$; Из чисел 3 последовательных чисел обязательно одно делится на 3 и так как p простое и не кратно 3, из чисел $p + 1$ и $p - 1$ обязательно одно делится на 3. Значит $(p + 1)(p - 1)$ кратно $3 \cdot 8 = 24$.

1210. Имеем $(n + 1)^3 - n^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n^3 = 3 \cdot (n^2 + n) + 1$; $n^2 + n$ — при чётном n кратно 2, при не чётном n также кратно 2 так как сумма двух нечётных чисел равна чётному числу. Значит $3 \cdot (n^2 + n)$ — делится на 6, а $(n + 1)^3 - n^3$ при делении на 6 даёт остаток 1.

1211. Имеем $a - 2, a - 1, a, a + 1, a + 2$ — пять последовательных натуральных чисел ($a \geq 3$); $(a - 2)^2 +$

$$+ (a-1)^2 + a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 = a^2 - 4a + 4 + a^2 - 2a + 1 + a^2 + a^2 + 2a + 1 = a^2 + 4a + 4 = 5a^2 + 10;$$

1. Пусть a чётное, тогда $a^2 = 4n$, где n — натуральное число. $5a^2 + 10 = 20n + 10 = 10 \cdot (2n + 1) = 5 \cdot (4n + 2) = 2 \cdot (10n + 5)$ — не может быть квадратом натурального числа, так как $10n + 5$ всегда не чётное, значит при разложении числа $2 \cdot (10n + 5)$; 2 встречается всего один раз.

2. Пусть a — не чётное, тогда $a^2 = 2n + 1$, где n — некоторое натуральное число. $5a^2 + 10 = 10n + 15 = 5 \cdot (2n + 3)$. Мы представили $5a^2 + 10$ в виде произведения двух натуральных чисел. Значит $2n + 3 = 5$, $n = 1$, $5a^2 + 10 = 25$; $5a^2 = 15$, $a^2 = 3$.

Натурального числа, квадрат которого равен 3 не существует, следовательно, если a — нечётное, то $5a^2 + 10$ нельзя представить в виде квадрата некоторого натурального числа.

Рассмотрены все случаи. Утверждение доказано.

1212. Если число не кратно 3 то оно даёт в остатке при делении на три 1 или 2.

1. Остаток равен 1. $(3n + 1)^2 - 1 = 9n^2 + 6n + 1 - 1 = 9n^2 + 6n = 3 \cdot (3n^2 + 2n)$.

2. Остаток равен 2. $(3n + 2)^2 - 1 = 9n^2 + 12n + 4 - 1 = 3 \cdot (3n^2 + 4n + 1)$.

1213. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) = (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) = (2^4-1)(2^4+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) = (2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1) = (2^{32}-1)(2^{32}+1) = 2^{64} - 1$.

1214. Дано $x^2 - y^2 = 30$. Так как $x^2 = (-x)^2$ будем рассматривать только положительные числа и ноль. То есть $x \geq 0$, $y \geq 0$.

1. Пусть $x = 2n$, $y = 2k$. $x^2 - y^2 = 4 \cdot (n^2 - k^2) = 30$; $2 \cdot (n^2 - k^2) = 15$, но x и y целые числа. Значит данное выражение не имеет решений.

2. Пусть $x = 2n + 1$, $y = 2k + 1$; $x^2 - y^2 = (2n + 1)^2 - (2k + 1)^2 = 4 \cdot (n^2 + n - k^2 - k) = 30$; $2 \cdot (n^2 + n - k^2 - k) = 15$. Очевидно, что при целых n и k не имеет решений.

3. При x чётном, а y нечётном или наоборот, $x^2 - y^2$ будет нечётное число (в результате вычитания из чётного числа нечётное получится чётное) но должно быть чётным. Противоречие. Значит $x^2 - y^2 = 30$ не имеет целых решений.

1215. Дано $ax^3 + bx^2 + cx + d$: a, b, c, d — целые числа. При $x = 19$. $a \cdot 19^3 + b \cdot 19^2 + c \cdot 19 + d = 1$. При $x = 62$. $a \cdot 62^3 + b \cdot 62^2 + c \cdot 62 + d = 2$. Условие $a = 0$ и $b = 0$ не могут быть выполнены одновременно, так как решение системы,
$$\begin{cases} 19c + d = 1 \\ 62c + d = 2 \end{cases}$$
 есть числа $c = \frac{1}{43}$,

$d = \frac{24}{43}$. Значит можно выразить из первого уравнения $19^2 \cdot (19a + b) = 1 - d - 19c$, из второго $62^2 = \frac{2-d-62c}{62a+b} \Rightarrow \Rightarrow 62^2 = \frac{2-d-62c}{62a+b} = \frac{1-d-19c}{62a+b} + \frac{1-43c}{62a+b} = 19^2 \frac{19a+b}{62a+b} + \frac{1-43c}{62a+b} = = 19^2 \frac{62a+b}{62a+b} - \frac{43 \cdot 19^2 \cdot a}{62a+b} + \frac{1-43c}{62a+b} = 19^2 + \frac{1-43 \cdot (19^2 a + c)}{62a+b}$. Отсюда следует: $62^2 - 19^2 = \frac{1-43 \cdot (19^2 a + c)}{62a+b} \Rightarrow 62^2 - 19^2 = (62 - 19)(62 + 19) = 43 \cdot 81$, значит $43 \cdot 81 = \frac{1-43 \cdot (19^2 a + c)}{62a+b} \Rightarrow \Rightarrow 81 \cdot (62a + b) = \frac{1-43 \cdot (19^2 a + c)}{43} = \frac{1}{43} - (19^2 a + c) \Rightarrow 81 \times \times (62a + b) + (19^2 a + c) = \frac{1}{43}$.

Такого быть не может при целых a, b, c . Значит такие коэффициенты a, b, c, d не существуют.

1216. Дано: $y = \frac{x+z}{2}$. $x^4 + 2x^3z - 2xz^3 - z^4 - 4x^2y^2 + 4y^2z^2 = x^4 + 2x^3z - 2xz^3 - z^4 - x^2(x+z)^2 + + z^2(x+z)^2 =; = x^4 + 2x^3z - 2xz^3 - z^4 - x^4 - 2x^3z - - x^2z^2 + z^2x^2 + 2z^3x + z^4 = 0$.

1217. Дано: $p^2 - 2q^2 = 1 \Rightarrow 2q^2 = p^2 - 1 \Rightarrow 2q^2 = = (p-1)(p+1)$.

1. Пусть p чётное. Единственное чётное простое число это 2. $2q^2 = 3$. Не может быть такого при простом q .

2. Пусть p не чётное. Тогда $p = 2n + 1$ где n какое то натуральное число, тогда $(p - 1)(p + 1) = (2n + 1 - 1)(2n + 1 + 1) = 4n \cdot (n + 1)$, значит $q^2 = 2n \cdot (n + 1)$, а значит q кратно 2. Единственное простое число которое делится на 2 это 2. $q = 2$. $8 = p^2 - 1$; $p^2 = 9$; $p = 3$. Ответ: $q = 2$, $p = 3$.

1218. $5x^3 - 32x^2 + 75x - 71$; $a(x - 2)^3 + b(x - 2)^2 + c \cdot (x - 2) + d = a \cdot (x^3 - 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 4 - 8) + b \cdot (x^2 - 4x + 4) + cx -$
 $- 2c + d = ax^3 - 6ax^2 + 12ax - 8a + bx^2 - 4bx + 4b +$
 $+ cx - 2c + d = ax^3 + (-6a + b)x^2 + (12a - 4b + c)x +$
 $+ (-8a + 4b - 2c + d)$. Значит $5x^3 = ax^3$; $a = 5$;
 $(-6a + b)x^2 = -32x^2$; $-30 + b = -32$; $b = -2$;
 $(12a - 4b + c)x = 75x$; $60 + 8 + c = 75$; $c = 7$;
 $-8a + 4b - 2c + d = -71$; $-40 - 8 - 14 + d = -71$; $d = -9$.
 Ответ: $a = 5$, $b = -2$, $c = 7$, $d = -9$.

1222. Если трёхзначное число равно квадрату двухзначного и кубу однозначного, значит это 6 степень какого-то однозначного числа, подходит только 3, значит искомое число $3^6 = 9^3 = 27^2 = 729$. Ответ: 729.

1223. a, b натуральные числа, $a + b = 168$; $\frac{a}{24} + \frac{b}{24} = 7$. Пусть $x = \frac{a}{24}$ и $y = \frac{b}{24}$ тогда $x + y = 7$; где x, y натуральные: при $x = 1, y = 6 \Rightarrow a = 24, b = 144$; при $x = 2, y = 5 \Rightarrow a = 48, b = 120$; при $x = 3, y = 4 \Rightarrow a = 72, b = 96$; при $x = 4, y = 3 \Rightarrow a = 96, b = 72$; при $x = 5, y = 2 \Rightarrow a = 120, b = 48$; при $x = 6, y = 1 \Rightarrow a = 144, b = 24$.

1224. Выпишем все простые числа меньше 26: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. Из $x + y = 26$ имеем, что: $x = 3, y = 23$; $x = 7, y = 19$; $x = 13, y = 13$; $x = 19, y = 7$; $x = 23, y = 3$.

1126. Пусть первый луг x , тогда второй $2x$ и в артели было всего n косцов. t — время которое работают косцы, v — сколько один косец косит за

единицу времени t . Тогда,
$$\begin{cases} 0,5vtn + 0,5vt\frac{n}{2} = 2x \\ v\frac{n}{2} \cdot \frac{t}{2} + vt = x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} 2vtn + vtn = 8x \\ 2vtn + 8vt = 8x \end{cases} &\Rightarrow 2vtn + vtn = 2vtn + 8vt \Rightarrow \\ \Rightarrow vtn = 8vt \Rightarrow n = 8. &\text{Ответ: в артели было 8 косцов.} \end{aligned}$$

1227. Пусть скорость автобуса a , а скорость автомобиля b . Время, через которое они встретились 7 ч 50 мин $- 6$ ч 20 мин $= 1,5$ ч. Если бы автобус вышел на 1 ч 15 мин раньше, а легковой автомобиль на 15 мин позже то они встретились в 7 ч 35 мин. Значит автобус будет в пути 7 ч 35 мин $- 6$ ч 20 мин $+ 1$ ч 15 мин $= 1$ ч 15 мин $+ 1$ ч 15 мин $= 2,5$ ч, а автомобиль 7 ч 35 мин $- 6$ ч 20 мин $- 15$ мин $= 1$ ч. Тогда,
$$\begin{cases} 180 = 1,5 \cdot (a + b) \\ 180 = 2,5a + b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 180 = 1,5 \cdot (a + b) \\ 1,5a + 1,5b = 2,5a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 180 = 1,5 \cdot (a + b) \\ 0,5b = a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0,5b \\ 180 = 1,5 \cdot (1,5b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 80 \\ a = 40 \end{cases} \quad \text{Ответ: 40 км/ч и 80 км/ч.}$$

1228. Пусть скорость первого автобуса v , а скорость велосипедиста a . Тогда скорость второго автобуса $\frac{12}{7}v$. Встреча первого автобуса и велосипедиста произошла через 10 ч 10 мин $- 8$ ч 50 мин $= 1$ ч 20 мин $= \frac{4}{3}$ ч, а со вторым через 10 ч 50 мин $- 8$ ч 50 мин $= 2$ ч.

Значит
$$\begin{cases} 100 = 2 \cdot (v + a) \\ 100 = \frac{4}{3}a + \frac{4}{3} \cdot \frac{12}{7}v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50 = v + a \\ 100 = \frac{4}{3}a + \frac{16}{7}v \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = 50 - a \\ 2100 = 28a + 2400 - 48a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 50 - a \\ v = 50 - a \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \begin{cases} 20a = 300 \\ v = 50 - a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 15 \\ v = 35 \end{cases}$ Ответ: скорость велосипедиста 15 км/ч.

1229. Пусть расстояние от A до B равняется S , v_B — скорость всадника, v_P — скорость пешехода, T — время за которое всадник проходит путь S . Всадник прошёл путь $2S$ за 1 ч 40 мин = 100 мин. Значит на путь S он затратил 50 мин, а пешеход $T + 50 = 100$. Тогда $\frac{v_P}{v_B} = \frac{S}{100} \cdot \frac{50}{S} = 0,5$ то есть $2v_P = v_B$. Когда всадник доехал до B пешеход был на расстоянии $0,5S$ от B . На обратном пути всадник встретился с пешеходом на расстоянии 2 км от B . Значит пешеход прошёл 1 км так как $2v_P = v_B$. Тогда $0,5S = 2 + 1 = 3$ км; $S = 6$ км. $v_P = \frac{S}{100} = \frac{6}{100} \cdot 60 = 3,6$ км/ч (умножаем на 60 чтобы перевести минуты в часы) $v_B = 7,2$ км/ч. Ответ: расстояние 6 км, скорость всадника 7,2 км/ч, скорость пешехода 3,6 км/ч.

1230. Воды в только что добытой тонне угля 0,02 т. Масса без воды 0,98 т, что составляет $100\% - 12\% = 88\%$ после пребывания на воздухе две недели. Значит: $\frac{0,98}{88\%} \cdot 100\% = 1,114$ т, масса добытого угля после пребывания двух недель на воздухе. Масса увеличилась на $1,114 - 1 = 0,114$ т = 114 кг. Ответ: 114 кг.

1231. Пусть обычная скорость ходьбы v . Время, за которое первый брат добежал до школы и догнал второго брата t . T — время за которое братья доходят со школы домой при обычной скорости ходьбы. x — во сколько раз скорость бега первого брата больше обычной скорости ходьбы братьев.

Так как путь от школы до дома постоянный то $vT = (T + 6 - t)v + \frac{v}{2}t$. $0,5t = 6$; $t = 12$.

Первый брат через 15 мин. Побежал в школу, и немедленно бросился назад, пусть братья через 15 мин

были в точке A , которая находится на расстоянии $15v$ от школы, значит первый брат должен бежать на $2 \times 15v = 0,5vt$. $xvt - 2 \cdot 15v = 0,5vt$; $xt - 30 = \frac{t}{2}$; $xt = \frac{t}{2} + 30$; $x = \frac{0,5t+30}{t} = \frac{30+6}{12} = 3$. Ответ: в 3 раза.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава I. Выражения, тождества, уравнения	4
§ 1. Выражения	4
1. Числовые выражения	4
2. Выражения с переменными	7
3. Сравнение значений выражений	11
§ 2. Преобразование выражений	14
4. Свойства действий над числами	14
5. Тождества. Тождественные преобразования выражений	16
§ 3. Уравнения с одной переменной	19
6. Уравнение и его корни	19
7. Линейное уравнение с одной переменной	22
8. Решение задач с помощью уравнений	26
§ 4. Статистические характеристики	32
9. Среднее арифметическое, размах и мода	32
10. Медиана как статистическая характеристика	35
11. Формулы	37
Дополнительные упражнения к главе I .	38
 Глава II. Функции	 47
§ 5. Функции и их графики	47
12. Что такое функция	47
13. Вычисление значений функции по формуле	48

14. График функции	51
§ 6. Линейная функция	54
15. Прямая пропорциональность и её график	54
16. Линейная функция и её график . . .	58
17. Задание функции несколькими формулами	66
Дополнительные упражнения к главе II	69

Глава III. Степень с натуральным показателем **77**

§ 7. Степень и её свойства	77
18. Определение степени с натуральным показателем	77
19. Умножение и деление степеней . . .	82
20. Возведение в степень произведения и степени	85
§ 8. Одночлены	89
21. Одночлен и его стандартный вид . .	89
22. Умножение одночленов. Возведение одночлена в степень	91
23. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики	93
24. О простых и составных числах . . .	96
Дополнительные упражнения к главе III	97

Глава IV. Многочлены **105**

§ 9. Сумма и разность многочленов	105
25. Многочлен и его стандартный вид .	105
26. Сложение и вычитание многочленов	107
§ 10. Произведение одночлена и многочлена .	113
27. Умножение одночлена на многочлен	113

28. Вынесение общего множителя	
за скобки	122
§ 11. Произведение многочленов	126
29. Умножение многочлена на многочлен	126
30. Разложение многочлена на множители способом группировки	131
31. Деление с остатком	134
Дополнительные упражнения к главе IV	136

Глава V. Формулы сокращенного умножения **148**

§ 12. Квадрат суммы и квадрат разности	148
32. Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений	148
33. Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности	153
§ 13. Разность квадратов. Сумма и разность кубов	156
34. Умножение разности двух выражений на их сумму	156
35. Разложение разности квадратов на множители	161
36. Разложение на множители суммы и разности кубов	166
§ 14. Преобразование целых выражений	168
37. Преобразование целого выражения в многочлен	168
38. Применение различных способов для разложения на множители	171
39. Возведение двучлена в степень	175
Дополнительные упражнения к главе V	177

Глава VI. Системы линейных уравнений **189**

§ 15. Линейные уравнения с двумя переменными и их системы	189
40. Линейное уравнение с двумя переменными	189
41. График линейного уравнения с двумя переменными	192
42. Системы линейных уравнений с двумя переменными	195
§ 16. Решение систем линейных уравнений . .	200
43. Способ подстановки	200
44. Способ сложения	207
45. Решение задач с помощью уравнений	215
46. Линейные неравенства с двумя переменными и их системы	222
Дополнительные упражнения к главе VI	225

Задачи повышенной трудности **239**

Издательство «ЛадКом»
ladya-book@bk.ru

С. М. Зак

**ВСЕ ДОМАШНИЕ
РАБОТЫ
К УЧЕБНИКУ
Ю. Н. Макарычева
АЛГЕБРА
7 КЛАСС**

ФГОС

Формат 84x108 $\frac{1}{32}$

**Бумага типографская. Печать офсетная. 256 с.
Усл.печ.л. 8. Тираж 7000 экз. Заказ № ВЗК-02319-13.
Издательство «ЛадКом» Москва 2014 г.**

**Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов.**

610033, г. Киров, ул. Московская, 122.

Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36

<http://www.gipp.kirov.ru>; e-mail: order@gipp.kirov.ru