

Вариант № 4345857

1. Задание 1 № 311754. Найдите значение выражения

$$1,4 \cdot 2,4 + 0,24.$$

Решение.

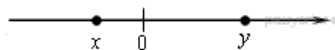
Найдём значение выражения:

$$1,4 \cdot 2,4 + 0,24 = \frac{14}{10} \cdot \frac{24}{10} + \frac{24}{100} = \frac{24 \cdot 10 + 24 \cdot 4 + 24}{100} = \frac{240 + 96 + 24}{100} = \frac{360}{100} = 3,6.$$

Ответ: 3,6.

2. Задание 2 № 79. На координатной прямой отмечены числа x и y

:



Какое из следующих утверждений неверно?

- 1) $xy < 0$
- 2) $y - x < 0$
- 3) $x^2y > 0$
- 4) $x + y > 0$

Решение.

Заметим, что $x < 0, y > 0$ и $|x| < |y|$. Проверим все варианты ответа:

- 1) $xy < 0$ — верно,
- 2) $y - x < 0$ — неверно,
- 3) $x^2y > 0$ — верно,
- 4) $x + y > 0$ — верно.

Правильный ответ указан под номером 2.

3. Задание 3 № 338098. Представьте выражение $(m^{-9})^{-8} \cdot m^{13}$ в виде степени с основанием m .

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) m^{85}
- 2) m^{-4}
- 3) m^{59}
- 4) m^{-30}

Решение.

Используя формулы $\frac{1}{m^{-a}} = m^a$, $m^a \cdot m^b = m^{a+b}$ и $(m^b)^a = m^{ab}$, получаем:

$$(m^{-9})^{-8} \cdot m^{13} = m^{-9 \cdot (-8)} \cdot m^{13} = m^{72+13} = m^{85}.$$

Правильный ответ указан под номером 1.

4. Задание 4 № 314499. Найдите корни уравнения $5x^2 + 20x = 0$.

Если корней несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

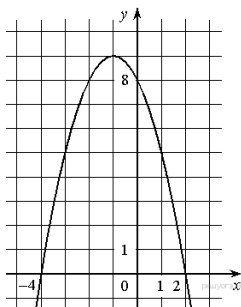
Вынесем общий множитель за скобки:

$$5x^2 + 20x = 0 \Leftrightarrow 5x(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -4. \end{cases}$$

Ответ: -4; 0.

5. Задание 5 № 314704. На рисунке изображён график квадратичной функции $y = f(x)$.

Какие из следующих утверждений о данной функции неверны? Запишите их номера.



1) Наибольшее значение функции равно 9.

2) $f(0) > f(1)$.

3) $f(x) > 0$ при $x < 0$.

Решение.

Проверим каждое утверждение.

1) Наибольшее значение функции равно 9. Первое утверждение верно.

2) Значения функции в точке 0 равно 8, а в точке 1 — 5 поэтому $f(0) > f(1)$. Второе утверждение верно.

3) На луче $(-\infty; 0)$ функция принимает как положительные так и отрицательные значения. Третье утверждение неверно.

Ответ: 3.

6. Задание 6 № 340917. Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: 17; 68; 272; ... Найдите её четвёртый член.

Решение.

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{68}{17} = 4.$$

Четвёртый член прогрессии равен $b_4 = b_3 q = 4 \cdot 272 = 1088$.

Ответ: 1088.

7. Задание 7 № 314312. Упростите выражение $\frac{6c - c^2}{1 - c} : \frac{c^2}{1 - c}$ и найдите его значение при $c = 1,2$. В ответе запишите найденное значение.

Решение.

Упростим выражение:

$$\frac{6c - c^2}{1 - c} : \frac{c^2}{1 - c} = \frac{c(6 - c)}{1 - c} \cdot \frac{1 - c}{c^2} = \frac{6 - c}{c}.$$

Найдём значение выражения при $c = 1,2$:

$$\frac{6 - 1,2}{1,2} = \frac{4,8}{1,2} = 4.$$

Ответ: 4.

8. Задание 8 № 319930. При каких значениях a выражение $5a + 9$ принимает отрицательные значения?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $a > -\frac{9}{5}$

2) $a < -\frac{5}{9}$

3) $a > -\frac{5}{9}$

4) $a < -\frac{9}{5}$

Решение.

Решим неравенство $5a + 9 < 0$:

$$5a + 9 < 0 \Leftrightarrow 5a < -9 \Leftrightarrow a < -\frac{9}{5}.$$

Правильный ответ указан под номером: 4.

9. Задание 9 № 132782. Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

Решение.

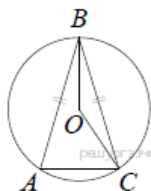
Пусть x — меньший угол четырехугольника, тогда другие его углы равны $2x$, $3x$ и $4x$. Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° имеем:

$$x + 2x + 3x + 4x = 360^\circ \Leftrightarrow 10x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 36^\circ.$$

Таким образом, меньший угол четырехугольника равен 36° .

Ответ: 36.

10. Задание 10 № 341116. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 66^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

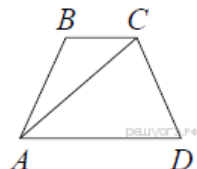


Решение.

Сумма углов треугольника равна 180° . Треугольник ABC — равнобедренный, следовательно, $\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 66^\circ}{2} = 57^\circ$. Угол BAC — вписанный, поэтому он равен половине дуги, на которую опирается. Угол BOC — центральный, поэтому он равен величине дуги, на которую опирается. Углы BAC и BOC опираются на одну и ту же дугу, следовательно, $\angle BOC = 2\angle BAC = 114^\circ$.

Ответ: 114.

11. Задание 11 № 341147. В трапеции $ABCD$ $AB = CD$, $AC = AD$ и $\angle ABC = 117^\circ$. Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



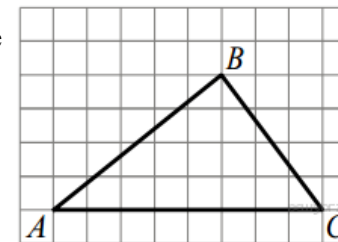
Решение.

Трапеция $ABCD$ — равнобедренная, следовательно, углы при основаниях равны. Сумма углов трапеции равна 360° . Следовательно, $\angle CDA = (360^\circ - 117^\circ - 117^\circ)/2 = 63^\circ$.

Поскольку треугольник ACD — равнобедренный, $\angle CDA = \angle ACD = 63^\circ$. Сумма углов треугольника равна 180° , следовательно, $\angle CAD = 180^\circ - 63^\circ - 63^\circ = 54^\circ$.

Ответ: 54.

12. Задание 12 № 341709. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону AC .



Решение.

Заметим, что высота, опущенная из точки B на сторону AC равна 4.

Ответ: 4.

13. Задание 13 № 341525. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
- 3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.

Если утверждений несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.» — *верно*, сторона треугольника не может быть больше суммы двух других.
- 2) «Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.» — *неверно*, сумма углов любого треугольника равна 180 градусам.
- 3) «Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.» — *верно*, центр описанной окружности лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров.

Ответ: 1;3.

14. Задание 14 № 340843. В таблице даны результаты олимпиад по физике и биологии в 10 «А» классе.

Номер ученика	Балл по физике	Балл по биологии
5005	40	63
5006	96	61
5011	36	70
5015	94	46
5018	34	50
5020	39	83
5025	87	70
5027	100	99
5029	63	75
5032	89	45
5041	57	79
5042	69	98
5043	57	83
5048	93	72
5054	63	69

Похвальные грамоты дают тем школьникам, у кого суммарный балл по двум олимпиадам больше 120 или хотя бы по одному предмету набрано не меньше 65 баллов.

Сколько человек из 10 «А», набравших меньше 65 баллов по физике, получают похвальные грамоты?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 6
- 2) 5
- 3) 4
- 4) 3

Решение.

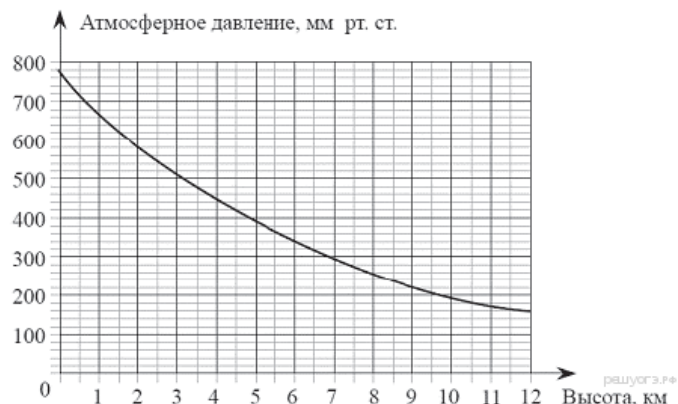
Выделим тех, кто набрал менее 65 баллов по физике:

Номер ученика	Балл по физике	Балл по биологии
5005	40	63
5006	96	61
5011	36	70
5015	94	46
5018	34	50
5020	39	83
5025	87	70
5027	100	99
5029	63	75
5032	89	45
5041	57	79
5042	69	98
5043	57	83
5048	93	72
5054	63	69

Все из них кроме учеников, указанных под номерами 5005 и 5018 набрали более 65 баллов по биологии. Ни один из учеников, указанных под номерами 5005 и 5018, не набрал более 120 баллов по двум олимпиадам. Таким образом, участников, получивших грамоты шестеро. Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1.

15. Задание 15 № 311477. На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах).



На сколько миллиметров ртутного столба отличается давление на высоте 2 км от давления на высоте 8 км?

Решение.

Найдём разность давления на высоте 2 км и 8 км: $580 - 260 = 320$ мм рт. ст.

Ответ: 320.

16. Задание 16 № 314122. Площадь земель крестьянского хозяйства, отведённая под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 24 га и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:3. Сколько гектаров занимают овощные культуры?

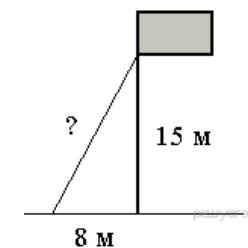
Решение.

Поле разделено на $5 + 3 = 8$ частей. Овощные культуры занимают три части из этих восьми:

$$24 \cdot \frac{3}{8} = 9 \text{ га.}$$

Ответ: 9.

17. Задание 17 № 314845. Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 15 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 8 м. Найдите длину троса.



Решение.

Задачу можно свести к нахождению гипотенузы прямоугольного треугольника. По теореме Пифагора её длина равна $\sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = 17$ м.

Ответ: 17.

18. Задание 18 № 341124. На диаграмме показан возрастной состав населения Греции. Определите по диаграмме, какая из возрастных категорий самая малочисленная.



- 1) 0–14 лет
- 2) 15–50 лет
- 3) 51–64 лет
- 4) 65 лет и более

Решение.

Из диаграммы видно, что самая малочисленная возрастная группа Греции — 0–14 лет.

Ответ: 1.

19. Задание 19 № 325454. Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. Насколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

Решение.

Частота события «рождение девочки» равна $477 : 1000 = 0,477$. Вероятность рождения девочки в этом регионе равна $1 - 0,512 = 0,488$. Поэтому частота данного события отличается от его вероятности на $0,488 - 0,477 = 0,011$.

Ответ: 0,011.

20. Задание 20 № 316381. Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по формуле $E = \frac{mv^2}{2} + mgh$, где m — масса тела (в килограммах), v — его скорость (в м/с), h — высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с²). Пользуясь этой формулой, найдите m (в килограммах), если $E = 336$ Дж, $v = 6$ м/с, $h = 3$ м, а $g = 10$ м/с².

Решение.

Выразим массу: $m = E : \left(\frac{v^2}{2} + gh \right)$. Подставим значения переменных:

$$m = 336 : \left(\frac{6^2}{2} + 10 \cdot 3 \right) = 336 : 48 = 7.$$

Ответ: 7.

21. Задание 21 № 125. Решите неравенство $\frac{x^2}{3} \geq \frac{3x+3}{4}$.

Решение.

Перенесём две части неравенства в одну часть и избавимся от знаменателя: $4x^2 - 9x - 9 \geq 0$, приравняем левую часть к нулю и найдём корни. Отсюда $x = 3$ и $x = -0,75$. Расставив корни на координатной прямой, определим знаки неравенства, получаем: $x \geq 3$ и $x \leq -0,75$.

Ответ: $(-\infty; -0,75] \cup [3; +\infty)$.

22. Задание 22 № 341288. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 44 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 4 км/ч, за 81 секунду. Найдите длину поезда в метрах.

Решение.

Скорость сближения пешехода и поезда равна $44 - 4 = 40$ км/ч. Заметим, что 1 м/с равен 3,6 км/ч. Значит, длина поезда в метрах равна $\frac{40 \cdot 81 \cdot 1}{3,6} = 900$ (м).

Ответ: 900 м.

23. Задание 23 № 314439. Парабола проходит через точки $A(0; -6)$, $B(1; -9)$, $C(6; 6)$. Найдите координаты её вершины.

Решение.

Одна из возможных форм записи уравнения параболы в общем виде выглядит так:
 $y = ax^2 + bx + c$. Координата x вершины параболы находится по формуле
 $x_B = -\frac{b}{2a}$. Координату y вершины параболы найдётся подстановкой x_B в уравнение параболы. Таким образом, задача сводится к нахождению коэффициентов a, b и c . Подставив координаты точек, через которые проходит парабола, в уравнение параболы и получим систему из трёх уравнений:

$$\begin{cases} c = -6, \\ a + b + c = -9, \\ 36a + 6b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -6, \\ b = -a - 3, \\ 36a + 6(-a - 3) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -6, \\ b = -4, \\ a = 1. \end{cases}$$

Найдём координаты вершины:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = 2, \\ y_B = 4 - 4 \cdot 2 - 6 = -10.$$

Ответ: (2; -10).

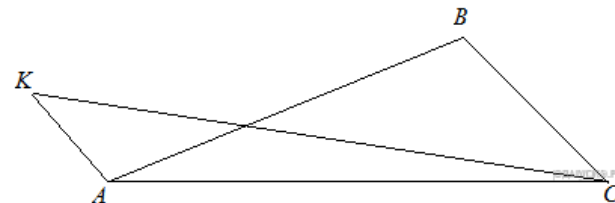
24. Задание 24 № 314892. Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $3\sqrt{2}$, $\sqrt{11}$ и 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причём отрезок KC пересекает сторону AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если $\angle KAC > 90^\circ$.

Решение.

Рассмотрим подобные треугольники ABC и AKC и установим соответствие между их углами. Против большей стороны всегда лежит больший угол, в треугольнике ABC это угол ABC , в треугольнике KAC , в свою очередь, есть тупой угол KAC и он является наибольшим, значит $\angle KAC = \angle ABC$. Угол ACK заведомо не может быть равен углу ACB , так как он составляет только его часть. Следовательно угол ACB равен углу AKC .

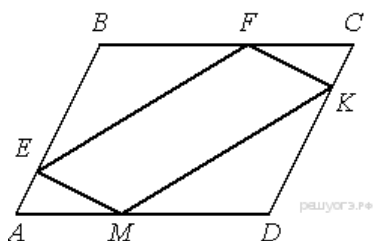
Найдём косинус угла KAC используя теорему косинусов:

$$\cos \angle KAC = \cos \angle ACB = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC} = \frac{18 + 1 - 11}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 1} = \frac{8}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$



Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

25. Задание 25 № 314849. В параллелограмме $ABCD$ точки E, F, K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причём $AE = CK$, $BF = DM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.



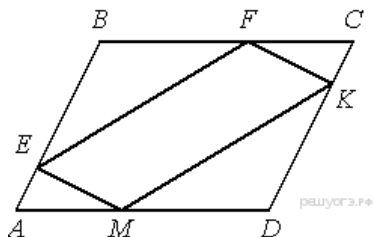
Решение.

Противоположные стороны параллелограмма равны и по условию $AE = CK$, $BF = DM$ следовательно:

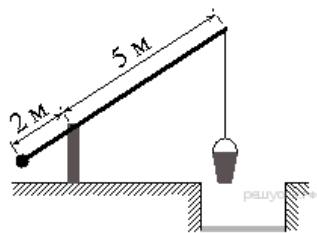
$$BE = AB - AE = CD - CK = KD,$$

$$AM = DA - MD = BC - BF = FC.$$

В параллелограмме противоположные углы равны: $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$. Рассмотрим треугольники AEM и CFK , в этих треугольниках $AE = CK$, $AM = FC$, $\angle A = \angle C$, следовательно эти треугольники равны, а значит, $EM = FK$. Аналогично равны треугольники EBF и MKD , а следовательно равны отрезки EF и MK . Противоположные стороны четырёхугольника $EFKM$ равны, следовательно, по признаку параллелограмма, этот четырёхугольник — параллелограмм.



26. Задание 26 № 314986. На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 5 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1 м?



Решение.

Введём обозначения, приведённые на рисунке. Здесь AC — плечи "журавля" до опускания, BD — после, AH — высота, на которую поднялся конец короткого плеча, CK — высота, на которую опустился конец длинного. Рассмотрим треугольники AOB и COD , углы AOB и COD равны, как вертикальные, следовательно равны и углы при основаниях:

$$\angle ABO = \angle OAB = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2} = \frac{180^\circ - \angle COD}{2} = \angle OCD = \angle CDO.$$

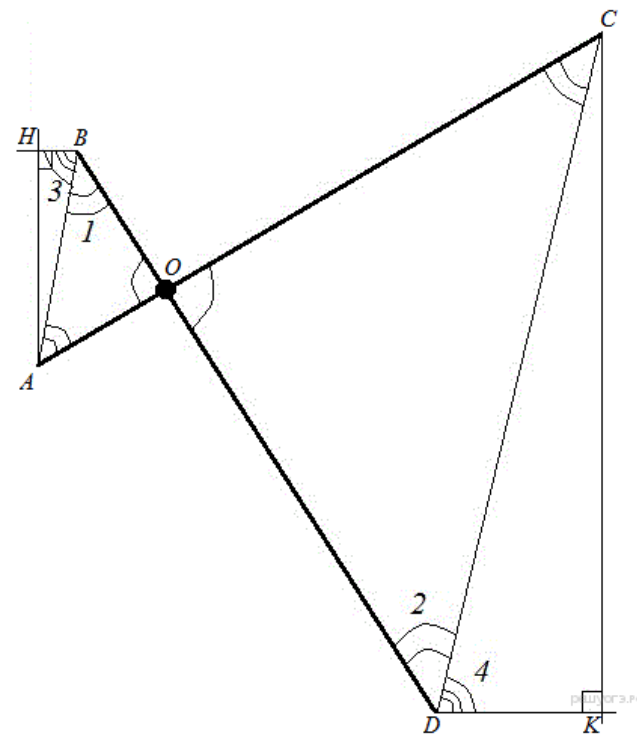
Следовательно, треугольники AOB и COD подобны по двум углам, то есть

$$\frac{OC}{AO} = \frac{OD}{BO} = \frac{CD}{AB} = \frac{5}{2}.$$

Рассмотри прямые AB и CD , их пересекает секущая BD углы, обозначенные на рисунке 1 и 2 накрест лежащие и равны друг другу, следовательно прямые AB и CD параллельны. Стороны углов 3 и 4 параллельны друг другу, следовательно они равны.

Рассмотрим треугольники AHB и CDK , они прямоугольные, имеют равные углы, следовательно они подобны, значит:

$$\frac{CD}{AB} = \frac{CK}{AH} \Leftrightarrow CK = AH \frac{CD}{AB} \Leftrightarrow CK = 1 \cdot 2,5 = 2,5.$$

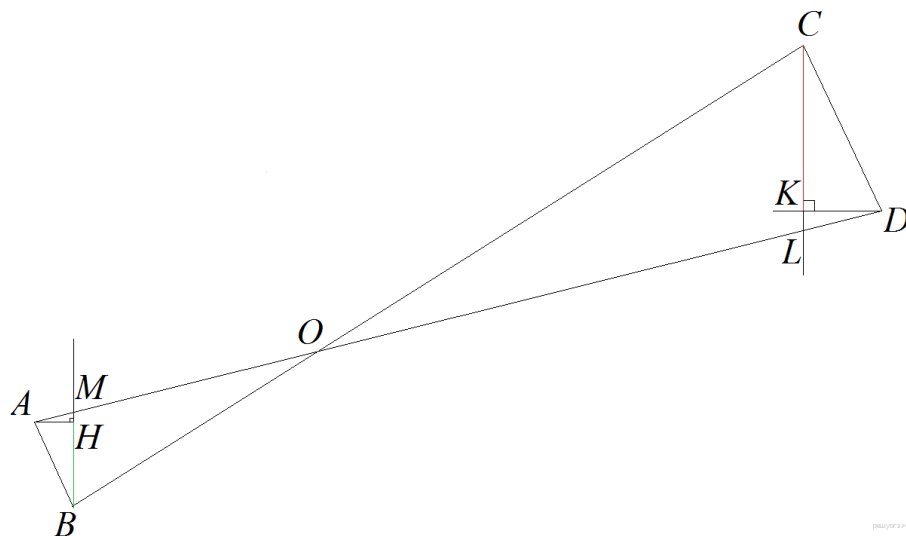


Ответ: 2,5.

Примечание

Можно привести несколько иное доказательство подобия треугольников AHB и CDK . На приведённой ниже картинке есть два маленьких треугольника обозначенные AHM и DKL , они прямоугольные и одна пара углов равна друг другу как накрест лежащие при параллельных прямых, следовательно они подобны.

Затем, можно заметить, что у треугольников AHM и AHB соответственные углы, не важно какие, равны друг другу, потому что их стороны параллельны, следовательно, треугольники подобны. Аналогично с треугольниками CDK и CKL . Из трёх пар подобий этих треугольников следует, что треугольники AHB и CDK подобны.



Ключ

№ п/п	№ задания	Ответ
1	311754	3,6
2	79	2
3	338098	1
4	314499	-4;0
5	314704	3
6	340917	1088
7	314312	4
8	319930	4
9	132782	36
10	341116	114
11	341147	54
12	341709	4
13	341525	1;3
14	340843	1
15	311477	320
16	314122	9
17	314845	17
18	341124	1
19	325454	0,011
20	316381	7